

## Влажный воздух

Влажный воздух — это смесь сухого воздуха и водяного пара. При решении задач нужно помнить следующие факты.

- Давление влажного воздуха равно сумме парциальных давлений сухого воздуха и водяного пара.
- Влажность воздуха — это отношение парциального давления водяного пара, присутствующего в воздухе, к давлению насыщенного водяного пара при той же температуре.
- Давление насыщенного водяного пара при  $100^\circ\text{C}$  приблизительно равно нормальному атмосферному давлению  $p_0 = 1 \text{ атм} = 10^5 \text{ Па}$ .

**ЗАДАЧА 1.** («Физтех», 2018, 10) В цилиндре под поршнем находятся в равновесии воздух, водяной пар и вода. Отношение масс жидкости и пара  $\alpha = 1/2$ . В медленном изотермическом процессе объём влажного воздуха увеличивается в  $k = 3$  раза.

- 1) Найти относительную влажность воздуха  $\varphi_1$  в цилиндре в начале процесса.
- 2) Найти относительную влажность воздуха  $\varphi_2$  в цилиндре в конечном состоянии.

$$\varphi_2 = \varphi_1 \left( \frac{1}{k} + \alpha \right) = \varphi_1 \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right)$$

**ЗАДАЧА 2.** («Физтех», 2018, 10) Два сосуда соединены короткой трубкой с закрытым краном. В одном сосуде объёмом  $V_1 = 3,5$  л находится влажный воздух с относительной влажностью  $\varphi_1 = 40\%$  при температуре  $T$ . В другом сосуде объёмом  $V_2 = 2,5$  л находится влажный воздух с относительной влажностью  $\varphi_2 = 60\%$  при той же температуре. Кран открывают, и влажный воздух в сосудах перемешивается. В сосудах устанавливается та же температура  $T$ . Найти относительную влажность  $\varphi$  воздуха в сосудах.

$$\varphi \approx \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2} = \varphi$$

**ЗАДАЧА 3.** (МОШ, 2014, 11) Школьник Владислав проводит изотермический процесс над влажным воздухом в цилиндре, измеряя зависимость массы воды  $m_1$  в жидком состоянии от объёма системы  $V$ . Владислав нанёс на график две измеренные им экспериментальные точки:

$$(V = 1 \text{ м}^3; m_1 = 30 \text{ г}) \text{ и } (V = 2 \text{ м}^3; m_1 = 20 \text{ г}).$$

Достройте данный график. Какова общая масса воды (в жидком и газообразном состояниях) в цилиндре? Какова плотность насыщенного водяного пара при данной температуре?

$$m_1 = \rho_{\text{пар}} V (1 - \varphi)$$

**ЗАДАЧА 4.** (Всеросс., 2015, МЭ, 11) В запаянной с одного конца горизонтально лежащей трубке находится воздух с относительной влажностью  $\varphi_0 = 60\%$ , отделённый от атмосферы столбиком ртути длиной  $l = 74$  мм. Атмосферное давление соответствует  $H = 740$  мм ртутного столба. Какой станет относительная влажность  $\varphi$ , если трубку поставить вертикально открытым концом вниз? Температура постоянна, ртуть из трубки при переворачивании не выливается.

$$\varphi = \frac{H}{l-H} \varphi_0 = \varphi$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1991) В кастрюлю-скороварку залили небольшое количество воды при температуре  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ , причём занимаемый водой объём намного меньше объёма кастрюли. После этого её герметично закрыли крышкой и медленно нагрели. Когда температура в кастрюле достигла  $t_1 = 115^\circ\text{C}$ , а давление — трёх атмосфер, вся вода испарилась. Оценить по этим данным, какую часть объёма кастрюли занимала вода до начала нагрева. Давлением водяных паров в кастрюле при  $20^\circ\text{C}$  можно пренебречь. Плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

$$p_0 \cdot V_0 \approx \left( \frac{p_1}{p_0} - \frac{V_1}{V_0} \right) \frac{m}{\rho} = v$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1992) В горизонтально расположенном теплопроводящем цилиндре под подвижным поршнем заперт воздух при атмосферном давлении и комнатной температуре. В объём под поршнем впрыснули  $m = 5 \text{ г}$  легко испаряющейся жидкости. После того, как жидкость испарилась, оказалось, что объём, занятый воздухом и парами жидкости, увеличился на  $\Delta V = 0,6 \text{ л}$ . Найти по этим данным молярную массу жидкости. Наружное давление равно атмосферному,  $t = 27^\circ\text{C}$ . Объёмом, занимаемым жидкостью в начале опыта, можно пренебречь.

