

## Логарифмические уравнения и неравенства на ЕГЭ по математике

Здесь приведены логарифмические уравнения и неравенства, которые предлагались на ЕГЭ по математике (профильный уровень, сложная часть), а также на диагностических, контрольных и тренировочных работах МИОО начиная с 2009 года.

**129.** (ЕГЭ, 2024) Решите неравенство:

$$\log_3 \left( \frac{1}{x} - 1 \right) + \log_3 \left( \frac{1}{x} + 1 \right) \leq \log_3 (8x - 1).$$

$$\boxed{(\frac{1}{9}; 0] \ni x}$$

**128.** (ЕГЭ, 2024) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2 (2x^2 - 13x + 20) - 1}{\log_3 (x + 7)} \leq 0.$$

$$\boxed{(-7; -6) \cup (2; 5) \cup (4; 4,5] \ni x}$$

**127.** (ЕГЭ, 2024) Решите неравенство:

$$\frac{3 \lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2.$$

$$\boxed{\{1\} \cap (\infty; 0) \cap (10; 0) \ni x}$$

**126.** (ЕГЭ, 2023) а) Решите уравнение:

$$\log_3 (x^3 + 6x^2 - 3x - 19) = \log_3 (x + 5).$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\log_{0,5} 100; \log_{0,5} 0,3]$ .

$$\boxed{2 - \log_3 7 \ni x}$$

**125.** (ЕГЭ, 2023) Решите неравенство

$$\frac{\log_2 x^2 - \log_3 x^2}{\log_6^2 (2x^2 - 10x + 12,5) + 1} \geq 0.$$

$$\boxed{(\infty; \frac{7}{9}) \cup (\frac{7}{9}; 1] \cup [1; \infty) \ni x}$$

124. (ЕГЭ, 2023) Решите неравенство

$$\log_3^2(x-4) - \log_3^2(x-6) \leq 0.$$

$$\boxed{[2^{\wedge} + 9; 9]}$$

123. (ЕГЭ, 2023) Решите неравенство

$$\log_{0,1}(x^3 - 5x^2 - 25x + 125) \leq \log_{0,01}(x-5)^4.$$

$$\boxed{(\infty + ; 9) ; (9 ; 7-]}$$

122. (ЕГЭ, 2023) Решите неравенство

$$\log_4((x-5)(x^2 - 2x - 15)) + 1 \geq 0,5 \log_2(x-5)^2.$$

$$\boxed{(\infty + ; 9) ; (9 ; 9; 7; 7-]}$$

121. (ЕГЭ, 2023) Решите неравенство

$$\frac{45}{(\log_2^2 x + 6 \log_2 x)^2} + \frac{14}{\log_2^2 x + 6 \log_2 x} + 1 \geq 0.$$

$$\boxed{(\infty + ; 1) ; (1 ; \frac{7}{1}] ; \frac{8}{1} ; [\frac{28}{1} ; \frac{69}{1}] ; (\frac{79}{1} ; 0)}$$

120. (ЕГЭ, 2022) Решите неравенство

$$\frac{\log_4(64x) - 2}{\log_4^2 x - \log_4 x^3} \geq -1.$$

$$\boxed{(0 ; 1) ; (64 ; 4 ; 4 ; \infty)}$$

119. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$\frac{1}{\log_3 x + 4} + \frac{2}{\log_3(3x)} \cdot \left( \frac{2}{\log_3 x + 4} - 1 \right) \leq 0.$$

$$\boxed{(\infty + ; \frac{8}{1}) ; [\frac{28}{1} ; \frac{18}{1}]}$$

118. (ЕГЭ, 2021) Решите неравенство

$$\log_4^2(16 + 14x - x^2) + 5 \cdot \log_{0,25}(16 + 14x - x^2) + 6 > 0.$$

$$\boxed{(\frac{99}{1} \wedge + 2 ; 71) ; (8 ; 9) ; (0 ; \frac{99}{1} \wedge - 2)}$$

117. (ЕГЭ, 2020) Решите неравенство

$$\log_5((3-x)(x^2+2)) \geq \log_5(x^2-7x+12) + \log_5(5-x).$$

[3;7]

