

Влажный воздух

Влажный воздух — это смесь сухого воздуха и водяного пара. При решении задач нужно помнить следующие факты.

- Давление влажного воздуха равно сумме парциальных давлений сухого воздуха и водяного пара.
- Влажность воздуха — это отношение парциального давления водяного пара, присутствующего в воздухе, к давлению насыщенного водяного пара при той же температуре.
- Давление насыщенного водяного пара при 100°C приблизительно равно нормальному атмосферному давлению $p_0 = 1 \text{ атм} = 10^5 \text{ Па}$.

ЗАДАЧА 1. (МФО, 2014, 11) Школьник Владислав проводит изотермический процесс над влажным воздухом в цилиндре, измеряя зависимость массы воды m_1 в жидком состоянии от объёма системы V . Владислав нанёс на график две измеренные им экспериментальные точки:

$$(V = 1 \text{ м}^3; m_1 = 30 \text{ г}) \text{ и } (V = 2 \text{ м}^3; m_1 = 20 \text{ г}).$$

Достройте данный график. Какова общая масса воды (в жидком и газообразном состояниях) в цилиндре? Какова плотность насыщенного водяного пара при данной температуре?

См. конец листка

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2015, II этап, 11) В запаянной с одного конца горизонтально лежащей трубке находится воздух с относительной влажностью $\varphi_0 = 60\%$, отделённый от атмосферы столбиком ртути длиной $l = 74 \text{ мм}$. Атмосферное давление соответствует $H = 740 \text{ мм}$ ртутного столба. Какой станет относительная влажность φ , если трубку поставить вертикально открытым концом вниз? Температура постоянна, ртуть из трубки при переворачивании не выливается.

$$\varphi_0 = \frac{H}{l+H} \varphi = \varphi$$

ЗАДАЧА 3. (МФТИ, 1991) В кастрюлю-скороварку залили небольшое количество воды при температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$, причём занимаемый водой объём намного меньше объёма кастрюли. После этого её герметично закрыли крышкой и медленно нагрели. Когда температура в кастрюле достигла $t_1 = 115^\circ\text{C}$, а давление — трёх атмосфер, вся вода испарилась. Оценить по этим данным, какую часть объёма кастрюли занимала вода до начала нагрева. Давлением водяных паров в кастрюле при 20°C можно пренебречь. Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.

$$\rho_0 \cdot V_0 \approx \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} - \frac{V_1}{V_0} \right) \frac{V_1}{\rho_1} = V_0$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1992) В горизонтально расположенном теплопроводящем цилиндре под подвижным поршнем заперт воздух при атмосферном давлении и комнатной температуре. В объём под поршнем впрыснули $m = 5 \text{ г}$ легко испаряющейся жидкости. После того, как жидкость испарилась, оказалось, что объём, занятый воздухом и парами жидкости, увеличился на $\Delta V = 0,6 \text{ л}$. Найти по этим данным молярную массу жидкости. Наружное давление равно атмосферному, $t = 27^\circ\text{C}$. Объёмом, занимаемым жидкостью в начале опыта, можно пренебречь.

$$\rho_{\text{жидк}} \cdot \Delta V \approx \frac{\Delta V \cdot p_0}{R T} = n$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1992) Лёгкая подвижная перегородка делит герметичный теплопроводящий сосуд на две неравные части, в которых находится воздух при атмосферном давлении и комнатной температуре. В меньшую часть сосуда впрыскивается легко испаряющаяся жидкость, давление насыщенного пара которой при комнатной температуре равно 3,5 атм. Спустя некоторое время перегородка перестала двигаться, а жидкость почти вся испарилась. Объём части сосуда, в которой находятся воздух и пары, увеличился при этом вдвое по сравнению с первоначальным. Найти, какую часть объёма сосуда составляла в начале его меньшая часть. Объёмом, занимаемым жидкостью в начале и конце опыта, можно пренебречь.