$$\frac{m}{M} \approx \frac{\Delta V \cdot p}{R T} = n$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1992) Лёгкая подвижная перегородка делит герметичный теплопроводящий сосуд на две неравные части, в которых находится воздух при атмосферном давлении и комнатной температуре. В меньшую часть сосуда впрыскивается легко испаряющаяся жидкость, давление насыщенного пара которой при комнатной температуре равно  $3,5 \text{ атм}$ . Спустя некоторое время перегородка перестала двигаться, а жидкость почти вся испарилась. Объём части сосуда, в которой находятся воздух и пары, увеличился при этом вдвое по сравнению с первоначальным. Найти, какую часть объёма сосуда составляла в начале его меньшая часть. Объёмом, занимаемым жидкостью в начале и конце опыта, можно пренебречь.

$$L/\varepsilon$$

ЗАДАЧА 8. В герметично закрытом сосуде объёмом  $V = 1 \text{ дм}^3$  находится влажный воздух с относительной влажностью  $\varphi = 70\%$  при температуре  $t = 100^\circ\text{C}$ . Давление в сосуде  $p = 130 \text{ кПа}$ . Найдите массу влажного воздуха. Молярная масса сухого воздуха  $\mu_0 = 29 \text{ г/моль}$ , молярная масса водяного пара  $\mu = 18 \text{ г/моль}$ , атмосферное давление  $p_0 = 100 \text{ кПа}$ .

$$p \cdot V = \frac{p_0 V_0}{\lambda} (\lambda \varphi + (1 - \varphi) \mu) = m$$

ЗАДАЧА 9. В сосуде под поршнем находится воздух с относительной влажностью  $40\%$ . Какой станет относительная влажность, если объём воздуха изотермически уменьшить в три раза?

$$\%001$$

ЗАДАЧА 10. В вертикальном сосуде, закрытом невесомым поршнем площадью  $S$ , находится воздух с относительной влажностью  $60\%$ . На поршень осторожно положили груз массы  $m$ , в результате чего объём воздуха под поршнем изотермически уменьшился вдвое. Найдите давление насыщенного водяного пара при данной температуре. Атмосферное давление равно  $p_0$ .

$$\left( \frac{S}{2} - p_0 \right) S = mg$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2009) В цилиндре под поршнем находится воздух с относительной влажностью 70%. Объём цилиндра изотермически уменьшили в 10 раз. Какая часть водяного пара сконденсировалась? Объёмом жидкости в конечном состоянии можно пренебречь.

$$\frac{L}{9}$$

ЗАДАЧА 12. («Ломоносов», 2013) В сосуде находится влажный воздух. При изотермическом сжатии его объём уменьшился в 5 раз, а давление увеличилось в 3 раза. При дальнейшем изотермическом сжатии в 3 раза давление в итоге стало в 7 раз больше первоначального. Какую относительную влажность  $\varphi$  имел воздух до начала сжатия?

$$\frac{209}{9} = \varphi$$

ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 2003) Влажный воздух находится в цилиндре под поршнем при температуре  $100^\circ\text{C}$  и давлении  $p_1 = 1,2$  атмосферы. Если увеличить давление на поршень в  $\beta = 2$  раза в изотермическом процессе, то объём, занимаемый воздухом, уменьшится в  $\gamma = 2,5$  раза, а на стенках цилиндра выпадет роса. Найти начальную относительную влажность воздуха  $\varphi$  в цилиндре. Объёмом образовавшейся жидкости пренебречь.

$$\frac{19}{10} = \frac{\gamma}{\beta} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right) \frac{p_1}{p_2} = \varphi$$

ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 2003) Влажный воздух с относительной влажностью  $\varphi = 0,5$  находится в цилиндре под поршнем. Если в изотермическом процессе увеличить давление на поршень в  $\beta = 3$  раза, то объём, занимаемый воздухом, уменьшится в  $\gamma = 4$  раза, а на стенках цилиндра выпадет роса. Какую часть конечного давления в цилиндре составляет давление пара? Объёмом образовавшейся жидкости пренебречь.

$$\frac{\beta}{\gamma} = \frac{(1 - \varphi)\beta}{\gamma - \beta} = \varphi$$

ЗАДАЧА 15. (МФТИ, 1995) В сосуде объёмом  $V_1 = 20$  л находятся вода, насыщенный водяной пар и воздух. Объём сосуда при постоянной температуре медленно увеличивают до  $V_2 = 40$  л, давление в сосуде при этом уменьшается от  $p_1 = 3$  атм до  $p_2 = 2$  атм. Определить массу воды в сосуде в конце опыта, если общая масса воды и пара составляет  $m = 36$  г. Объёмом, занимаемым жидкостью в обоих случаях, пренебречь.

$$\frac{1}{2} \approx \frac{V_1 - V_2}{V_1} \frac{p_1 - p_2}{p_1} = \frac{m}{m_0} = x$$

ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 1999) После тёплого летнего дождя относительная влажность воздуха у поверхности земли достигла 100%. При этом плотность влажного воздуха (масса пара и воздуха в  $1 \text{ м}^3$ ) оказалась равной  $\rho = 1171 \text{ г/м}^3$ , его давление  $p = 100 \text{ кПа}$  и температура  $22^\circ\text{C}$ . Найти по этим данным давление насыщенного водяного пара при температуре  $22^\circ\text{C}$ . Молярная масса воздуха  $\mu_{\text{в}} = 29 \text{ г/моль}$ .

$$p_{\text{в}} \approx \frac{\rho - \rho_{\text{в}}}{\mu_{\text{в}}} \frac{RT}{p} = 2,7 \text{ кПа}$$

ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 1999) В жарко натопленной парилке объёмом  $V = 20 \text{ м}^3$  при температуре  $100^\circ\text{C}$  относительная влажность воздуха составляет  $\alpha_1 = 20\%$ . Посетители плеснули на печку  $m = 1 \text{ кг}$  воды, которая вся испарилась, и температура воздуха в парилке упала до  $90^\circ\text{C}$ . Какая относительная влажность воздуха установилась в парилке? Известно, что уменьшение температуры от  $100^\circ\text{C}$  до  $90^\circ\text{C}$  вызывает уменьшение давления насыщенного пара на  $234 \text{ мм рт. ст.}$  Считать, что весь пар остался в воздухе парилки.

$$\%0\% \approx \frac{\Delta z d^{\text{sat}}}{z L^{\text{sat}}} + \frac{V_L z d}{z L^{\text{sat}}} \text{ то } = z_0$$

ЗАДАЧА 18. («Физтех», 2013) Тяжёлый подвижный поршень площадью  $S = 10 \text{ см}^2$  делит объём вертикально расположенного цилиндра на две равные части объёмом  $V_0 = 1 \text{ л}$  каждая. Над поршнем находится вода и водяной пар общей массой  $m = 2 \text{ г}$ , под поршнем —  $m_1 = 2 \text{ г}$  азота. Температура в цилиндре  $100^\circ\text{C}$ . Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , молярные массы азота и воды  $\mu_a = 28 \text{ г/моль}$ ,  $\mu_b = 18 \text{ г/моль}$ , плотность воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

- Найдите массу  $M$  поршня.
- Какую часть объёма  $V_0$  занимает жидкая вода?

$$\varepsilon - 0\text{I} \cdot \text{r}^{\text{I}} \approx \frac{1}{1 - \frac{d^{\text{sat}}}{L^{\text{sat}}}} \left( 1 - \frac{0\text{A} d^{\text{sat}}}{L^{\text{sat}}} \right) = \nu \text{ (г : (вП } \varepsilon\text{0I} = d \text{ чсэИт) )} \text{ и} \text{ } z\text{I} \approx \frac{b}{S} \left( d - \frac{0\text{A} v^{\text{rI}}}{L^{\text{sat}}} \right) = M \text{ (в}$$