116. (ЕГЭ, 2020) Решите неравенство

$$x^2 \log_{343}(x+3) \leq \log_7(x^2+6x+9).$$

[9^2; 7-]; [9^2; 7-]

115. (ЕГЭ, 2020) Решите неравенство

$$x^2 \log_{625}(6-x) \leq \log_5(x^2-12x+36).$$

(9; 5]; [2^2; 2^2]

114. (ЕГЭ, 2020) Решите неравенство

$$x^2 \log_{25}(x-3) \geq \log_5(x^2-6x+9).$$

(∞+; 7]

113. (ЕГЭ, 2019) а) Решите уравнение:

$$\log_5(2-x) = \log_{25} x^4.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$ .

2- (9; 1; 2- (8

112. (ЕГЭ, 2019) Решите неравенство

$$\log_{0,5}(10-10x) \leq \log_{0,5}(x^2-5x+4) + \log_{0,5}(x+3).$$

[1-; 8-]

111. (ЕГЭ, 2019) Решите неравенство

$$\log_3(9-9x) > \log_3(x^2-3x+2) + \log_3(x+4).$$

(-4; -1); (-1; 1)

110. (ЕГЭ, 2019) Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}((4-x)(x^2+29)) \leq \log_{\frac{1}{3}}(x^2-10x+24) + \log_{\frac{1}{3}}(7-x).$$

[1;1]

109. (ЕГЭ, 2019) Решите неравенство

$$\log_3(4-4x) \geq \log_3(x^2-4x+3) + \log_3(x+2).$$

[1;-2-]

108. (ЕГЭ, 2019) Решите неравенство

$$\log_2((x-1)(x^2+2)) \leq 1 + \log_2(x^2+3x-4) - \log_2 x.$$

[2;1]

107. (ЕГЭ, 2018) а) Решите уравнение:

$$\log_3 x \cdot \log_3(4x^2-1) = \log_3 \frac{x(4x^2-1)}{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\log_5 2; \log_5 27]$ .

1 (9;8;1 (в

106. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$\log_2(2x^2+4) - \log_2(x^2-x+10) \geq \log_2\left(2 - \frac{1}{x}\right).$$

(∞+;5]; [8/2; 6/1)

105. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$\log_{11}(8x^2+7) - \log_{11}(x^2+x+1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right).$$

[0; 8/98-); [21-; ∞-)

104. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$\log_3\left(\frac{1}{x} + 2\right) - \log_3(x+4) \leq \log_3\left(\frac{x+5}{x^2}\right).$$

[01; 0); (6/1-; 2-]

103. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$\log_3(2x + 1) + \log_3\left(\frac{1}{32x^2} + 1\right) \geq \log_3\left(\frac{1}{16x} + 1\right).$$

$$(\infty+;0):\left(\frac{91}{1}-;\frac{7}{1}-\right]$$

102. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$2 \log_2(x\sqrt{5}) - \log_2\left(\frac{x}{1-x}\right) \leq \log_2\left(5x^2 + \frac{1}{x} - 2\right).$$

$$\left(1;\frac{5}{1}\right]:\left[\frac{5}{2};0\right)$$

101. (ЕГЭ, 2018) Решите неравенство

$$\log_2\left(\frac{1}{x} - 1\right) + \log_2\left(\frac{1}{x} + 1\right) \leq \log_2(27x - 1).$$

$$\left(1;\frac{5}{1}\right]$$

100. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{\log_2(32x)}{\log_2 x - 5} + \frac{\log_2 x - 5}{\log_2(32x)} \geq \frac{\log_2 x^{16} + 18}{\log_2^2 x - 25}.$$

$$(\infty+;28) \cap \{91\} \cap \left(\frac{28}{1};0\right)$$

99. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{\log_3 x}{\log_3\left(\frac{x}{27}\right)} \geq \frac{2}{\log_3 x} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}.$$

$$(\infty+;22) \cap \{3\} \cap (1;0)$$

98. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{\log_2(32x) - 1}{\log_2^2 x - \log_2 x^5} \geq -1.$$

$$(0;1) \cup \{2\} \cup \{4\} \cup (1;\infty)$$

97. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2x^2 - 17x + 35) - 1}{\log_7(x + 6)} \leq 0.$$

$$\left[\frac{7}{11};5\right) \cap \left(\frac{7}{2};8\right] \cap (9-;9-)$$

96. (ЕГЭ, 2017) а) Решите уравнение

$$\log_2(x^2 - 14x) = 5.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\log_3 0,1; 5\sqrt{10}]$ .

