

## МГУ. Трапеция

1. (МГУ, ДВИ, 205.5) Произведение оснований трапеции равно 18. Найдите периметр трапеции, если известно, что в неё вписана окружность, а диагонали делят среднюю линию на три равные части.

81

2. (МГУ, ДВИ, 2018.5) Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Пусть  $M$  — середина отрезка  $AD$ , а  $N$  — произвольная точка отрезка  $BC$ . Пусть  $K$  — пересечение отрезков  $CM$  и  $DN$ , а  $L$  — пересечение отрезков  $MN$  и  $AC$ . Найдите все возможные значения площади треугольника  $DMK$ , если известно, что  $AD : BC = 3 : 2$ , а площадь треугольника  $ABL$  равна 4.

8

3. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 8.8) В трапеции диагонали пересекаются под прямым углом и одна из них равна средней линии. Определите, какой угол образует эта диагональ с основаниями трапеции.

09

4. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 7–8.7, 9.6) В трапеции известны длины диагоналей — 6 и 8, а также длина средней линии — 5. Найдите высоту трапеции.

4,8

5. Диагонали трапеции равны 3 и 5. Отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, равен 2. Найдите площадь трапеции.

9

6. («Ломоносов», 2005.3) Найдите площадь трапеции  $ABCD$  с боковой стороной  $BC = 5$ , если расстояния от вершин  $A$  и  $D$  до прямой  $BC$  равны 3 и 7 соответственно.

25

7. (МГУ, мехмат, 2002-05.3) Точка  $M$  лежит на боковой стороне  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Известно, что

$$\angle BCD = \angle CBD = \angle ABM = \arccos \frac{5}{6}$$

и  $AB = 9$ . Найдите  $BM$ .

15

8. (МГУ, мехмат, 2000-03.4) Перпендикуляр к боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$ , проходящий через ее середину  $K$ , пересекает сторону  $CD$  в точке  $L$ . Известно, что площадь четырехугольника  $AKLD$  в пять раз больше площади четырехугольника  $BKLC$ ,  $CL = 3$ ,  $DL = 15$ ,  $KC = 4$ . Найти длину отрезка  $KD$ .

20

9. («Ломоносов», 2013, 10–11.4) В трапеции  $ABCD$ , где  $BC \parallel AD$ , а диагонали пересекаются в точке  $O$ , на отрезке  $BC$  выбрана точка  $K$  так, что  $BK : CK = 2 : 1$ , а на отрезке  $AD$  выбрана точка  $M$  так, что  $AM : MD = 1 : 2$ . Найти площадь треугольника  $COD$ , если  $AD = 5$ ,  $BC = 2$ ,  $KM = 7/3$ , а  $\cos \angle CAD = 1/3$ .

$\frac{27}{20}$

10. («Физтех», 2012.5) В трапеции  $ABCD$  основание  $BC$  равно 5, боковая сторона  $AB$  равна 10. Биссектриса угла  $BAD$  пересекает сторону  $CD$  в точке  $E$ , а прямую  $BC$  — в точке  $F$ , причём  $AE \perp CD$ ,  $EF = 4$ . Найдите длины отрезков  $AE$  и  $AD$ , а также площадь трапеции.

$AE = 12, AD = 15, S = 96$

11. («Физтех», 2019, 10.4) Дана равнобокая трапеция  $ABCD$ , ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ). Окружность  $\Omega$  вписана в угол  $BAD$ , касается отрезка  $BC$  в точке  $C$  и повторно пересекает  $CD$  в точке  $E$  так, что  $CE = 9$ ,  $ED = 7$ . Найдите радиус окружности  $\Omega$  и площадь трапеции  $ABCD$ .

$R = 6, S_{ABCD} = 96 + 24\sqrt{7}$

12. («Физтех», 2010.6) В трапецию  $ABCD$  можно вписать окружность. Длины её боковых сторон  $AB$  и  $CD$  равны соответственно 3 и 5, а длина основания  $AD$  больше длины  $BC$ . Средняя линия трапеции делит её на две части, отношение площадей которых равно  $5/11$ . Найдите радиус вписанной в трапецию окружности и длины её диагоналей.

$R = \frac{3}{4}\sqrt{14}, AC = 2\sqrt{\frac{3}{10}}, BD = 2\sqrt{\frac{3}{26}}$