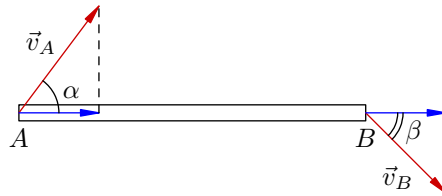


Движение со связями. Кинематика

Пусть палочка AB движется произвольным образом (см. рисунок). Мы считаем палочку абсолютно твёрдой (то есть длина палочки неизменна).



Закон палочки. Составляющие скоростей концов \vec{v}_A и \vec{v}_B в направлении вдоль палочки в любой момент времени совпадают:

$$v_A \cos \alpha = v_B \cos \beta.$$

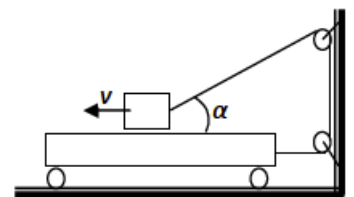
Это утверждение легко доказывается от противного. В самом деле, предположим, что указанные составляющие скоростей различны. Тогда палочка начнёт деформироваться — растягиваться или сжиматься — вопреки её абсолютной твёрдости. Противоречие.

Закон палочки можно применять к движению произвольного твёрдого тела; «палочкой» тогда будет служить любой отрезок, соединяющий пару точек этого тела. Удачный выбор двух-трёх таких отрезков обычно приводит к решению задачи.

Задача 1. (МОШ, 2007, 10) По гладкому горизонтальному столу скользит однородная линейка длиной $L = 25$ см. В некоторый начальный момент времени скорости концов линейки направлены перпендикулярно к ней в разные стороны и равны $v_1 = 10$ см/с и $v_2 = 30$ см/с. Какая скорость v будет у центральной точки линейки через время $t = 5$ с после начального момента? За какое время τ от начального момента линейка повернётся на угол 90° от исходного положения?

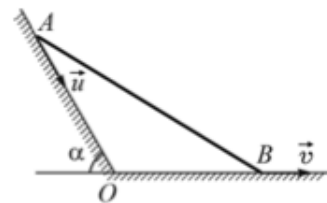
$$\tau \approx \frac{v_2 + v_1}{g} = 1.5 \text{ с} \quad \text{или} \quad \tau = \frac{v_2}{v_1 - v_2} = 1.5$$

Задача 2. (Всеросс., 2017, МЭ, 10) Небольшой брусок через систему блоков связан нерастяжимой нитью с длинной тележкой, которая может катиться по горизонтальной поверхности. Брусок кладут на тележку и приводят в движение с постоянной скоростью $v = 2$ м/с, направленной горизонтально вдоль тележки (см. рис.). Какую скорость относительно бруска будет иметь тележка в тот момент, когда угол между наклонной нитью и горизонтом составит $\alpha = 60^\circ$? Считайте, что в указанный момент тележка не доехала до стены, к которой прикреплены блоки.



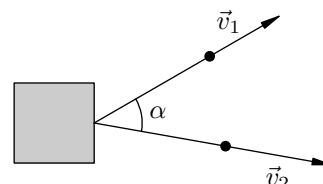
$$\tau \approx g = (v \cos \alpha + 1) a = 1.15 a$$

ЗАДАЧА 3. («Курчатов», 2015, 10) На двугранном угле находится тонкий стержень, нижний конец которого перемещают со скоростью v вдоль горизонтали (см. рисунок). Найдите скорость u верхнего конца стержня в момент, когда $OA : OB = 2 : 1$. Угол $\alpha = 60^\circ$. Концы стержня не отрываются от поверхностей двугранного угла.



$$u \frac{\alpha}{v} = \frac{v \cos \alpha + \alpha}{v \cos \alpha + 1} = n$$

ЗАДАЧА 4. Двое рабочих передвигают тяжёлый ящик с помощью канатов (см. рисунок). Найти скорость ящика в момент, когда канаты образуют угол α , а скорости рабочих \vec{v}_1 и \vec{v}_2 направлены вдоль канатов.



$$v \cos \alpha \cos \alpha - \frac{\alpha}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{v \sin \alpha}{1}} = a$$

