

Алгебраические преобразования

1. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.2; 7–8.1) Целое число увеличили на 2, при этом его квадрат уменьшился на 2016. Каким число было в начале (до увеличения)?

—505—

2. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.2; 7–8.1) Целое число уменьшили на 3, при этом его квадрат увеличился на 2015. Каким число было в начале (до уменьшения)?

Тажак негәһи хәҗгәһи хикәһи

3. (Московская устная олимпиада, 2011, 7.1) В кафе Цветочного города автомат выдаёт пончик, если ввести в него число x , при котором значение выражения $x^2 - 9x + 13$ отрицательно. А если ввести число x , при котором отрицательно значение выражения $x^2 + x - 5$, то автомат выдаёт сироп. Сможет ли Незнайка, введя в автомат всего одно число, получить и то и другое?

4. («Высшая проба», 2017, 7.1) Дано равенство

$$(x - 7)(x^2 - 28x + \dots) = (x - 11)(x^2 - 24x + \dots).$$

Вместо многоточий стоят некоторые числа, выбранные так, что равенство верно при любом значении x . Найдите числа, стоящие вместо многоточий.

5. («Курчатов», 2016, 7.2) Если у прямоугольника ширину увеличить на 3 см, а высоту уменьшить на 3 см, его площадь не изменится. А как изменится площадь, если вместо этого у исходного прямоугольника ширину уменьшить на 4 см, а высоту увеличить на 4 см?

Уменьшится на 28 см²

6. («Ломоносов», 2019, 7–8.2) Убедитесь, что $1009 = 15^2 + 28^2$, и представьте число 2018 в виде суммы двух квадратов натуральных чисел.

7. («Высшая проба», 2015, 7.2) Натуральные числа x и y таковы, что верно равенство

$$x^2 - 3x = 25y^2 - 15y.$$

Во сколько раз число x больше числа y ?

В 5 раз

8. («Ломоносов», 2015, 7.2) Для двух положительных чисел $a \neq b$ известно, что

$$a^2 - 2015a = b^2 - 2015b.$$

Какое наименьшее значение может принимать $a^2 + b^2$?

2015²

9. («Ломоносов», 2014, 7–8) Незнайка придумал фантастическое умножение \otimes , которое для любых x и y удовлетворяет аксиомам нуликративности:

$$x \otimes x = 0$$

и тилимитивности:

$$x \otimes (y \otimes z) = (x \otimes y) + z.$$

Помогите Знайке вычислить $1755 \otimes 2014$.

692-

10. («Покори Воробьёвы горы!», 2013, 7.5) Можно ли подобрать целые числа $A \neq 0$, $B \neq 0$ и $C \neq 0$ так, чтобы каждый из многочленов $Ax^2 + Bxy + Cy^2$, $Bx^2 + Cxy + Ay^2$ и $Cx^2 + Axy + By^2$ раскладывался в произведение двух линейных множителей с целыми коэффициентами?

онжюл

11. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–8.6) Разложите на множители многочлен $x^4 + 3x^2 + 4$. В ответе укажите сумму коэффициентов получившихся множителей.

9

12. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 7–9) Решите уравнение:

$$\frac{\sqrt{(-x)^2} + (\sqrt{-x})^2}{x^2 + (-x)^2} = \frac{1}{2016}.$$

-2016

13. (Московская устная олимпиада, 2019, 7.7) Два математика решили пообедать в кафе. Общая стоимость их заказов составила 770 рублей. Первый математик сказал: «Суммарное количество блюд, которые мы заказали, — простое число». Второй математик ответил: «Если ты такой умный, то я отдам тебе пряник стоимостью 64 рубля и после этого средняя стоимость блюд у каждого из нас увеличится на один рубль». Сколько рублей потратил каждый из них на свой заказ?

первый потратил 122 рубля, а второй — 648 рублей

14. (Московская устная олимпиада, 2015, 7.9) На каждой из ста карточек записано по одному числу, отличному от нуля, так, что каждое число равно квадрату суммы всех остальных. Какие это числа?