$$\boxed{2 - (9 \sqrt{10} + 2) \cdot e}$$

95. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\log_2^2(25 - x^2) - 7 \log_2(25 - x^2) + 12 \geq 0.$$

$$\boxed{(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}) \cap (\frac{1}{2}; \frac{1}{2}) \cap (\frac{1}{2}; \frac{1}{2})}$$

94. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x^2 + 6x + 9)} \geq 0.$$

$$\boxed{(\infty + ; 1 - ] \cap (2 - ; \frac{7}{2} - ) \cap (\frac{7}{2} - ; \infty -)}$$

93. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0.$$

$$\boxed{(\frac{1}{8}; \frac{1}{8}) \cap (\frac{1}{8}; 0)}$$

92. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$\log_{49}(x + 4) + \log_{x^2 + 8x + 16} \sqrt{7} \leq -\frac{3}{4}.$$

$$\boxed{(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - ] \cap (\frac{1}{2} - ; \frac{1}{4} -)}$$

91. (МИОО, 2017) Решите неравенство

$$(5 - 2x) \log_{-x^2 + 4x - 3}(x - 1) \geq 0.$$

$$\boxed{(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}) \cap (2; 1)}$$

90. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$2 \log_{(x^2 - 6x + 10)^2}(5x^2 + 3) \leq \log_{x^2 - 6x + 10}(4x^2 + 7x + 3).$$

$$\boxed{[2; 3) \cap (3; 0]}$$

89. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\log_{1-\frac{1}{(1-x)^2}} \left( \frac{x^2 + 5x + 8}{x^2 - 3x + 2} \right) \leq 0.$$

$$(\infty+; z) \cap (0; \frac{7}{8}-]$$

88. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{2}} (x^2 - 2x + 1) \geq 2.$$

$$(\infty+; z) \cap (z; 1) \cap (1; \frac{5}{2}]$$

87. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$2 \log_9^2 x - 3 \log_9 x + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\sqrt{10}; \sqrt{99}]$ .

$$6 \text{ (} 9 \text{ ; } 6 \text{ и } 9 \text{ )}$$

86. (ЕГЭ, 2016) а) Решите уравнение

$$2 \log_3^2(2 \cos x) - 5 \log_3(2 \cos x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$ .

$$\frac{9}{2\pi} ; \frac{9}{\pi} \text{ (} 9 \text{ ; } \mathbb{Z} \ni u, u \neq z + \frac{9}{2} \text{ )}$$

85. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$(4^{x^2-x-6} - 1) \cdot \log_{0,25} (4^{x^2+2x+2} - 3) \leq 0.$$

$$(\infty+; 9] \cap \{1-\} \cap [z-; \infty-)$$

84. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$(5x - 13) \cdot \log_{2x-5} (x^2 - 6x + 10) \geq 0.$$

$$(\infty+; 9) \cap [\frac{9}{8}; \frac{9}{2}]$$

83. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\log_{x^2+1} (x-3)^2 \cdot \log_{x^2+1} \frac{(x-3)^2}{(x^2+1)^3} \leq -2.$$

$$[\frac{9}{4}; 1] \cap [z-; \infty-)$$

82. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x).$$

[5; 801; 0]

81. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$(\log_2^2 x - 2 \log_2 x)^2 < 11 \log_2^2 x - 22 \log_2 x - 24.$$

(91; 8) ∩ (7; 1)

80. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\lg^4 x - 4 \lg^3 x + 5 \lg^2 x - 2 \lg x \geq 0.$$

(∞+; 001] ∩ {01} ∩ [1; 0)

79. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{3 \lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2.$$

(∞+; 001) ∩ {1} ∩ (001; 0)

78. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\log_2^2 (4 + 3x - x^2) + 7 \log_{0,5} (4 + 3x - x^2) + 10 > 0.$$

