

МГУ. Площадь

1. (МГУ, ДВИ, 234.5) На сторонах AB , BC , CD , AD вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ отмечены соответственно точки E , F , G , H . Известно, что $AE = EB$, $2BF = FC$, $CG = GD$, $DH = 2HA$ и что площадь четырёхугольника $ABCD$ в два раза больше площади четырёхугольника $EFGH$. Найдите отношение $AC : BD$.

1:1

2. Диагонали выпуклого четырёхугольника разбивают его на четыре треугольника. Обозначим их площади (в порядке обхода по часовой стрелке) S_1 , S_2 , S_3 и S_4 . Докажите, что $S_1S_3 = S_2S_4$.

3. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 7–8.5, 9.4) В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD \parallel BC$ диагонали пересекаются в точке E . Известны площади $S(\triangle ADE) = 12$ и $S(\triangle BCE) = 3$. Найдите площадь трапеции.

27

4. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 8.6, 9.2) В четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$. Из вершины B опущен перпендикуляр BH на сторону AD . Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если известно, что $BH = h$.

h²

5. («Ломоносов», 2013, 8.6, 9.1) Дан параллелограмм $ABCD$ и выбраны точки A_1 , B_1 , C_1 и D_1 такие, что точка A является серединой отрезка DD_1 , точка B — серединой AA_1 , точка C — серединой BB_1 и точка D — серединой CC_1 . Найдите площадь четырёхугольника $A_1B_1C_1D_1$, если известно, что $S(ABCD) = 1$.

5

6. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 9.6) Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами $BC = 30$ и $AC = 40$. На сторонах AB , BC и CA выбраны точки C_1 , A_1 , B_1 соответственно так, что $AC_1 = BA_1 = CB_1 = 1$. Найдите площадь треугольника $A_1B_1C_1$.

554,2

7. («Ломоносов», 2015, 9.5) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ площади треугольников ABD и BCD равны, а площадь ACD равна половине площади ABD . Найдите длину отрезка CM , где M — середина стороны AB , если известно, что $AD = 12$.

81

8. Докажите, что площадь четырёхугольника равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними.

9. («Физтех», 2019, 9.5) В окружность Ω радиуса 10 вписаны трапеция $ABCD$ ($AD \parallel BC$) и прямоугольник $A_1B_1C_1D_1$ таким образом, что $AC \parallel B_1D_1$, $BD \parallel A_1C_1$. Найдите отношение площадей $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$, если известно, что $AD = 16$, $BC = 12$.

$\frac{2}{1}$ или $\frac{09}{67}$

10. («Ломоносов», 2010.2) На основании AC равнобедренного треугольника ABC взята точка E , а на боковых сторонах AB и BC точки D и F так, что $DE \parallel BC$ и $EF \parallel AB$. Какую часть площади треугольника ABC занимает площадь треугольника DEF , если $BF : EF = 2 : 3$?

$\frac{92}{9}$

11. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11.3) На сторонах AB и BC треугольника ABC расположены точки M и N соответственно. При этом $AM : MB = 3 : 1$, $CN : NB = 1 : 7$. Какой процент от площади четырёхугольника $AMNC$ составляет площадь треугольника MBN ?

282%

12. («Физтех», 2010.1) В равнобедренном треугольнике ABC основание AC равно 1, угол ABC равен $2 \arctg \frac{1}{2}$. Точка D лежит на стороне BC так, что площадь треугольника ABC вчетверо больше площади треугольника ADC . Найдите расстояние от точки D до прямой AB и радиус окружности, описанной около треугольника ADC .

$\frac{3}{\sqrt{265}}$, $\frac{2\sqrt{5}}{32}$

13. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11.2) Медиана AM треугольника ABC перпендикулярна его биссектрисе BL . Найдите площадь треугольника ABM , если площадь треугольника ABL равна 10.

15

14. («Физтех», 2019, 10.4) В окружность Ω радиуса 13 вписаны трапеция $ABCD$ ($AD \parallel BC$) и прямоугольник $A_1B_1C_1D_1$ таким образом, что $AC \perp B_1D_1$, $BD \perp A_1C_1$. Найдите отношение площади $ABCD$ к площади $A_1B_1C_1D_1$, если известно, что $AD = 10$, $BC = 24$.

$\frac{2}{1}$ или $\frac{88}{688}$

15. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 10–11.3) Найдите площадь треугольника ABC , в котором $AB = 4$, $AC = 5$ и $\cos(\angle B - \angle C) = \frac{11}{16}$.

$\frac{4}{5\sqrt{11}}$