

Дроби

1. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 5–6.2, 7–8.1) Найдите две положительные несократимые дроби со знаменателями, не превосходящими 100, сумма которых равна $\frac{86}{111}$.

2. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.3) Найдите все несократимые положительные дроби, которые увеличиваются в 3 раза, если увеличить и числитель и знаменатель на 12.

3. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.3; 7–8.2; 9.1) Расставьте знаки арифметических действий и скобки в выражении, состоящем из трёх чисел

$$\frac{1}{8} \cdots \frac{1}{9} \cdots \frac{1}{28},$$

так, чтобы результат вычислений был равен $\frac{1}{2016}$.

4. (Всеросс., 2018, ШЭ, 7.1) Числитель и знаменатель дроби — положительные числа. Числитель увеличили на 1, а знаменатель — на 100. Может ли полученная дробь оказаться больше исходной?

5. (Всеросс., 2017, ШЭ, 7.1) Приведите пример двух обыкновенных дробей, разность которых в три раза больше их произведения. Приведите вычисления, обосновывающие это свойство.

6. (Всеросс., 2015, ШЭ, 7.1) Расставьте скобки, чтобы равенство стало верным:

$$0,5 + 0,5 : 0,5 + 0,5 : 0,5 = 5.$$

7. (Всеросс., 2019, ШЭ, 7.2) Существует ли дробь, равная $\frac{7}{13}$, разность знаменателя и числителя которой равна 24?

8. (Всеросс., 2019, МЭ, 7.1) Числитель и знаменатель положительной дроби — натуральные числа. Если числитель увеличить на 3, а знаменатель — на 2, то значение дроби уменьшится. Приведите пример и покажите, как такое могло произойти.

9. (Московская устная олимпиада, 2018, 7.1) Объём бутылки кваса — 1,5 литра. Первый выпил половину бутылки, второй — треть того, что осталось после первого, третий — четверть оставшегося от предыдущих, и так далее, четырнадцатый — пятнадцатую часть оставшегося. Сколько кваса осталось в бутылке?

10. (*Математический праздник, 1997, 6.2*) В папирусе Ринда (Древний Египет) среди прочих сведений содержатся разложения дробей в сумму дробей с числителем 1, например,

$$\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x}.$$

Один из знаменателей здесь заменён буквой x . Найдите этот знаменатель.

598

11. (*Московская устная олимпиада, 2017, 6.5*) Можно ли в равенстве

$$\frac{*}{*} + \frac{*}{*} + \frac{*}{*} + \frac{*}{*} = *$$

заменить звездочки цифрами от 1 до 9, взятыми по одному разу, так, чтобы равенство стало верным?

12. (*Математический праздник, 2003, 7.1*) Расставьте скобки и знаки арифметических действий так, чтобы получилось верное равенство:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6009} = 2003.$$

13. (*Математический праздник, 1999, 7.1*) Числитель и знаменатель дроби — натуральные числа, дающие в сумме 101. Известно, что дробь не превосходит $1/3$. Укажите наибольшее возможное значение такой дроби.

6L/5Z

14. (*Московская устная олимпиада, 2012, 7.1*) Записаны шесть положительных несократимых дробей, сумма числителей которых равна сумме их знаменателей. Паша перевёл каждую из неправильных дробей в смешанное число. Обязательно ли найдутся два числа, у которых одинаковы либо целые части, либо дробные части?

15. (*Математический праздник, 2004, 6–7.3*) а) Придумайте три правильные несократимые дроби, сумма которых — целое число, а если каждую из этих дробей «перевернуть» (то есть заменить на обратную), то сумма полученных дробей тоже будет целым числом.

б) То же, но числители дробей — не равные друг другу натуральные числа.

16. (*Математический праздник, 2000, 7.2*) Карлсон написал дробь $10/97$. Малыш может: 1) прибавлять любое натуральное число к числителю и знаменателю одновременно; 2) умножать числитель и знаменатель на одно и то же натуральное число.

Сможет ли Малыш с помощью этих действий получить дробь,

а) равную $1/2$?

б) равную 1?

лэн (9 :aГ (a

17. («Курчатов», 2015, 7.3) Ученику дано число x , записанное как обыкновенная дробь со знаменателем 7. Он вычислил три новых числа $2x$, $3x$ и $4x$. Каждое из трёх новых чисел ученик округлил до ближайшего целого и результаты сложил. Получилось 100. Найдите x . (Число округляется в меньшую сторону, если его дробная часть меньше $1/2$, и в большую, если дробная часть больше либо равна $1/2$.)

$\frac{L}{8L}$

18. (Московская устная олимпиада, 2016, 7.3) Мальвина записала по порядку 2016 обыкновенных правильных дробей: $1/2, 1/3, 2/3, 1/4, 2/4, 3/4, \dots$ (в том числе и сократимые). Дроби, значение которых меньше чем $1/2$, она покрасила в красный цвет, а остальные дроби — в синий. На сколько количество красных дробей меньше количества синих?

ZE 4H

19. (Математический праздник, 2016, 7.4) Впишите вместо звёздочек шесть различных цифр так, чтобы все дроби были несократимыми, а равенство верным:

$$\frac{*}{*} + \frac{*}{*} = \frac{*}{*}.$$