(7; 8) ∩ (0; 1-)

77. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\frac{\log_{1-2x}((x+1)(1-4x+4x^2))}{\log_{x+1}(1-2x)} \leq -1.$$

7; 1-

76. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{x-1}} 5 \leq \log_{\frac{x}{2}} 5.$$

[8; 3]



75. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\log_{x^2+x}(x^2 - 2x + 1) \leq 1.$$

$$(\infty+;1) \cap \left(1; \frac{1}{1-\sqrt{5}}\right) \cap \left[\frac{5}{1}; 0\right) \cap \left(1-; \frac{1}{\sqrt{5}+1}-\right)$$

74. (ЕГЭ, 2014) а) Решите уравнение:

$$\log_5(2-x) = \log_{25} x^4.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$ .

$$2- (9 ; 1 ; 2- (8$$

73. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{4-x}(x+4) \cdot \log_{x+5}(6-x) \leq 0, \\ 25^{x^2-2x+10} - 0,2^{2x^2-4x-80} \leq 0. \end{cases}$$

$$\{-3; 4\} \cap \{8\}$$

72. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^x + 8 \cdot 3^{-x} \geq 9, \\ 2 \log_{(x^2-4x+5)^2}(4x^2+1) \leq \log_{x^2-4x+5}(3x^2+4x+1). \end{cases}$$

$$[4; 2) \cap \{0\} \cup \{8; 8\}$$

71. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 19 \cdot 4^x + 4^{-x} \leq 20, \\ x \cdot \log_{x+3}(7-2x) \geq 0. \end{cases}$$

$$\{0\} \cap (2-; 6 \log_{19} 1-]$$

70. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 16^{x-\frac{5}{4}} - 3 \cdot 4^{x-\frac{3}{2}} + 1 \geq 0, \\ \log_2 \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x - 2} \leq 1. \end{cases}$$

$$\left\{\frac{7}{8}\right\} \cap \left[1-; \frac{7}{2}-\right)$$

69. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_3 \left( \frac{x^2}{4} - \frac{16}{x^2} \right) \leq 1, \\ \frac{2x^2 + x - 28}{(x-6)^3 + (x-5)^3 - 1} \leq 0. \end{cases}$$

$$[\frac{7}{2}; 4] \cap \{4-\}$$

68. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9^{x+\frac{1}{2}} - 28 \cdot 3^{x-1} + 1 \leq 0, \\ \log_{(\sqrt{7})^{x+\frac{1}{2}}} 7^{\frac{2}{x^2+x}} \leq \frac{4}{2x+1}. \end{cases}$$

$$\{1\} \cap (0; \frac{7}{1}) \cap (1-; 2-)$$

67. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^x + \frac{54}{3^x} \geq 29, \\ \log_{x+3} \left( \frac{x+1}{4} \right) \leq 0. \end{cases}$$

$$[\frac{8}{3}] \cap [2; 3] \cap (1-)$$

66. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_x(x^3 - 1) \leq \log_x(x^3 + 2x - 4), \\ \sqrt{3 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 3} \geq 2^x - 3. \end{cases}$$

$$(\infty+; 3; 5]$$

65. (МИОО, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_2^2(-\log_2 x) + \log_2 \log_2^2 x \leq 3, \\ -4|x^2 - 1| - 3 \geq \frac{1}{x^2 - 1}. \end{cases}$$

$$[\frac{2}{1}; \frac{2}{\sqrt{e}}]$$

64. (МИОО, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x-1}{x+1,3} + \log_2(x+1,3)^2 \geq 2. \end{cases}$$

$$\{x\} \cap (x; 1 - ; 2 -)$$

63. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9^x - 5 \cdot 3^x + 4 \geq 0, \\ \log_{\frac{3x^2+4x+1}{4x+1}} \left| \frac{x}{2} \right| \leq 0. \end{cases}$$

$$[2; 7; 8; 0] \cap (0; \frac{7}{1} -)$$

62. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{6x^2-x-1} (2x^2 - 5x + 3) \geq 0, \\ \frac{12x^2 - 31x + 14}{4x^2 + 3x - 1} \leq 0. \end{cases}$$

$$\{x\} \cap (\frac{6}{2}; \frac{7}{2}] \cap (\frac{7}{1} - ; 1 -)$$

61. (ЕГЭ, 2013) а) Решите уравнение:

$$1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-1; \frac{8}{9}\right]$ .