L/ε

ЗАДАЧА 6. В герметично закрытом сосуде объёмом $V = 1 \text{ дм}^3$ находится влажный воздух с относительной влажностью $\varphi = 70\%$ при температуре $t = 100^\circ\text{C}$. Давление в сосуде $p = 130 \text{ кПа}$. Найдите массу влажного воздуха. Молярная масса сухого воздуха $\mu_0 = 29 \text{ г/моль}$, молярная масса водяного пара $\mu = 18 \text{ г/моль}$, атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$.

$$\rho_{\text{в}} = \frac{p}{R} (\mu_0 \varphi + (\mu - \mu_0)(1 - \varphi)) = m$$

ЗАДАЧА 7. В сосуде под поршнем находится воздух с относительной влажностью 40%. Какой станет относительная влажность, если объём воздуха изотермически уменьшить в три раза?

%001

ЗАДАЧА 8. В вертикальном сосуде, закрытом невесомым поршнем площадью S , находится воздух с относительной влажностью 60%. На поршень осторожно положили груз массы m , в результате чего объём воздуха под поршнем изотермически уменьшился вдвое. Найдите давление насыщенного водяного пара при данной температуре. Атмосферное давление равно p_0 .

$$\left(\frac{S}{\mu_0} - \mu_0\right) \rho = d$$

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2009) В цилиндре под поршнем находится воздух с относительной влажностью 70%. Объём цилиндра изотермически уменьшили в 10 раз. Какая часть водяного пара сконденсировалась? Объёмом жидкости в конечном состоянии можно пренебречь.

L/9

ЗАДАЧА 10. («Ломоносов», 2013) В сосуде находится влажный воздух. При изотермическом сжатии его объём уменьшился в 5 раз, а давление увеличилось в 3 раза. При дальнейшем изотермическом сжатии в 3 раза давление в итоге стало в 7 раз больше первоначального. Какую относительную влажность φ имел воздух до начала сжатия?

%09 = φ

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2012, регион, 11) В цилиндре под поршнем находится влажный воздух. В изотермическом процессе объём цилиндра уменьшается в $\alpha = 4$ раза, при этом давление под поршнем увеличивается в $\gamma = 3$ раза.

Какая часть первоначальной массы пара сконденсировалась? В начальном состоянии парциальное давление сухого воздуха в $\beta = 3/2$ раза больше парциального давления пара.

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\alpha}{(\beta + 1)(\alpha - \beta)} = \frac{m}{m_0}$$

Задача 12. (МФТИ, 2003) Влажный воздух находится в цилиндре под поршнем при температуре 100°C и давлении $p_1 = 1,2$ атмосферы. Если увеличить давление на поршень в $\beta = 2$ раза в изотермическом процессе, то объём, занимаемый воздухом, уменьшится в $\gamma = 2,5$ раза, а на стенках цилиндра выпадет роса. Найти начальную относительную влажность воздуха φ в цилиндре. Объёмом образовавшейся жидкости пренебречь.

$$\varphi_0 = \frac{\beta}{\gamma} + \left(\frac{\beta}{\gamma} - 1\right) \frac{p_0}{p_1} = \varphi$$

Задача 13. (МФТИ, 2003) Влажный воздух с относительной влажностью $\varphi = 0,5$ находится в цилиндре под поршнем. Если в изотермическом процессе увеличить давление на поршень в $\beta = 3$ раза, то объём, занимаемый воздухом, уменьшится в $\gamma = 4$ раза, а на стенках цилиндра выпадет роса. Какую часть конечного давления в цилиндре составляет давление пара? Объёмом образовавшейся жидкости пренебречь.

$$\frac{p}{p_1} = \frac{(1-\beta\varphi)g}{g-\beta} = \alpha$$

Задача 14. (МФТИ, 1995) В сосуде объёмом $V_1 = 20$ л находятся вода, насыщенный водяной пар и воздух. Объём сосуда при постоянной температуре медленно увеличивают до $V_2 = 40$ л, давление в сосуде при этом уменьшается от $p_1 = 3$ атм до $p_2 = 2$ атм. Определить массу воды в сосуде в конце опыта, если общая масса воды и пара составляет $m = 36$ г. Объёмом, занимаемым жидкостью в обоих случаях, пренебречь.

$$p_1 V_1 \approx \frac{p_1 V_1 - p_1 V_2}{p_1 V_1 - p_1 V_2} \frac{m}{\mu} - m = m$$

