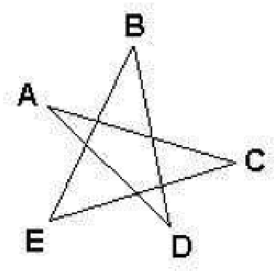
Равенство треугольников

Задача 1. (*Всеросс., 2013, ШЭ, 8.5*) В пятиугольной звезде, изображённой на рисунке,

$$\angle ACE = \angle ADB \quad \text{и} \quad \angle DBE = \angle BEC.$$

Известно также, что $BD = CE$. Докажите, что $\angle ACD = \angle ADC$.



Задача 2. (*Всеросс., 2019, ШЭ, 8.6*) Выпуклый четырёхугольник $ABCD$ таков, что $\angle BAC = \angle BDA$ и $\angle BAD = \angle ADC = 60^\circ$. Найдите длину AD, если известно, что $AB = 14$, $CD = 6$.

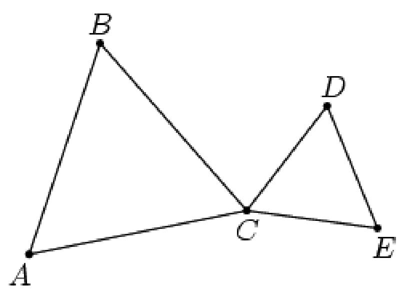
$\boxed{20}$

Задача 3. (*Всеросс., 2017, МЭ, 8.5*) В прямоугольнике $ABCD$ на диагонали AC отмечена точка K так, что $CK = BC$. На стороне BC отмечена точка M так, что $KM = CM$. Докажите, что $AK + BM = CM$.

Задача 4. (*Всеросс., 2016, МЭ, 8.5*) Внутри равностороннего треугольника ABC отмечена произвольная точка M. Докажите, что можно выбрать на стороне AB точку C_1, на стороне BC — точку A_1, а на стороне AC — точку B_1 таким образом, чтобы длины сторон треугольника $A_1B_1C_1$ были равны отрезкам MA, MB и MC.

Задача 5. (*Всеросс., 2014, МЭ, 8.5*) На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки M и K соответственно так, что $\angle BAM = \angle CKM = 30^\circ$. Найдите $\angle AKD$.

Задача 6. (*Московская устная олимпиада по геометрии, 2010, 8–9*) Два равносторонних треугольника ABC и CDE имеют общую вершину (см. рисунок). Найдите угол между прямыми AD и BE.



$\boxed{60^\circ}$

Задача 7. (*Турнир городов, 2014, 8–9*) На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки K и L так, что $AK = CL$ и $\angle ALK + \angle LKB = 60^\circ$. Докажите, что $KL = BC$.

Задача 8. (*ММО, 2008, 8.3*) На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки K и M соответственно так, что $KM \parallel AC$. Отрезки AM и KC пересекаются в точке O. Известно, что $AK = AO$ и $KM = MC$. Докажите, что $AM = KB$.

Задача 9. (*МГУ, мехмат, 2002-03.2*) Точка O лежит на диагонали AC выпуклого четырехугольника $ABCD$. Известно, что $OC = OD$ и что точка O одинаково удалена от прямых DA, AB и BC. Найти углы четырехугольника, если $\angle AOB = 110^\circ$ и $\angle COD = 90^\circ$.

$\boxed{50^\circ, 90^\circ, 110^\circ, 110^\circ}$