$$\frac{7}{1} \mp (9; \frac{7}{1} \mp ; 2 \wedge \mp (e$$

60. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{7-2x}(x+6) \leq 0, \\ x - \frac{x-3}{x+6} - \frac{x^2+27x+90}{x^2+8x+12} \leq -1. \end{cases}$$

$$[g - ; 9 -)$$

59. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{6-x} \frac{(x-6)^2}{x-2} \geq 2, \\ \frac{x^2 - x - 14}{x-4} + \frac{x^2 - 8x + 3}{x-8} \leq 2x + 3. \end{cases}$$

(9:9)

58. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{5-x} \frac{x+4}{(x-5)^{10}} \geq -10, \\ x^3 + 8x^2 + \frac{50x^2 + x - 7}{x-7} \leq 1. \end{cases}$$

(7:z] ∩ {0} ∩ {8-}

57. (ЕГЭ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{1}{5x-12} + \frac{2x^2 - 6x + 1}{x-3} \geq 2x, \\ \log_{x+1}(2x+7) \cdot \log_{x+1} \frac{2x^2 + 9x + 7}{(x+1)^4} \leq -2. \end{cases}$$

(∞+:8) ∩ [2/5; 9^∧]

56. (ФЦТ, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x^2 - 2x + 26) \leq 3 \log_{3-x} 3, \\ \frac{x^2 - 2x - 2}{x-3} \leq \frac{x}{2} + 1. \end{cases}$$

(8:z^∧ + 1] ∩ [1:z^∧ - 1]

55. (МИОО, 2013) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{x+1}(2x-5) + \log_{2x-5}(x+1) \leq 2, \\ 25^x - 20^x - 2 \cdot 16^x \leq 0. \end{cases}$$

(8:5/8)

54. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 32 \cdot 2^{-x} \geq 33, \\ 2 \log_9(4x^2 + 1) \geq \log_3(3x^2 + 4x + 1). \end{cases}$$

$$(\infty+; 9] \cap [0; \frac{8}{7}-) \cap (1-; \infty-)$$

53. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4 \cdot 4^x - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ \log_{x^2}(x-1)^2 \leq 1. \end{cases}$$

$$[8; 1) \cap [\frac{8}{7}; 0) \cap (0; 1-)$$

52. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2 \cdot 3^{x+2} + 27 \cdot 3^{-x} \leq 87, \\ \log_{3x} \frac{1}{27} \cdot \log_3(27x) + 9 \geq 0. \end{cases}$$

$$[\frac{8}{3} \log_3 1 - 2; 1] \cap (\frac{8}{7}; 0)$$

51. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{160 - 4^x}{32 - 2^x} \geq 5, \\ \log_{0,25x^2} \left( \frac{6-x}{4} \right) \leq 1. \end{cases}$$

$$(9; 9) \cap [5 \log_3 1; 2) \cap (2; 0) \cap (0; 2-) \cap [8-; \infty-)$$

50. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^{4x} - 4^{x+3} \leq 65, \\ \log_{x+5} \left( \frac{3-x}{x} \right)^4 + \log_{x+5} \frac{x}{x-3} \leq 3. \end{cases}$$

$$[99 \log_3 1; 8) \cap [1-; 8-] \cap (7-; 8-)$$

49. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 129 \leq 2^{x+7}, \\ \log_{x+8} \left( \frac{7-x}{x+1} \right)^2 \leq 1 - \log_{x+8} \frac{x+1}{x-7}. \end{cases}$$

$$[6; 7] \cap [2; 8] \cap [8; 9] \cap [9; 10]$$

48. (ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{25 \cdot 0,5^{x-1} - 2^{x-2}}{2^{x+2} - 4^x} \geq 0,5^{x+2}, \\ \log_{6-x} \frac{x^4}{x^2 - 12x + 36} \leq 0. \end{cases}$$

$$(0; 6] \cap [7; 10] \cap (10; 12]$$

47. (МИОО, 2012) Решите систему:

