

МГУ. Подобие

1. (МГУ, ДВИ, 223.5) В треугольнике ABC угол C равен 60° . На сторонах AB , BC , AC отмечены точки D , E , F соответственно. Радиус окружности, вписанной в треугольник ADF , равен 1. Радиус окружности, вписанной в треугольник BDE , равен 2. Найдите сторону AB , если известно, что четырёхугольник $DECF$ является ромбом.

$$\boxed{3\sqrt{3} + 6}$$

2. («Физтех», 2017, 9.3) В треугольник ABC вписаны два равных прямоугольника $PQRS$ и $P_1Q_1R_1S_1$ (при этом точки P и P_1 лежат на стороне AB , точки Q и Q_1 лежат на стороне BC , а точки R , S , R_1 и S_1 — на стороне AC). Известно, что $PS = 12$, $P_1S_1 = 3$. Найдите площадь треугольника ABC .

$$\boxed{\frac{2}{225}}$$

3. («Физтех», 2019, 9.4) В прямоугольный треугольник ABC ($\angle B = 90^\circ$) вписана окружность Γ с центром I , которая касается сторон AB и BC в точках K и L соответственно. Прямая, проходящая через точку I , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите радиус окружности Γ , если $MK = 144$, $NL = 25$. Найдите AC , если дополнительно известно, что прямая MN параллельна AC .

$$\boxed{r = 60, AC = 390}$$

4. («Ломоносов», 2018, 9.8) Моль проела в ковре дырку в форме прямоугольника со сторонами 10 см и 4 см. Найдите наименьший размер квадратной заплатки, которой можно закрыть эту дырку (заплатка закрывает дырку, если все точки прямоугольника лежат внутри квадрата или на его границе).

$$\boxed{\text{Сторона равна } 7\sqrt{2} \text{ см}}$$

5. («Курчатов», 2018, 8.4) В треугольнике ABC на стороне AC выбрана точка D , а на стороне BC — точка E так, что выполняются соотношения $CD = AB$, $BE = BD$, $AB \cdot AC = BC^2$. Найдите $\angle DEA$, если известно, что $\angle DBC = 40^\circ$.

$$\boxed{30^\circ}$$