

Деление с остатком

1. (*Московская устная олимпиада, 2013, 6.1*) В ряд лежат 1000 конфет. Сначала Вася съел девятую конфету слева, после чего съедал каждую седьмую конфету, двигаясь вправо. После этого Петя съел седьмую слева из оставшихся конфет, а затем съедал каждую девятую из них, также двигаясь вправо. Сколько конфет после этого осталось?

892

2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.5, 7–8.4, 9.2*) Филателист Андрей решил разложить все свои марки поровну в 3 конверта, но оказалось, что одна марка лишняя. Когда он разложил их поровну в 5 конвертов, лишними оказались 3 марки; наконец, когда он разложил их поровну в 7 конвертов, осталось 5 марок. Сколько всего марок у Андрея, если известно, что недавно он купил для них дополнительный альбом, вмещающий 150 марок, так как такого же старого альбома уже не хватало?

802

3. (*Всеросс., 2015, II этап, 7.1*) В тридевятом царстве есть только два вида монет: 16 и 27 тугриков. Можно ли заплатить за одну тетрадку ценой в 1 тугрик и получить сдачу?

47

4. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2013, 7.1*) Найдите остаток от деления числа

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2013 + 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2014$$

на 2015.

0

5. (*«Ломоносов», 2012, 7.2*) Вася набирает электронное письмо другу, нажимая на клавиши пальцами одной руки в следующем порядке: большим, указательным, средним, безымянным, мизинцем, безымянным, средним, указательным, большим, указательным, далее по циклу. Каким пальцем был набран 2012-й символ?

Безымянным

6. (*«Курчатов», 2019, 7.3*) У скупого рыцаря есть 5 сундуков с золотом: в первом сундуке 1001 золотая монета, во втором — 2002, в третьем — 3003, в четвертом — 4004, в пятом — 5005. Каждый день скупой рыцарь выбирает 4 сундука, забирает из них по 1 монете и перекладывает в оставшийся сундук. Спустя какое-то время в первом сундуке не осталось монет, а еще в одном сундуке было ровно 2019 монет. В каком?

В первом

7. (*«Высшая проба», 2016, 7.4*) Найдите наименьшее целое положительное число, представимое в виде $20x^2 + 80xy + 95y^2$ для некоторых целых чисел x и y . Строго обоснуйте ответ.

15

8. (Математический праздник, 1998, 7.5) На Луне имеют хождение монеты достоинством в 1, 15 и 50 фертингов. Незнайка отдал за покупку несколько монет и получил сдачу — на одну монету больше. Какова наименьшая возможная цена покупки?

волинлрф 9

9. (Турнир Архимеда, 2018.6) Али-Баба хочет попасть в пещеру с сокровищами. Вход в пещеру откроется, если Али-Баба расставит числа от 1 до 25 в кодовой таблице 5×5 (по одному числу в каждую клеточку) так, чтобы сумма чисел внутри любого «зигзага» из четырёх клеток (рис. 1) была кратна 5.

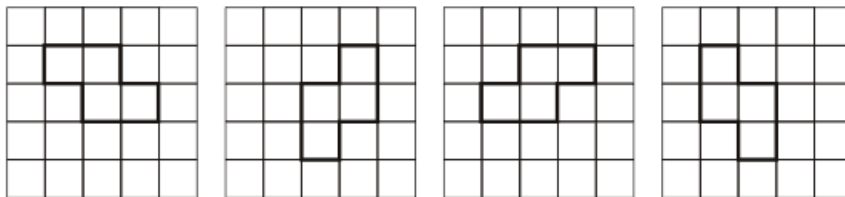


Рис. 1

- А) Сможет ли он войти?
- Б) Изменится ли ответ, если потребовать, чтобы сумма чисел внутри любой «полоски» из четырех клеток (рис. 2) была кратна 5?

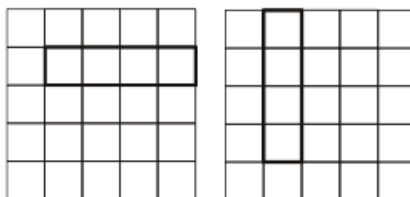


Рис. 2