$$\begin{cases} \log_{2x+1}(4x-5) + \log_{4x-5}(2x+1) \leq 2, \\ 9^x - 2 \cdot 6^x - 3 \cdot 4^x \leq 0. \end{cases}$$

$$\left( \frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right)$$

46. (МИОО, 2012) Решите систему:

$$\begin{cases} 3^{4x-1} + 3^{4x+1} \geq 80, \\ \log_{\frac{x}{2}}(4x^2 - 3x + 1) \geq 0. \end{cases}$$

$$(-\infty; 2) \cap \left[ \frac{1}{2}; \frac{4}{3} \right]$$

45. (Москва, репетиционный ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} -11x + 3 \ln 17 + \log_x(\log_2 x + \log_4 x + 1) \geq \frac{1}{\log_2 x} - 11x + 3 \ln 17, \\ 10x - 14 \ln 17 + 3^x + 3^{x+1} > 4^x + 10x - 14 \ln 17. \end{cases}$$

$$\left( \frac{1}{2}; \frac{1}{3} \right] \cap \left( 1; \frac{1}{2} \right)$$

44. (Санкт-Петербург, репетиционный ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} \leq 54, \\ \log_6(x+1) - 2\log_{x+1} 6 + 1 > 0. \end{cases}$$

$$\left[ \frac{1}{3}; 9 \right)$$

43. (ФЦТ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^{2x+1} - 2^{x+2} - 2^x \leq 3, \\ \log_{x+\frac{2}{9}} 3 \leq \log_{\sqrt{x}} 3. \end{cases}$$

$$\left[ \frac{1}{3}; 1 \right) \cap \left( \frac{6}{7}; \frac{6}{4} \right] \cap \left[ \frac{6}{1}; 0 \right)$$

42. (Юг, пробный ЕГЭ, 2012) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 18 \cdot 2^{x+2} + 128 \leq 0, \\ 2 \log_3 \frac{x-2}{x-3,3} + \log_3(x-3,3)^2 \geq 0. \end{cases}$$

$$\{1\} \cup (3,3;4]$$

41. (МИОО, 2011) Решите систему:

$$\begin{cases} 9^{\lg x} + x^{2 \lg 3} \geq 6, \\ \log_2^2 x + 6 > 5 \log_2 x. \end{cases}$$

$$[\sqrt{10}; 4) \cup (8; +\infty)$$

40. (МИОО, 2011) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x+1) \cdot \log_{x+5}(4-x) \geq 0, \\ \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{x-1,2} + \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{1,2-x} \leq 2. \end{cases}$$

$$\bar{1}$$

39. (МИОО, 2011) Решите систему:

$$\begin{cases} 5^{\log_5^2 x} + x^{\log_5 x} \geq 2\sqrt[4]{5}, \\ \log_3^2 x + 2 > 3 \log_3 x. \end{cases}$$

$$(\infty; 6) \cap (9; 9] \cap \left[ \frac{9}{1}; 0 \right)$$

38. (МИОО, 2011) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{7^{x+3}} 49}{\log_{7^{x+3}} (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}.$$

$$\left(0; \frac{67}{1} -\right) \cap (1-; 8-) \cap (8-; 67-]$$

37. (МИОО, 2011) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 7 \log_9(x^2 - x - 6) \leq 8 + \log_9 \frac{(x+2)^7}{x-3}, \\ \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x+1}} < 52. \end{cases}$$

$$[21; 3) \cap (2-; 12; 8 \log_9 12; 3-]$$

36. (ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$\frac{2 \log_{x+4}(x^2 - 2x)}{\log_{x+4} x^2} \geq 1.$$

$$(\infty+; 3] \cap (1-; 3-) \cap (3-; 4-)$$

35. (ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{9}}(7 - 6x) \cdot \log_{2-x} \frac{1}{3} \geq 1.$$

$$\left(\frac{9}{2}; 1\right) \cap (1; 3-]$$

34. (ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$\frac{\log_x 2x^{-1} \cdot \log_x 2x^2}{\log_{2x} x \cdot \log_{2x-2} x} < 40.$$

$$(\infty+; 2^{\wedge}) \cap (2^{\wedge}; 2^{\wedge}_{\frac{1}{2}}) \cap \left(\frac{2^{\wedge}_{\frac{1}{2}}}{1}; \frac{2^{\wedge}}{1}\right) \cap \left(\frac{2^{\wedge}}{1}; 0\right)$$

