

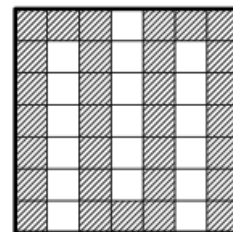
## Раскраски

1. (*Математический праздник, 2000, 6.2, 7.1*) В квадрате  $7 \times 7$  клеток закрасьте некоторые клетки так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце оказалось ровно по три закрашенных клетки.

2. (*Математический праздник, 1990, 6–7.1*) Раскрасьте плоскость в три цвета так, чтобы на каждой прямой были точки не более, чем двух цветов, и каждый цвет был бы использован.

3. (*Математический праздник, 1999, 6.3*) Квадрат  $4 \times 4$  разделён на 16 клеток. Раскрасьте эти клетки в чёрный и белый цвета так, чтобы у каждой чёрной клетки было три белых соседа, а у каждой белой клетки был ровно один чёрный сосед. (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.)

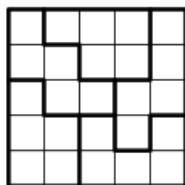
4. (*Математический праздник, 2002, 6.4*) Художник-авангардист Змий Клеточкин покрасил несколько клеток доски размером  $7 \times 7$ , соблюдая правило: каждая следующая закрашиваемая клетка должна соседствовать по стороне с предыдущей закрашенной клеткой, но не должна соседствовать ни с одной другой ранее закрашенной клеткой. Ему удалось покрасить 31 клетку.



Побейте его рекорд — закрасьте

- а) 32 клетки;
- б) 33 клетки.

5. (*Математический праздник, 1996, 6.5*) Покрасьте клетки доски  $5 \times 5$  в пять цветов так, чтобы в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и в каждом выделенном блоке встречались все цвета.



6. (*Математический праздник, 2001, 6.6*) Поля клетчатой доски размером  $8 \times 8$  будем по очереди закрашивать в красный цвет так, чтобы после закрашивания каждой следующей клетки фигура, состоящая из закрашенных клеток, имела ось симметрии. Покажите, как можно, соблюдая это условие, закрасить

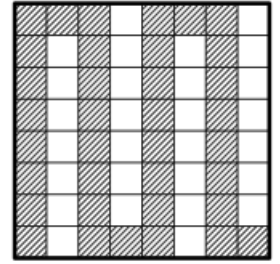
- а) 26 клуток;
- б) 28 клеток.

(В качестве ответа расставьте на тех клетках, которые должны быть закрашены, числа от 1 до 26 или до 28 в том порядке, в котором проводилось закрашивание.)

7. (*Московская устная олимпиада, 2004, 6.7*) Клетки тетрадного листа раскрашены в восемь цветов. Докажите, что найдется фигура вида, указанного на рисунке, внутри которой есть клетки одного цвета.



8. (*Математический праздник, 2002, 7.5*) Художник-авангардист Змий Клеточкин покрасил несколько клеток доски размером  $8 \times 8$ , соблюдая правило: каждая следующая закрашиваемая клетка должна соседствовать по стороне с предыдущей закрашенной клеткой, но не должна — ни с одной другой ранее закрашенной клеткой. Ему удалось покрасить 36 клеток. Побейте его рекорд! (Жюри умеет закрашивать 42 клетки!)



9. (*«Высшая проба», 2020, 7.5, 8.5*) Вершины 2019-угольника покрашены в два цвета: 1010 синих и 1009 красных. Сторона с двумя красными вершинами помечена числом 2, сторона с двумя синими вершинами помечена числом  $\frac{1}{2}$ , а сторона с разноцветными вершинами помечена числом 1. Найдите все возможные значения произведения всех чисел, которыми помечены стороны.