

## МГУ. Показательные уравнения

На ДВИ показательных уравнений не было никогда. Однако на прежних вступительных экзаменах в МГУ эта тема встречалась неоднократно, поэтому порешать данный листок было бы неплохо.

Теория — в статье [«Показательные уравнения и неравенства»](#).

1. («Ломоносов», 2007) Решите уравнение

$$\sqrt{3^{x^2}} = \left(3^{\sqrt[4]{x}}\right)^4.$$

0, 7

2. (МГУ, геологич. ф-т, 2001) Решите уравнение

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{x-2} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{1}{x-1}} = \frac{125}{343}.$$

3, 5

3. (МГУ, социологич. ф-т, 2005) Решите уравнение

$$2 \cdot 4^{3x} - 5 \cdot 8^x + 2 = 0.$$

1, 3

4. (МГУ, физический ф-т, 2007) Решите уравнение

$$\frac{(\sqrt{3})^{2x} + 5 \cdot 3^{2-x} - 14}{49 - 7^x} = 0.$$

5, log

5. (МГУ, физический ф-т, 2004) Решите уравнение

$$\frac{5^x}{2^{x-1} - 5^x} = 8 - \frac{2^{x+1}}{5^x}.$$

log 3, 5

6. (МГУ, геологич. ф-т, 2003) Решите уравнение

$$4^{x+\frac{1}{2}} - 7^{x-\frac{1}{2}} = 7^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x+1}.$$

$\frac{2}{1}$

7. (МГУ, ф-т психологии, 2002) Решите уравнение

$$3^{3^x} + \left(\frac{1}{3}\right)^{3^x-1} = 4.$$

0

8. (МГУ, ИСАА, 2006) Решите уравнение

$$12 \left(3^{4x^2+2x-1} - 1\right)^2 - \left(3^{2(x-1)+4x^2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(3^{4x^2+2x+1} - 3\right) = 16.$$

$\frac{2}{1}$  1-

9. (МГУ, химический ф-т, 2000.6) Решите уравнение

$$\left(26 + 15\sqrt{3}\right)^x - 3 \left(7 + 4\sqrt{3}\right)^x - 2 \left(2 + \sqrt{3}\right)^x + \left(2 - \sqrt{3}\right)^x = 3.$$

17

10. (МГУ, ВМК, 1997) Найдите все решения системы уравнений:

$$\begin{cases} 4^x + 5 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 2, \\ 2 \cdot 9^y + 2^x + 2 \cdot 3^y = 1. \end{cases}$$

$\left(\frac{2}{2-9^y} \text{ эсол} \left(2 - 9^y\right) \text{ эсол}\right)$

11. («Ломоносов», 2019, 10–11.3) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{x+2y} + 2^x = 3 \cdot 2^y, \\ 2^{2x+y} + 2 \cdot 2^y = 4 \cdot 2^x. \end{cases}$$

$\frac{2}{1} = h = x$

12. («Ломоносов», 2019, 10–11.3) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{x+y} - 2^{x-y} = 4, \\ 2^{x+y} - 8 \cdot 2^{y-x} = 6. \end{cases}$$

$$\frac{x}{1} = n, \frac{x}{x} = x$$

13. (МГУ, экономич. ф-т, 2003) Найдите все решения системы уравнений:

$$\begin{cases} 4 \cdot 49^x - 4 \cdot 7^{x+y \log_7 3} + 9^y = 9, \\ 49^x + 12 \cdot 3^{x \log_3 7+y} - 4 \cdot 9^y = 9. \end{cases}$$

$$(1 - \frac{x}{x} \log_3 7) \cdot (2 \cdot \frac{x}{x} \log_3 7)$$

14. (МГУ, физический ф-т, 1999) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3 \cdot 5^{x+1} - \frac{18}{3^{2-y}} = 35, \\ \frac{10}{5^{1-x}} + 2 \cdot 3^{y+1} = 36. \end{cases}$$

$$(x \log_3 7 \cdot \frac{x}{x} \log_3 7)$$

15. («Покори Воробьёвы горы!», 2011.4) Решите систему

$$\begin{cases} \frac{9 - 4^{y+1} - 3^x \cdot 2^{y+2} - 9^x}{4^{y+1} + 3^x \cdot 2^{y+1} - 3^{x+1} - 9} = \frac{3^x + 2^{y+1} - 3}{3^x - 1}, \\ 3^{x-1} \cdot 2^{y+1} = 1. \end{cases}$$

$$(1 - \frac{x}{x})$$