33. (ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$\frac{2 \log_5(x^2 - 5x)}{\log_5 x^2} \leq 1.$$

$$[9; 5) \cap (0; 1-)$$



32. (ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$9 \log_7(x^2 + x - 2) \leq 10 + \log_7 \frac{(x-1)^9}{x+2}.$$

[5;1) ∩ (7-;6-]

31. (ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{2}} \left( 5^{1+\lg x} - \frac{1}{2^{1+\lg x}} \right) \geq -1 + \lg x.$$

[ $\frac{7}{1}; \frac{01}{1}$ )

30. (ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$\log_{\sqrt{2x^2-7x+6}} \left( \frac{x}{3} \right) > 0.$$

(∞+;8) ∩ ( $\frac{7}{2}; 7$ ) ∩ ( $\frac{7}{8}; 1$ )

29. (МИОО, 2011) Решите неравенство:

$$\frac{(x^2+x) \lg(x^2+2x-2)}{|x-1|} \geq \frac{\lg(-x^2-2x+2)^2}{x-1}.$$

(∞+;1) ∩ [8-;∞-)

28. (Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$1 - \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+5}{x+3} \geq \log_9(x+1)^2.$$

[1;1-) ∩ (1-;7-] ∩ (9-;2-]

27. (Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$\log_{3-x}(x^2 - 10x + 25) \leq 2 \log_{3-x}(4x - x^2 + 5) - 2.$$

(7;1]

26. (Москва, репетиционный ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$\log_4(x+5)^4 \cdot \log_{16}(x+4)^2 + \log_2 \frac{(x+4)^3}{x+5} - 3 > 0.$$

$$(\infty+; 7-) \cap (9-; \frac{8}{17}-) \cap (9-; \infty-)$$

25. (Санкт-Петербург, репетиционный ЕГЭ, 2011) Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(x^4 - 4x^3 + 4x^2) + \log_{0,25}(6x^2 - 12x - 9)}{x^2 - 2x - 8} \geq 0.$$

$$(\infty+; 4) \cap \{3\} \cap \{1-\} \cap (7-; \infty-)$$

24. (МИОО, 2011) Решите неравенство:

$$(2x+1) \log_5 10 + \log_5 \left(4^x - \frac{1}{10}\right) \leq 2x - 1.$$

$$[9 \sqrt[3]{10} - 1; 10 \sqrt[3]{10} - 1)$$

23. (МИОО, 2011) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2(2x) \cdot \log_{0,5x} 2}{\log_{0,125x} 8} \leq 1.$$

$$[\sqrt[3]{8}; 8) \cap (8; 7) \cap [1; 0]$$

22. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{5^{x+8}} 14}{\log_{5^{x+8}}(x^2 - 25)} \geq \frac{\log_2(x^2 + 9x + 14)}{\log_2(x^2 - 25)}.$$

$$(\sqrt[3]{97} \wedge 9) \cap (2-; 8-) \cap (8-; 6-)$$

21. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{2x+9} \log_{0,5}(x^2 + 4x)}{\log_{2x+9}(x^2 + 8x + 17)} \geq 0.$$

$$\left[\frac{\sqrt[3]{2}}{3} + 7 - 0; 0\right) \cap \left(4 - \frac{\sqrt[3]{2}}{3} - 7\right]$$

20. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{2 \log_{2^{x-1}} |x|}{\log_{2^{x-1}}(x+7)} \leq \frac{\log_3(x+12)}{\log_3(x+7)}$$

$$[\overline{7}; 1) \cap (1; 0) \cap (0; 8-] \cap (9-; 2-)$$

19. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$9^{\log_{\frac{1}{9}} \log_5 x^2} \leq 5^{\log_{\frac{1}{5}} \log_9 x^2}.$$

$$(\infty+; 1) \cap (1-; \infty-)$$

18. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(2-x) - \log_{14}(2-x)}{\log_{14} x - \log_{49} x} \leq \log_4 49.$$

