

Длины и отношения отрезков

Отрезок AB — это часть прямой, ограниченная двумя различными точками A и B (рис. 1). Точки A и B называются *концами* этого отрезка.

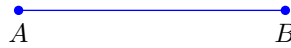


Рис. 1. Отрезок AB

При обозначении отрезка не важно, в каком порядке мы указываем его концы. Отрезок BA и отрезок AB — это один и тот же отрезок.

Каждый отрезок имеет определённую *длину*, которая является положительным числом. Единица измерения длины обычно не указывается (но предполагается выбранной). Так, запись $AB = 7$ означает, что длина отрезка AB равна 7 единиц (каких именно — сантиметров или километров — в данном случае несущественно).

Отрезки называются *равными*, если их длины равны. Равные отрезки можно наложить друг на друга так, что они полностью совпадут.

Если точка M лежит между точками A и B , то отрезок AB разбивается на два отрезка AM и MB (рис. 2). Длина отрезка AB при этом равна сумме длин отрезков AM и MB .

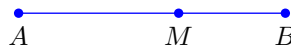


Рис. 2. $AB = AM + MB$

Отношение длин двух отрезков не зависит от выбранной единицы измерения длины. Поэтому говорят просто об *отношении отрезков*.

Если, например, в задаче сказано, что $AB : BC = 2 : 3$, то удобно бывает обозначить $AB = 2x$, $BC = 3x$. Точно так же, в случае тройного отношения $AB : BC : CD = 3 : 7 : 11$ обозначаем $AB = 3x$, $BC = 7x$, $CD = 11x$.

Задача. На прямой последовательно взяты точки A, B, C, D так, что $AB : BC : CD = 1 : 3 : 5$. Найдите длину отрезка AC , если $AD = 18$.

Решение. Изобразим для наглядности эту ситуацию на рис. 3.

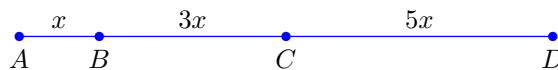


Рис. 3.

Теперь очевидно, что $AD = 9x$ и

$$AC = 4x = \frac{4}{9}AD = 8.$$

Задачи

1. Длина отрезка AB равна 7. Точка M этого отрезка расположена на 2 ближе к A , чем к B . Найдите AM .

2. На прямой взяты три точки A, B, C так, что $AB = 2, BC = 3$. Чему может быть равна длина отрезка AC ?

1 или 5

3. Внутри отрезка AB , длина которого равна 6, выбрана некоторая точка M . Найдите расстояние между серединами отрезков AM и BM .

3

4. На прямой последовательно взяты точки A, B, C, D, E так, что $AB = BC = CD = DE$. Найдите отношения: а) $AB : BE$; б) $AD : CE$; в) $BE : AE$.

а) 1 : 3; б) 3 : 2; в) 3 : 4

5. На прямой последовательно взяты точки A, B, C, D так, что $AB : BC : CD = 2 : 3 : 7$. Длина отрезка AD равна 24. Найдите BD .

20

6. На отрезке AB взята точка M так, что $AM : MB = 4 : 5$. Найдите отношение $AM : AB$.

4 : 9

7. На отрезке AB взята точка M так, что $AM : AB = 3 : 11$. Найдите отношение $AM : MB$.

8 : 3

8. Точка K — середина отрезка AB . Точка L — середина отрезка KB . Точка M — середина отрезка LB . Найдите отношения: а) $AK : KM$; б) $AM : AB$.

а) 4 : 3; б) 7 : 8

9. На отрезке AB , длина которого равна 20, взята точка C так, что $AC : CB = 3 : 2$. На отрезках AC и BC взяты соответственно точки D и E так, что $AD : AC = 1 : 6$ и $BE : BC = 5 : 8$. Найдите длину отрезка DE .

13

10. Точка M делит отрезок AB в отношении $1 : 2$ (считая от точки A). Точка N делит отрезок MB в отношении $2 : 3$ (считая от точки M). В каком отношении точка N делит отрезок AB ?

3 : 2 (считая от A)

11. Точка C — середина отрезка AB . На отрезках AC и BC взяты точки M и N так, что $AM : MC = CN : NB$. Докажите, что отрезок MN равен половине отрезка AB .

12. Точки C, D, E делят отрезок AB в отношениях $1 : 2, 1 : 3$ и $1 : 4$ соответственно (считая от точки A). В каком отношении точка D делит отрезок CE ?

5 : 3 (считая от C)

13. На прямой последовательно взяты точки A, B, C, D так, что $AB : BC = 2 : 3$ и $BC : CD = 4 : 5$. Найдите отношение $AB : BC : CD$.

8 : 12 : 15

14. На прямой даны точки A и B . Сколько на этой прямой найдётся точек M , удовлетворяющих условию $AM = 2BM$?

Две

15. Длина отрезка AB равна a . Сколько существует точек M на прямой AB , для которых выполнено условие $AM \cdot BM = 1$?

Две при $a > 0$ или одна ; $a = 0$ или ; $a < 0$ или не существует