

МГУ. Вписанная окружность

1. (МГУ, ДВИ, 237.5) Вписанная в прямоугольный треугольник ABC окружность касается катетов AC и BC в точках D и F . Найдите $\sin \angle CBD$, если известно, что $\sin \angle CAF = 1/\sqrt{10}$.

$\frac{21}{1}$

2. (МГУ, ДВИ, 2013.6) Трапеция $ABCD$ вписана в окружность радиуса R и описана около окружности радиуса r . Найдите r , если $R = 12$, а косинус угла между диагональю AC и основанием AD равен $\frac{3}{4}$.

$\frac{2}{1}$

3. (МГУ, ДВИ, 201.5) В равнобедренном треугольнике ABC с равными сторонами AB и BC проведены биссектрисы AD и CE . Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB и BC в точках K и L соответственно. Найдите DE , если $AC = 12$ и $KL = 9$.

$\frac{8}{1}$

4. (МГУ, ДВИ, 213.5) В четырёхугольник $ABCD$ площади 2 вписана окружность, касающаяся сторон AB и CD в точках K и L соответственно. Отрезок KL пересекает диагональ AC в точке M . Найдите BD , если известно, что $AM = MC = 1$.

$\frac{7}{1}$

5. (МГУ, ДВИ, 215.5) Дана равнобокая трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD . Известно, что окружности, вписанные в треугольники ABC и ACD , касаются диагонали AC в одной и той же точке. При этом точка касания первой окружности со стороной BC делит эту сторону пополам. Найдите отношение, в котором точка касания второй окружности со стороной AD делит эту сторону считая от точки A .

$\frac{1}{1} : (\frac{1}{3} + \frac{1}{3})$

6. (МГУ, ДВИ, 241.5) Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается стороны AC в точке D . Известно, что $AD = 2 + \sqrt{3}$, $CD = \sqrt{3}$. Найдите угол $\angle CAB$, если известно также, что он в два раза меньше угла $\angle ACB$.

$\frac{1}{1}$