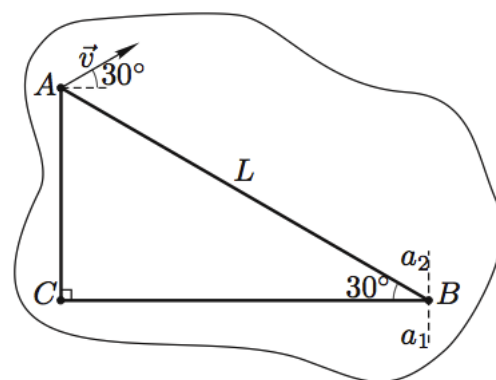
ЗАДАЧА 5. (МГУ, физический ф-т, 1999) Вырезанный из однородного листа металла равнобедренный треугольник положили на гладкую горизонтальную плоскость и толкнули его. В некоторый момент скорость v_A вершины A этого треугольника оказалась перпендикулярной биссектрисе угла A , а скорость вершины C — направленной вдоль стороны AC . Найти перемещение центра треугольника за время τ после указанного момента.

$$\perp v \alpha \frac{\alpha}{1} = s$$

ЗАДАЧА 6. (МОШ, 2014, 10) По горизонтальной плоскости скользит квадратная пластинка $ABCD$. В некоторый момент времени вершина A пластинки движется со скоростью \vec{v}_A , равной по модулю 5 м/с, а соседняя вершина B — со скоростью \vec{v}_B , равной по модулю 1 м/с. При этом скорость \vec{v}_O точки O — центра пластинки — направлена перпендикулярно прямой BD , являющейся диагональю квадрата. Найдите проекцию скорости \vec{v}_O на направление AC в данный момент времени.

$$v \sin \alpha \neq \text{или } v \sin \alpha \neq$$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2007, финал, 9) По гладкой горизонтальной поверхности скользит пластинка, на которой отмечены три точки A , B и C , лежащие в вершинах прямоугольного треугольника с углом 30° при вершине B (см. рисунок). Гипотенуза треугольника равна L . В некоторый момент времени скорость точки A равна по модулю v_0 и направлена под углом 30° к катету BC . Известно также, что скорость точки B в этот момент времени направлена вдоль линии $a_1 a_2$, параллельной катету AC .



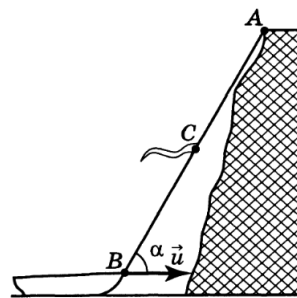
Определите:

- 1) модуль и направление скорости точки B ;
- 2) модуль и направление скорости точки C ;
- 3) положение точки O , скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Изобразите на чертеже векторы скоростей точек B и C , а также положение точки O .

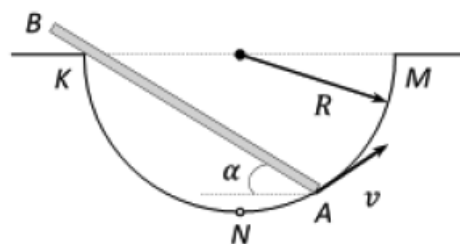
$$1) v_B = v_0, \text{ вниз; } 2) v_C = v_0/2, \text{ вверх; } 3) O \in BC, \text{ при этом } AO \perp \text{ биссектриса угла } A$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2001, финал, 9) С высокого берега озера за верёвку подтягивают лодку. К верёвке привязан флажок (см. рисунок). В момент, когда флажок оказался в точке C посередине между A и B , верёвка была направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найдите скорость флажка в этот момент, если известно, что скорость лодки $u = 1$ м/с.



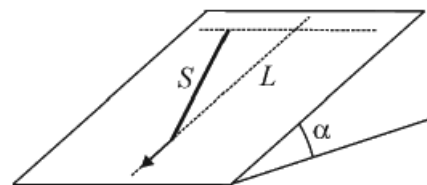
$$\frac{v}{u} \cos \alpha \approx \frac{v}{u} \cos \frac{\pi}{3} + v \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1$$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2016, РЭ, 10) Стержень AB касается уступа K полусферической лунки радиуса R . Точка A движется равномерно со скоростью v по поверхности лунки, начиная из нижней точки N , к точке M . Найти зависимость модуля скорости u конца стержня B от угла α , который стержень составляет с горизонтом. Длина стержня AB равна $2R$.



$$\frac{u}{v} \cos \alpha = 2$$

ЗАДАЧА 10. (МОШ, 2016, 11) Тонкий однородный жёсткий стержень S скользит по гладкой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. В начальный момент времени нижний конец стержня движется вниз вдоль наклонной плоскости (по линии L «падения воды», как указано стрелкой — см. рисунок), а верхний конец стержня движется горизонтально, причем модуль скорости верхнего конца в два раза больше, чем нижнего. По прошествии некоторого промежутка времени оказалось, что середина стержня сместилась на одинаковые расстояния по горизонтали и вдоль линии «падения воды». Во сколько раз изменился модуль скорости середины стержня за этот промежуток времени?



$$\frac{v}{u} \approx \frac{v}{u} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$