Задача 15. (МФТИ, 1999) После тёплого летнего дождя относительная влажность воздуха у поверхности земли достигла 100%. При этом плотность влажного воздуха (масса пара и воздуха в 1 м^3) оказалась равной $\rho = 1171 \text{ г/м}^3$, его давление $p = 100$ кПа и температура 22°C . Найти по этим данным давление насыщенного водяного пара при температуре 22°C . Молярная масса воздуха $\mu_a = 29 \text{ г/моль}$.

$$p_a = \frac{p - \rho \mu_a}{\mu_a} \approx \frac{p - \rho \mu_a}{\mu_a}$$

Задача 16. (МФТИ, 1999) В жарко натопленной парилке объёмом $V = 20 \text{ м}^3$ при температуре 100°C относительная влажность воздуха составляет $\alpha_1 = 20\%$. Посетители плеснули на печку $m = 1$ кг воды, которая вся испарилась, и температура воздуха в парилке упала до 90°C . Какая относительная влажность воздуха установилась в парилке? Известно, что уменьшение температуры от 100°C до 90°C вызывает уменьшение давления насыщенного пара на 234 мм рт. ст. Считать, что весь пар остался в воздухе парилки.

$$\alpha_2 = \frac{p_a}{p} \approx \frac{p_a}{p} + \frac{p_a}{p} \approx 40\%$$

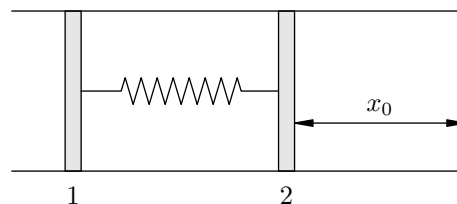
Задача 17. («Физтех», 2013) Тяжёлый подвижный поршень площадью $S = 10 \text{ см}^2$ делит объём вертикально расположенного цилиндра на две равные части объёмом $V_0 = 1$ л каждая. Над поршнем находится вода и водяной пар общей массой $m = 2$ г, под поршнем — $m_1 = 2$ г азота. Температура в цилиндре 100°C . Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$, молярные массы азота и воды $\mu_a = 28 \text{ г/моль}$, $\mu_b = 18 \text{ г/моль}$, плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.

- Найдите массу M поршня.
- Какую часть объёма V_0 занимает жидкая вода?

$$p_0 = \frac{p_0}{p_0} \approx \frac{p_0}{p_0} \left(1 - \frac{p_0}{p_0}\right) \left(1 - \frac{p_0}{p_0}\right) = \alpha \quad (p_0 = p_0) \quad \alpha \approx \frac{p_0}{p_0} \left(d - \frac{p_0}{p_0}\right) = \alpha$$

ЗАДАЧА 18. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11)

В гладкой горизонтальной трубе, закрытой с одного конца, находятся два вертикальных поршня (см. рисунок). Поршень 1 можно передвигать по трубе, фиксируя в разных положениях. Поршень 2 свободно скользит в трубе. Объём между поршнями вакуумирован, и между ними вставлена невесомая пружина. Между поршнем 2 и закрытым торцом трубы находится воздух с относительной влажностью $\varphi = 40\%$. Первоначально поршень 1 находится от торца трубы на расстоянии, равном длине недеформированной пружины, а поршень 2 — на расстоянии $x_0 = 5$ см. Температура системы поддерживается постоянной. Известно, что при заполнении объёма между поршнем 2 и торцом трубы только насыщенным водяным паром при этой же температуре поршень 2 (при том же положении поршня 1) располагался на расстоянии $x_0/2$ от торца. На какое расстояние надо сдвинуть поршень 1, чтобы расстояние между поршнем 2 и торцом трубы уменьшилось в $n = 4$ раза? Ответ приведите в см, округлив до десятых.

