

Рыцари и лжецы. Рассуждения

1. («Ломоносов», 2018, 5–8.1) На острове рыцарей и лжецов живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды пятерых жителей этого острова по очереди спросили, сколько среди них рыцарей.

- Один, — ответил первый.
 - Два, — ответил второй.
 - Три, — ответил третий.
 - Не верьте им, они все лжецы, — сказал четвёртый.
 - Сам ты лжец! — сказал пятый четвёртому.
- Сколько рыцарей было на самом деле?

2. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7–9.1) На острове рыцарей и лжецов рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. В школе на этом острове учатся как рыцари, так и лжецы — в одном классе. Однажды учитель спросил у четырёх детей — Ану, Бану, Вану и Дану — кто из них сделал домашнее задание. Они ответили:

- **Ану:** Домашнее задание сделали Бану, Вану и Дану.
- **Бану:** Домашнее задание не сделали Ану, Вану и Дану.
- **Вану:** Не верьте им, господин учитель! Ану и Бану — лжецы!
- **Дану:** Нет, господин учитель, Ану, Бану и Вану — рыцари!

Сколько рыцарей среди этих детей?

3. («Высшая проба», 2020, 7.1, 8.1) В самолёте летят жители города лжецов и жители города рыцарей. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда обманывают. Все пассажиры сели в ряды по 4 человека, и бортпроводник задал каждому пассажиру один и тот же вопрос. «Верно ли, что в вашем ряду столько же Ваших земляков, сколько жителей другого города?» Прозвучало ровно 70 утвердительных ответов. Сколько лжецов летит в самолёте? Человек считается своим собственным земляком.

4. (Всеросс., 2015, ШЭ, 8.2) В подводном царстве живут осьминоги с семью и восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда врут, а те, у кого 8 ног, всегда говорят правду. Однажды между тремя осьминогами состоялся такой разговор.

- **Зелёный осьминог:** У нас вместе 24 ноги.
- **Синий осьминог:** Ты прав!
- **Красный осьминог:** Глупости, Зелёный говорит ерунду!

Сколько ног было у каждого осьминога? (Ответ обоснуйте.)

5. («Курчатов», 2019, 6.3, 8.1) Страна имеет форму квадрата и разделена на 25 одинаковых квадратных графств. В каждом графстве правит либо граф-рыцарь, который всегда говорит правду, либо граф-лжец, который всегда лжет. Однажды каждый граф сказал: «Среди моих соседей поровну рыцарей и лжецов». Какое максимальное число рыцарей могло быть? (Графы являются соседями, если их графства имеют общую сторону.)

6. («Ломоносов», 2014, 7–9.1) На острове рыцарей и лжецов живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды путешественник забрёл на вечеринку, на которой собрались 12 жителей острова (назовём их для краткости A, B, \dots, L). Путешественник подсел к A и начал задавать вопросы: B — рыцарь или лжец?; C — рыцарь или лжец?; \dots ; L — рыцарь или лжец? По полученным 11-ти ответам путешественник смог определить, сколько всего рыцарей среди A, \dots, L . Сделайте это и вы.

7. (Всеросс., 2014, ШЭ, 8–9.6, 10–11.4) Каждый из 10 гномов либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Известно, что каждый из них любит ровно один сорт мороженого: сливочное, шоколадное или фруктовое. Сначала Белоснежка попросила поднять руки тех, кто любит сливочное мороженое, и все подняли руки, потом тех, кто любит шоколадное мороженое — и половина гномов подняли руки, потом тех, кто любит фруктовое мороженое — и руку поднял только один гном. Сколько среди гномов правдивых?

8. (Всеросс., 2018, МЭ, 8.5) На острове живут 33 рыцаря, а также лжецы и фантазёры. Каждого жителя этого острова по очереди спросили: «Сколько среди вас рыцарей?». Было получено десять различных ответов, каждый из которых был назван более чем одним жителем. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда называют неверное число, которое ещё не было названо, а фантазёры всегда называют число, которое на единицу больше предыдущего ответа. Обязательно ли было названо число 40?

9. (ММО, 2016, 8.2) За круглым столом сидят 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Двое из них заявили: «Оба моих соседа — лжецы», а остальные восемь заявили: «Оба моих соседа — рыцари». Сколько рыцарей могло быть среди этих 10 человек?

