

Показательные уравнения и неравенства на ЕГЭ по математике

Здесь приведены показательные уравнения и неравенства, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

34. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$(4^x - 2^{x+2})^2 - 28(4^x - 2^{x+2}) - 128 \geq 0.$$

$$(\infty+; 8] \cap \{1\}$$

33. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 4^{x-2}}{2 \cdot 4^{x-2} - 1} \geq \frac{7}{4^x - 1} + \frac{40}{16^x - 9 \cdot 4^x + 8}.$$

$$(\infty+; \frac{5}{8}) \cap \{1\} \cap (0; \infty-)$$

32. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{8^{x+1} - 40}{2 \cdot 64^x - 32} \leq 1.$$

$$(\infty+; \frac{5}{8}) \cap \{\frac{5}{8}\}$$

31. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$4^{6x-x^2-4} - 34 \cdot 2^{6x-x^2-4} + 64 \geq 0.$$

$$(\infty+; 9] \cap \{8\} \cap [1; \infty-)$$

30. (ЕГЭ, 2017) а) Решите уравнение

$$8^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 2^{5-x} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 20]$.

$$\frac{5}{1} (9; \frac{5}{1}; 7; 8)$$

29. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017) а) Решите уравнение

$$4^x - 2^{x+3} + 15 = 0.$$

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $[2; \sqrt{10}]$.

$$5; 7; 8; 9 (9; 5; 8; 7) (8; 9)$$

28. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{35^{|x|} - 5^{|x|} - 5 \cdot 7^{|x|} + 5}{2\sqrt{x+2} + 1} \geq 0.$$

$$(\infty+; 1] \cap \{0\} \cap [1-; -]$$

27. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \cdot 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}.$$

$$[2; 1) \cap [2^{\log_3 0}; 0) \cap (0; 2^{\log_3 1} -] \cap (1-; -]$$

26. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{3^{2x} - 54 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2(x+1)} - 1}{x + 3} \leq 0.$$

$$\left[\frac{2}{3}; 3-\right)$$

25. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0.$$

$$(2; 5^{\log_3 0}] \cap [3^{\log_3 0}; 0)$$

24. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{4^x - 2^{x+4} + 30}{2^x - 2} + \frac{4^x - 7 \cdot 2^x + 3}{2^x - 7} \leq 2^{x+1} - 14.$$

$$(2^{\log_2 2}; 2] \cap [1; \infty-)$$

23. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3.$$

$$(2; 9^{\log_3 0}] \cap [1; \infty-)$$

22. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$125^x - 25^x + \frac{4 \cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \leq 4.$$

$$(1; 7^{\log_5 4}] \cap \{0\}$$

21. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\frac{27^{x+\frac{1}{3}} - 10 \cdot 9^x + 10 \cdot 3^x - 5}{9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3} \leq 3^x + \frac{1}{3^x - 2} + \frac{1}{3^{x+1} - 1}.$$

$$(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}] \cap [0; 1) \cap (1; \infty)$$

20. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$2^{4 \cos x} + 3 \cdot 2^{2 \cos x} - 10 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$.

$$\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \quad (9; \mathbb{Z} \ni u, \text{uz} + \frac{\pi}{2} \mp \pi)$$

19. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$8^x - 7 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\log_2 5; \log_2 11]$.

$$[\log_2 5; \log_2 11]$$

18. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$2^{\frac{x}{x+1}} - 2^{\frac{5x+3}{x+1}} + 8 \leq 2^{\frac{2x}{x+1}}.$$

$$(\infty; 0] \cap (1; \infty)$$

17. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 6^x - 4^{x+1} - 9}{9^x - 3} \leq 3.$$

$$[\frac{3}{4}; \frac{1}{2}]$$

16. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\frac{2^{2x+1} - 96 \cdot 0,5^{2x+3} + 2}{x+1} \leq 0.$$

$$[\frac{1}{2}; 1)$$

15. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{31 - 5 \cdot 2^x}{4^x - 24 \cdot 2^x + 128} \geq 0,25.$$

$$\{1\} \cup (3; 4)$$

7. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 17 \cdot 2^{3-x} \leq 25, \\ \frac{x^2 - 3x - 5}{x - 4} + \frac{3x^2 - 15x + 2}{x - 5} \leq 4x + 1. \end{cases}$$

$[-1; 2] \cap \{3\}$

6. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 5 \cdot 2^{2x+2} - 21 \cdot 2^{x-1} + 1 \leq 0, \\ \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} + \frac{3x + 1}{x - 1} \leq \frac{4x + 1}{x}. \end{cases}$$

$[-\frac{5}{2}; 2] \cap \{-1\}$

5. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 29 \cdot 2^x + 168 \leq 0, \\ \frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x - 4} + \frac{5}{x}. \end{cases}$$

$[1; 2] \cup \{4\}$

4. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + (1 - \sqrt{10})x - \sqrt{10} \leq 0, \\ \frac{3^{|x^2 - 2x - 1|} - 9}{x} \geq 0. \end{cases}$$

$[0; 1] \cap \{1\} \cap (0; 1)$

3. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2}{5^{x+1} - 1} + \frac{5^{x+1} - 2}{5^{x+1} - 3} \geq 2, \\ \left(\frac{2}{25x^2 + 40x + 7} + \frac{25x^2 + 40x + 7}{2} \right)^2 \geq 4. \end{cases}$$

$[0; 2) \cap (2; 9) \cap [4; 1)$

2. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7, \\ \frac{2x^2 - 6x}{x - 4} \leq x. \end{cases}$$

$[9; 801; 2] \cap \{0\}$

1. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\left(3^{\frac{x-2}{2}} - 1\right) \sqrt{3^x - 10\sqrt{3^x} + 9} \geq 0.$$

$(\infty + ; 4] \cap \{0\}$