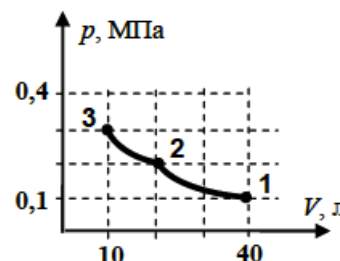


$$x_0 \approx \frac{u_0}{\rho - u_0 + (\rho - u_0) \frac{u_0}{\rho}} x = p$$

ЗАДАЧА 19. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) В закрытом сосуде объёмом $V = 25$ л находится сухой воздух при давлении $p_1 = 10^5$ Па и температуре $t_1 = -23^\circ\text{C}$. В сосуд помещают кусок льда массой $m = 9$ г и нагревают сосуд до температуры $t_2 = 127^\circ\text{C}$. Определите давление влажного воздуха p , если давление насыщенного пара при этой температуре $p_n = 250$ кПа. Молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

$$p \approx \frac{\lambda^{\text{пл}}}{\rho_{\text{л}} \mu} + \frac{p_n}{\rho} \rho = d$$

ЗАДАЧА 20. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) На pV -диаграмме показан участок изотермы, полученной при сжатии влажного воздуха в сосуде с непроницаемыми стенками под подвижным поршнем. Найти температуру изотермы. Определить массы сухого воздуха и воды в сосуде. Считать, что нормальное атмосферное давление $p_0 \approx 0,1$ МПа. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К). Считать молярные массы веществ известными: $\mu_1 = 18$ г/моль, $\mu_2 = 29$ г/моль.



$$\mu_1 \approx \frac{p_0 \mu_1}{p_0 - p_0} \rho = \rho \mu_1 \quad \mu_2 \approx \frac{p_0 \mu_2}{p_0 - p_0} \rho = \rho \mu_2$$

Задача 21. (МФТИ, 2003) Тонкая пробирка частично заполнена водой и расположена вертикально, открытым концом в атмосферу. Вследствие диффузии в пробирке устанавливается линейное изменение концентрации пара с высотой: вблизи поверхности воды пар оказывается насыщенным, а у верхнего открытого конца пробирки его концентрация составляет 60% от концентрации насыщенного пара. Пробирку сверху закрывают крышкой и охлаждают на $\Delta T = 2$ К. На сколько изменится по сравнению с первоначальным давление влажного воздуха внутри пробирки после установления равновесия? Атмосферное давление $p_0 = 755$ мм рт. ст., начальная температура $t_0 = 29^\circ\text{C}$, давление насыщенного пара при этой температуре $p_n = 30$ мм рт. ст. Известно, что малые относительные изменения давления насыщенного пара $\Delta p/p$ связаны с малыми относительными изменениями его температуры $\Delta T/T$ формулой $\Delta p/p = 18\Delta T/T$. Изменением объёма жидкости в пробирке во время опыта пренебречь.

$$\Delta p = p_0 \left(\frac{\Delta T}{T} - \frac{p_n}{p_0} \frac{\Delta T}{T} \right) = \Delta T \left(p_0 - \frac{p_n}{T} \right)$$

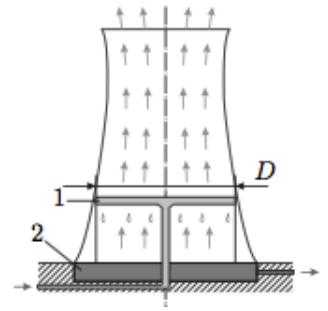
Задача 22. (МФО, 2013, 10) Отопление на даче работает на природном газе — метане CH_4 , который сжигается в воздухе, соединяясь с кислородом O_2 . Из трубы дома в атмосферу выходят продукты сгорания: вода H_2O и углекислый газ CO_2 , а попутно с ними — не участвовавший в горении азот; кислорода нет совсем. Температура на выходе из трубы составляет 100°C . Найдите относительную влажность смеси газов, выходящих из трубы. Считайте, что в атмосферном воздухе на каждую молекулу кислорода приходится 4 молекулы азота, а наличием других газов можно пренебречь.

