

Алгебраические уравнения и неравенства на ЕГЭ по математике

Здесь приведены алгебраические уравнения и неравенства, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

23. (ЕГЭ, 2018) а) Решите уравнение:

$$\sqrt{x^3 - 5x^2 - 9x + 22} = 4 - x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 2\sqrt{10}\right]$.

1 9 : 1 : 1 - (e)

22. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 4x - 3}{x^2 - 4x + 3} + \frac{x^2 - 4x + 24}{x^2 - 4x} \geq 0.$$

(\infty+; 7) \cap (8; 1) \cap (0; \infty-)

21. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{x^4 - 2x^3 + x^2}{x^2 + x - 2} - \frac{2x^3 + x^2 + x - 1}{x + 2} \leq 1.$$

(\infty+; 1) \cap (1; 1-] \cap (2-; \infty-)

20. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\frac{(5x - 3)^2}{x - 2} \geq \frac{9 - 30x + 25x^2}{14 - 9x + x^2}.$$

(\infty+; 8] \cap (2; 2) \cap \{9; 0\}

19. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + x}}{x^2 + x - 1} \leq 0.$$

(\infty+; \frac{2}{1-2\sqrt{2}}) \cap [\frac{8}{1}; 0] \cap [1-; \frac{2}{2\sqrt{2}+1}-)

18. (МИОО, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{x^5 - x^2}{x^2} \geq \frac{x^3 - 1}{4x^2}, \\ \left| 2x^2 + \frac{19}{8}x - \frac{1}{8} \right| \geq 3x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{19}{8}. \end{cases}$$

$$\left[\frac{1}{8}; 1 \right] \cap \left[\frac{2}{1}; 0 \right) \cap \left(0; \frac{2}{1} - \right]$$

17. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}, \\ \frac{2 - (x - 5)^{-1}}{2(x - 5)^{-1} - 1} \leq -0,5. \end{cases}$$

$$\left(\frac{5}{9}; 0 \right) \cap \left(0; \frac{9}{9} \wedge \frac{2}{7} - 1 - \right]$$

16. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3|x + 1| + \frac{1}{2}|x - 2| - \frac{3}{2}x \leq 8, \\ x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x - 5} \leq 2. \end{cases}$$

$$\left[\frac{1}{8}; 1 \right] \cap \{0; \frac{2}{7}\}$$

15. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} |x + 2| - x|x| \leq 0, \\ (x^2 - x - 6)\sqrt{8 - x} \leq 0. \end{cases}$$

$$\{8\} \cap \left[\frac{2}{7}; 2 \right]$$

14. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2}{0,5x\sqrt{5} - 1} + \frac{0,5x\sqrt{5} - 2}{0,5x\sqrt{5} - 3} \geq 2, \\ \left(\frac{2}{x - 4} + \frac{x - 4}{2} \right)^2 \leq \frac{25}{4}. \end{cases}$$

$$\left[\frac{5}{9}; \frac{5}{9} \right) \cap \left[\frac{5}{4}; \frac{5}{7} \right)$$

13. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{3}{2-x-\sqrt{3}} + \frac{x+\sqrt{3}-1}{x+\sqrt{3}-3} \geq 3, \\ (5x+2)(9-5x)(25x^2-35x-18) < 0. \end{cases}$$

$$\left[\left(\mathbb{R}^+ - \frac{\pi}{2}; \mathbb{R}^+ - \pi \right) \cap \left(\mathbb{R}^+ - \pi; \frac{\pi}{2} - \right) \cap \left(\frac{\pi}{2} -; \mathbb{R}^+ - \pi \right] \right]$$

12. (МИОО, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{(x-1)^2 + 4(x+1)^2}{2} \leq \frac{(3x+1)^2}{4}, \\ \frac{x^3 + 37}{(x+4)^3} \geq 1 + \frac{1}{(x+4)^2}. \end{cases}$$

$$\mathbb{R}^-$$

11. (МИОО, 2011) Решите систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} - \frac{6}{x-3} \geq 0, \\ \sqrt{x^2 + 34} \geq 6. \end{cases}$$

$$\left(\mathbb{R}^+ \setminus \mathbb{Z} \right) \cap \left[\frac{\pi}{6}; \mathbb{Z}^+ \right] \cap \left[\mathbb{Z}^+; \infty - \right)$$

10. (МИОО, 2011) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2x^2 - 2x + 1}{2x - 1} \leq 1, \\ 25x^2 - 3|3 - 5x| < 30x - 9. \end{cases}$$

$$\{1\} \cap \left(\frac{\pi}{7}; 0 \right)$$

9. (МИОО, 2011) Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{x^2 - 7x + 12} + \frac{x-4}{3-x} \right) \sqrt{6x - x^2} \leq 0.$$

$$\left[9; 9 \right] \cap \left(7; 8 \right) \cap \left(8; 0 \right]$$

8. (МИОО, 2011) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \left(\frac{x+5}{4+x} - \frac{1}{x^2+9x+20} \right) \sqrt{-7x-x^2} \geq 0, \\ x\sqrt{8} - 7x + 14\sqrt{8} > 57. \end{cases}$$

$$[2-8^{\wedge};9-] \cap [9-;2-]$$

7. (МИОО, 2011) Решите неравенство:

$$((x+1)^{-1} - (x+6)^{-1})^2 \leq \frac{|x^2 - 10x|}{(x^2 + 7x + 6)^2}.$$

$$(\infty+;2^{\wedge};9+9] \cap \{9\} \cap [2^{\wedge};9-9-] \cap (9-;\infty-)$$

6. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\left(2x - 3 - \frac{5}{x} \right) \left(\frac{14}{x+1} + 2 + (\sqrt{-1-2x})^2 \right) \geq 0.$$

$$[\frac{5}{1}-;1-] \cap (1-;8-]$$

5. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{(x+2)^2} + \frac{x^2 + 2x + 1}{(x-3)^2} \leq \frac{(2x^2 - x + 5)^2}{2(x+2)^2(x-3)^2}.$$

$$[\frac{2}{1}]$$

4. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x-1} + \frac{x-4}{x^2 - 3x + 2} \leq 0.$$

$$[7;2) \cap (1;\infty-)$$

3. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\sqrt{7-x} < \frac{\sqrt{x^3 - 6x^2 + 14x - 7}}{\sqrt{x-1}}.$$

$$[2;3) \cap (2;1)$$

2. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\left(x + \frac{3}{x}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1}{\sqrt{5-x} - 1}\right)^2 \geq 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1}{\sqrt{5-x} - 1}\right)^2.$$

[8; 4) ∩ (4; 8] ∩ {2} ∩ [1; 0]

1. (МИОО, 2009) Решите уравнение:

$$\sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x-4}} = 4.$$

[8; 4]