

Показательные уравнения и неравенства на ЕГЭ по математике

Здесь приведены показательные уравнения и неравенства, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

53. (ЕГЭ, 2023) а) Решите уравнение:

$$8^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \cdot 2^{-x} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 10]$.

(0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9)

52. (ЕГЭ, 2023) Решите неравенство

$$4 \cdot 4^{x^2+2x-5} - 33 \cdot 2^{x^2+2x-5} + 8 \geq 0.$$

(-∞; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; ∞)

51. (ЕГЭ, 2023) Решите неравенство

$$\frac{4^x + 2^{x+1} - 36}{2^x - 5} + \frac{4^{x+1} - 2^{x+5} + 4}{2^x - 8} \leq 5 \cdot 2^x + 7.$$

(-∞; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9)

50. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$\frac{4}{3^x - 27} \geq \frac{1}{3^x - 9}.$$

(1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; ∞)

49. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$3^x + \frac{243}{3^x - 36} \geq 0.$$

(2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; ∞)

48. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$3^x - \frac{702}{3^x - 1} \geq 0.$$

(0; ∞)

47. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$2^x - \frac{240}{2^x - 1} \geq 0.$$

(∞+; 17] ; (0; ∞-)

46. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$\frac{2^{x+1} - 17 \cdot 2^{2-x}}{2^x - 2^{6-x}} \geq 1.$$

(∞+; 8] ; [1; ∞-)

45. (ЕГЭ, 2021) а) Решите уравнение:

$$3 \cdot 9^{x+1} - 5 \cdot 6^{x+1} + 8 \cdot 2^{2x} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

1- (9 ; 1- ; 2- (π

44. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$\frac{1}{3^x - 1} + \frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+3} + 3}{3^x - 9} \geq 3^{x+1}.$$

(∞+; 7] ; [1; 0)

43. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$(4^x - 5 \cdot 2^x)^2 - 20(4^x - 5 \cdot 2^x) - 96 \leq 0.$$

[8; 7] ; [0; ∞-)

42. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$(4^x - 2^{x+3})^2 + 28(4^x - 2^{x+3}) + 192 \geq 0.$$

(∞+; 9 ; 801] ; 7 ; [1; ∞-)

41. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$\frac{5^x}{5^x - 4} + \frac{5^x + 5}{5^x - 5} + \frac{22}{25^x - 9 \cdot 5^x + 20} \leq 0.$$

(1 ; 7 ; 801) ; 0

40. (ЕГЭ, 2020) Решите неравенство

$$27 \cdot 45^x - 27^{x+1} - 12 \cdot 15^x + 12 \cdot 9^x + 5^x - 3^x \leq 0.$$

[0;1-];[2-;∞-)

39. (ЕГЭ, 2019) Решите неравенство

$$\frac{9^x + 2 \cdot 3^x - 117}{3^x - 27} \leq 1.$$

(ε;2]

38. (ЕГЭ, 2019) Решите неравенство

$$\frac{25^{x^2+x-10} - (0,2)^{x^2-2x-7}}{0,5 \cdot 4^{x-1} - 1} \leq 0.$$

[ε;ε/8);[ε-;∞-)

37. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x} - 3 \cdot 5^x \cdot 2^{x+1} + 4^{x+1}}{10^x - 2^{2x}} \leq 1.$$

[1;0);(0;∞-)

36. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$3^{x^2} \cdot 5^{x-1} \geq 3.$$

(∞+;1];[ε;ε]∩[1-;∞-)

35. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$2(8^x + 50^x) > 20^x + 3 \cdot 125^x.$$

(0;∞-)

34. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$(4^x - 2^{x+2})^2 - 28(4^x - 2^{x+2}) - 128 \geq 0.$$

(∞+;ε]∩{1}

33. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 4^{x-2}}{2 \cdot 4^{x-2} - 1} \geq \frac{7}{4^x - 1} + \frac{40}{16^x - 9 \cdot 4^x + 8}.$$

$$(\infty+; \frac{7}{8}) \cap \{1\} \cap (0; \infty-)$$

32. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{8^{x+1} - 40}{2 \cdot 64^x - 32} \leq 1.$$

$$(\infty+; \frac{5}{8}) \cap \{\frac{5}{1}\}$$

31. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$4^{6x-x^2-4} - 34 \cdot 2^{6x-x^2-4} + 64 \geq 0.$$

$$(\infty+; 9] \cap \{8\} \cap [1; \infty-)$$

30. (ЕГЭ, 2017) а) Решите уравнение

$$8^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 2^{5-x} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 20]$.

$$\frac{7}{1} (9; \frac{7}{1}; 2; \frac{7}{1})$$

29. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017) а) Решите уравнение

$$4^x - 2^{x+3} + 15 = 0.$$

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $[2; \sqrt{10}]$.