10. (Олимпиада им. Эйлера, РЭ, 2019.2) Каждый из 10 человек — либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый из них задумал какое-то натуральное число. Затем первый сказал: «Моё число больше 1», второй сказал: «Мое число больше 2», \dots , десятый сказал: «Мое число больше 10». После этого они же, выступая в другом порядке, сказали (каждый по одной фразе): «Мое число меньше 1», «Мое число меньше 2», \dots , «Мое число меньше 10». Какое наибольшее число рыцарей могло быть среди этих 10 человек?

11. (Олимпиада им. Эйлера, РЭ, 2018.3) По кругу сидят 100 человек. Некоторые из них — рыцари, всегда говорящие правду, остальные — лжецы, которые всегда лгут. Для некоторого натурального числа $k < 100$ каждый из сидящих произнёс фразу: «Следующие k людей, сидящих за мной по часовой стрелке — лжецы». Чему могло быть равно число k ?

12. (Олимпиада им. Эйлера, финал, 2016.1) В одной деревне живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Путешественник каждому жителю деревни задал два вопроса: «Сколько в деревне рыцарей?» и «На сколько отличаются количества рыцарей и лжецов?» Путешественник знает, что в деревне есть хотя бы один рыцарь. Всегда ли по полученным ответам путешественник сможет узнать, кто из жителей деревни рыцарь, а кто — лжец?

13. (*Олимпиада им. Эйлера, финал, 2018.6*) Среди десяти человек ровно один лжец и 9 рыцарей. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Каждому из них дали карточку с натуральным числом от 1 до 10, причем все числа на карточках различны. Любому можно задать вопрос: «Верно ли, что на твоей карточке написано число M ?» (M может быть только натуральным числом от 1 до 10.) Верно ли, что за 17 таких вопросов можно гарантированно найти лжеца?

14. (*ОММО, 2015.2*) На острове каждый житель либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжёт), либо обычный человек (может как говорить правду, так и лгать). Рыцари считаются людьми высшего ранга, обычные люди — среднего, а лжецы — низшего. А, В и С — жители этого острова. Один из них — рыцарь, другой — лжец, а третий — обычный человек. А и В сказали следующее. А: «В по рангу выше, чем С». В: «С по рангу выше, чем А». Что ответил С на вопрос: «Кто выше по рангу — А или В?»

15. (*ОММО, 2015.2*) На острове каждый житель либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжёт), либо обычный человек (может и говорить правду, и лгать). Жители этого острова, А и В, сказали следующее. А: «В — рыцарь». В: «А — лжец». Докажите, что либо один из них говорит правду, но это не рыцарь, либо один из них лжёт, но это не лжец.

16. (*ОММО, 2015.2*) На острове каждый житель либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжёт). Два жителя называются *однотипными*, если они либо оба рыцари, либо оба лжецы. А, В и С — жители этого острова. А говорит: «В и С однотипны». Что ответит С на вопрос «А и В однотипны?»

17. (*ОММО, 2015.2*) На острове каждый житель либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжёт), либо обычный человек (может и говорить правду, и лгать). Жители этого острова А и В сказали следующее. А: «В — рыцарь». В: «А — не рыцарь». Докажите, что по крайней мере один из них говорит правду, но это не рыцарь.

18. (*Всеросс., 2019, РЭ, 9.2, 11.1*) Каждый из 10 человек — либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый из них задумал какое-то целое число. Затем первый сказал: «Моё число больше 1», второй сказал: «Моё число больше 2», ..., десятый сказал: «Моё число больше 10». После этого все десять, выступая в некотором порядке, сказали: «Моё число меньше 1», «Моё число меньше 2», ..., «Моё число меньше 10» (каждый сказал ровно одну из этих десяти фраз). Какое максимальное число рыцарей могло быть среди этих 10 человек?

19. (*Всеросс., 2019, РЭ, 10.1*) Каждый из 10 человек — либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый из них задумал какое-то число (не обязательно целое). Затем первый сказал: «Моё число больше 1», второй сказал: «Моё число больше 2», ..., десятый сказал: «Моё число больше 10». После этого все десять, выступая в некотором порядке, сказали: «Моё число меньше 1», «Моё число меньше 2», ..., «Моё число меньше 10» (каждый сказал ровно одну из этих десяти фраз). Какое максимальное число рыцарей могло быть среди этих 10 человек?