$$\% \text{в} \approx \frac{11}{8} = \phi$$

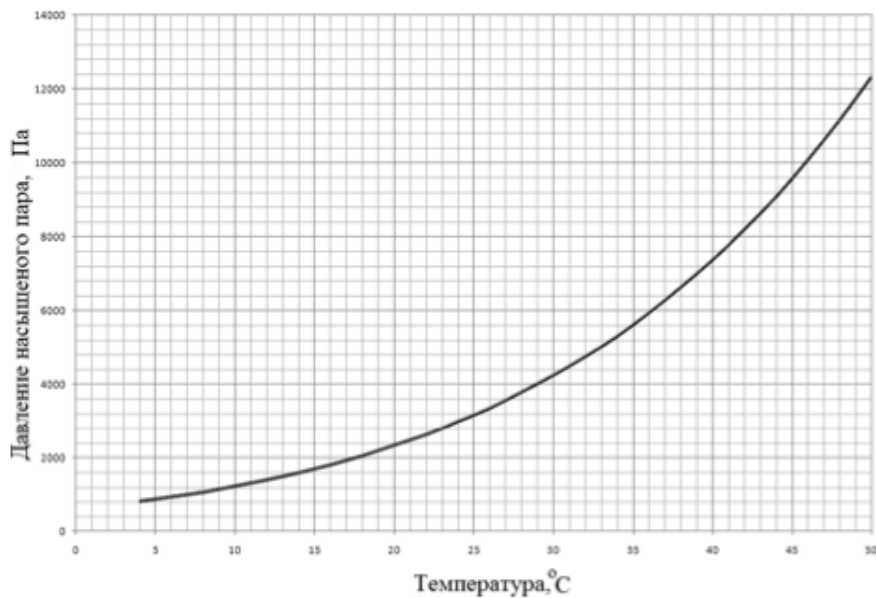
Задача 23. (МФО, 2012, 10) Небольшой пустой тонкостенный цилиндрический стакан объёмом V_0 переворачивают вверх дном и медленно погружают в глубокий водоём, удерживая ось стакана в вертикальном положении. Над поверхностью водоёма находится воздух (атмосферное давление p_0), температура которого равна температуре воды, а относительная влажность составляет 100%. По какому закону будет изменяться модуль выталкивающей силы, действующей на стакан, при его погружении от поверхности воды в водоём на глубину H ? Плотность воды равна ρ , ускорение свободного падения g , давление насыщенных паров воды при данной температуре равно p_n .

$$\frac{H \rho g + p_n - p_0}{p_n - p_0} V_0 = V$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2014, регион, 11) На промышленных предприятиях для охлаждения больших объёмов воды используют градирни (рисунок справа). Рассмотрим идеализированную градирню, представляющую собой широкий цилиндр диаметром $D = 15$ м, в котором на некоторой высоте H от основания через специальные форсунки (1) распыляется горячая вода, температура которой $t_1 = 50^\circ\text{C}$. По мере падения она остывает до температуры $t_2 = 28^\circ\text{C}$. Посредством вентилятора навстречу падающим каплям снизу со скоростью $u = 2,0$ м/с поднимается воздух при температуре $t_0 = 29^\circ\text{C}$. Считайте, что его температура на протяжении всего пути остаётся неизменной, а влажность меняется от $\varphi = 40\%$ на входе до $\varphi_1 = 100\%$ на выходе из градирни. Какова производительность q градирни, то есть сколько тонн воды охлаждается в ней за один час?



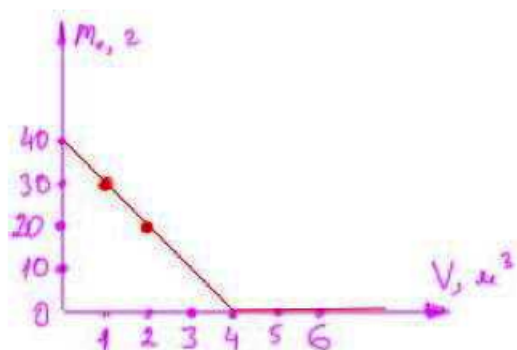
Справочные данные для воды: удельная теплоёмкость $c = 4200$ Дж/(кг · °С); удельная теплота парообразования $L = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг, температурная зависимость давления насыщенных паров приведена на графике (рисунок внизу).



$$q = \frac{\pi D^2 u p_{\text{нас}}^{(1-\varphi)} L}{4RT_0 c \Delta t} \approx 150 \text{ кг/с} = 540 \text{ т/ч}$$

Ответ к задаче 1

График изображён на рисунке:



Общая масса воды составляет 40 г, плотность насыщенного водяного пара 10 г/м³.