$$[2; \sqrt{10}] \cap (9; \frac{7}{1}; 2; \frac{7}{1})$$

28. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{35^{x^2} - 5^{x^2} - 5 \cdot 7^{x^2} + 5}{2\sqrt{x+2} + 1} \geq 0.$$

$$(\infty+; 1] \cap \{0\} \cap [1-; 7-]$$

27. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \cdot 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}.$$

$$[2; 1] \cap [2; \frac{7}{1}; 0] \cap (0; 2; \frac{7}{1}; -] \cap [1-; 7-]$$

26. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{3^{2x} - 54 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2(x+1)} - 1}{x + 3} \leq 0.$$

$\left[\frac{5}{3}; 8\right)$

25. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0.$$

$(2; 5] \cup [8; 10)$

24. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{4^x - 2^{x+4} + 30}{2^x - 2} + \frac{4^x - 7 \cdot 2^x + 3}{2^x - 7} \leq 2^{x+1} - 14.$$

$(2^{\log_2 3}; 2] \cup [1; \infty)$

23. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3.$$

$(2; 9] \cup [1; \infty)$

22. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$125^x - 25^x + \frac{4 \cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \leq 4.$$

$(1; 4] \cup \{0\}$

21. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{27^{x+\frac{1}{3}} - 10 \cdot 9^x + 10 \cdot 3^x - 5}{9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3} \leq 3^x + \frac{1}{3^x - 2} + \frac{1}{3^{x+1} - 1}.$$

$(1; 2] \cup [0; 1) \cup (1; \infty)$

20. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$2^{4 \cos x} + 3 \cdot 2^{2 \cos x} - 10 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

$\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \quad (9; \mathbb{Z} \ni u, u \neq 2 + \frac{\pi}{x} \mp \pi)$

19. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$8^x - 7 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\log_2 5; \log_2 11]$.

$$[2^{\log_2 5}; 2^{\log_2 11}]$$

18. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$2^{\frac{x}{x+1}} - 2^{\frac{5x+3}{x+1}} + 8 \leq 2^{\frac{2x}{x+1}}.$$

$$(\infty; 0] \cup (-1; \infty)$$

17. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 6^x - 4^{x+1} - 9}{9^x - 3} \leq 3.$$

$$\left[\frac{3}{4}; \log_3 1 \right)$$

16. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0.$$

$$\left[\frac{3}{4}; -1 \right)$$

15. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{31 - 5 \cdot 2^x}{4^x - 24 \cdot 2^x + 128} \geq 0,25.$$

$$\{3; 4\} \cup \{1\}$$

14. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{2}{3^x - 9} \geq \frac{8}{3^x - 3}.$$

$$[1; 2) \cup (2; \infty)$$

13. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{105}{(2^{4-x^2} - 1)^2} - \frac{22}{2^{4-x^2} - 1} + 1 \geq 0.$$

$$(\infty; 2) \cup (2; 1] \cup \{0\} \cup [-1; 2) \cup (-2; \infty)$$

6. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 5 \cdot 2^{2x+2} - 21 \cdot 2^{x-1} + 1 \leq 0, \\ \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} + \frac{3x + 1}{x - 1} \leq \frac{4x + 1}{x}. \end{cases}$$

$$\left[\frac{7}{8} \right] \cap \{-1\} \cap \{0\}$$

5. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 29 \cdot 2^x + 168 \leq 0, \\ \frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x - 4} + \frac{5}{x}. \end{cases}$$

$$\left[\frac{1}{2} \right] \cap \{1\} \cap \{2\}$$

4. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + (1 - \sqrt{10})x - \sqrt{10} \leq 0, \\ \frac{3^{|x^2 - 2x - 1|} - 9}{x} \geq 0. \end{cases}$$

$$\left[\frac{0}{1} \right] \cap \{1\} \cap (0; 1)$$

3. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2}{5^{x+1} - 1} + \frac{5^{x+1} - 2}{5^{x+1} - 3} \geq 2, \\ \left(\frac{2}{25x^2 + 40x + 7} + \frac{25x^2 + 40x + 7}{2} \right)^2 \geq 4. \end{cases}$$

$$\left[\frac{0}{2} \right] \cap (0; 2) \cap \left(\frac{1}{4} \right) \cap \left[\frac{1}{2} \right] \cap (1; 2)$$

2. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7, \\ \frac{2x^2 - 6x}{x - 4} \leq x. \end{cases}$$

$$\left[\frac{9}{2} \right] \cap \{0\}$$

1. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\left(3^{\frac{x-2}{2}} - 1\right) \sqrt{3^x - 10\sqrt{3^x} + 9} \geq 0.$$

$$\boxed{(\infty+; 4] \cap \{0\}}$$