$$(\overline{7}; 1) \cap (1; 0)$$

17. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{3^{x+4}} 27}{\log_{3^{x+4}}(-81x)} \leq \frac{1}{\log_3 \log_{\frac{1}{3}} 3^x}.$$

$$(0; \frac{18}{1}-) \cap (1-; \overline{4}-) \cap (\overline{4}-; 6-]$$

16. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\log_5 \left( (3^{-x^2} - 5)(3^{-x^2+16} - 1) \right) + \log_5 \frac{3^{-x^2} - 5}{3^{-x^2+16} - 1} > \log_5 \left( 3^{7-x^2} - 1 \right)^2.$$

$$(\infty+; \overline{4}) \cap (\overline{4}-; \infty-)$$

15. (ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{9^{x-6}}(x+2)}{\log_{9^{x-6}} x^2} < 1.$$

$$(\infty+; 9) \cap (9; 2) \cap (1; 0) \cap (0; 1-) \cap (1-; 2-)$$

14. (Москва, репетиционный ЕГЭ, 2010) Решите неравенство:

$$\log_4(x+2) \cdot \log_x 2 \leq 1.$$

$$(\infty; \frac{1}{2}] \cap (1; 0)$$

13. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\log_3(x^2 - x - 3) + \log_3(2x^2 + x - 3) \geq \log_3(x^2 - 2)^2 + 2 + \log_{\frac{1}{3}} 4.$$

$$[-2;$$

12. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(2^x - 1)}{x - 1} \leq 1.$$

$$(\infty; 1]$$

11. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\lg(5y^2 - 2y + 1)}{\lg(4y^2 - 5y + 1)^3} \leq \frac{\log_{5^3} 7}{\log_5 7}.$$

$$\left(\frac{7}{5}; 1\right) \cap \left(\frac{7}{1}; 0\right) \cap (0; \frac{1}{5} - ]$$

10. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{\log_{11}(3x + 2\sqrt{x+1} + 2)}{\log_{11}(5x + 3\sqrt{x+1} + 3)^3} \geq \frac{\log_{27} 11}{\log_3 11}.$$

$$\left(\frac{0.9}{69^{\wedge} 8 - 11} ; \frac{7}{8} - \right]$$

9. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\frac{1 - \sqrt{1 - 4 \log_8^2 x}}{\log_8 x} < 2.$$

$$\left(8^{\wedge} 1\right) \cap \left(1 ; \frac{7}{8^{\wedge}}\right]$$

8. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$\log_{6x^2-5x+1} 2 > \log_{\sqrt{6x^2-5x+1}} 2.$$

$$\left(\frac{9}{8}; \frac{6}{7}\right) \cap \left(\frac{6}{7}; 0\right)$$

7. (МИОО, 2010) Решите неравенство:

$$7^{-|x-3|} \cdot \log_2(6x - x^2 - 7) \geq 1.$$

8

6. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\log_x(5 - x) < \log_x(x^3 - 7x^2 + 14x - 5) - \log_x(x - 1).$$

$$(1; 2) \cap (4; 5)$$

5. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\log_x(\log_9(3^x - 9)) < 1.$$

$$(\infty; +\infty) \cap (0; 1)$$

4. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2(3 \cdot 2^{x-1} - 1)}{x} \geq 1.$$

$$(\infty; +\infty) \cap \left(0; \frac{3}{2}\right)$$

3. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\left(x + \frac{4}{x}\right) \cdot (\log_{6-x}(x^2 - 8x + 16))^2 \geq 5 \cdot (\log_{6-x}(x^2 - 8x + 16))^2.$$

$$(9; 9) \cap (5; 4) \cap \{8\} \cap [1; 0)$$

2. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\log_2(x^2 - 4) - 3 \log_2 \frac{x+2}{x-2} > 2.$$

$$(\infty+; 9) \cap (7-; \infty-)$$

1. (МИОО, 2009) Решите неравенство:

$$\frac{\log_2 x - 5}{1 - 2 \log_2 x} \geq 2 \log_2 x.$$

$$\left[ \frac{2}{7}; 7 \right) \cap \left[ \frac{5}{2}; 0 \right)$$