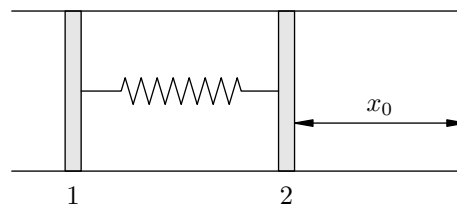
ЗАДАЧА 19. («Росатом», 2017, 11) В вертикальный цилиндрический сосуд с водой налили воду и закрыли сосуд очень лёгким подвижным поршнем. Первоначально воздух в сосуде сухой (не содержит паров воды) и имеет плотность  $\rho_0 = 1 \text{ кг/м}^3$ . Увеличится или уменьшится плотность влажного воздуха в сосуде, когда часть воды испарится? На сколько увеличится или уменьшится плотность влажного воздуха в сосуде по сравнению с плотностью сухого воздуха через достаточно продолжительное время, когда вода перестанет испаряться? Температура воздуха постоянна в течение всего процесса. Давление насыщенных паров при рассматриваемой температуре составляет одну седьмую часть от атмосферного. Средняя молярная масса воздуха  $\mu_0 = 29 \text{ г/моль}$ , молярная масса воды  $\mu_1 = 18 \text{ г/моль}$ . Воздух считать идеальным газом.



$$\varepsilon^{\text{м/лм}} \text{ } \varepsilon\text{6}^{\text{I}}\text{0} = \left( \frac{0\text{rI}}{\text{rI}} + 9 \right) \frac{1}{0\text{d}} = d \text{ :кзлпшчнэ} \text{ } \varepsilon$$

ЗАДАЧА 20. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11)

В гладкой горизонтальной трубе, закрытой с одного конца, находятся два вертикальных поршня (см. рисунок). Поршень 1 можно передвигать по трубе, фиксируя в разных положениях. Поршень 2 свободно скользит в трубе. Объём между поршнями вакуумирован, и между ними вставлена невесомая пружина. Между поршнем 2 и закрытым торцом трубы находится воздух с относительной влажностью  $\varphi = 40\%$ . Первоначально поршень 1 находится от торца трубы на расстоянии, равном длине недеформированной пружины, а поршень 2 — на расстоянии  $x_0 = 5$  см. Температура системы поддерживается постоянной. Известно, что при заполнении объёма между поршнем 2 и торцом трубы только насыщенным водяным паром при этой же температуре поршень 2 (при том же положении поршня 1) располагался на расстоянии  $x_0/2$  от торца. На какое расстояние надо сдвинуть поршень 1, чтобы расстояние между поршнем 2 и торцом трубы уменьшилось в  $n = 4$  раза? Ответ приведите в см, округлив до десятых.

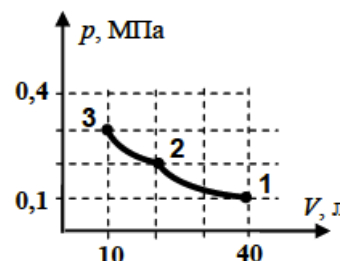


$$x_0 \approx \frac{u_0}{\rho - u_0 + (\rho - u_0) \frac{u_0}{\rho}} x = p$$

ЗАДАЧА 21. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) В закрытом сосуде объёмом  $V = 25$  л находится сухой воздух при давлении  $p_1 = 10^5$  Па и температуре  $t_1 = -23^\circ\text{C}$ . В сосуд помещают кусок льда массой  $m = 9$  г и нагревают сосуд до температуры  $t_2 = 127^\circ\text{C}$ . Определите давление влажного воздуха  $p$ , если давление насыщенного пара при этой температуре  $p_n = 250$  кПа. Молярная масса воды  $\mu = 18$  г/моль. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль · К).

$$p \approx \frac{\lambda^{\text{пл}}}{\rho_{\text{л}} \mu} + \frac{p_n}{\rho} \rho = d$$

ЗАДАЧА 22. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) На  $pV$ -диаграмме показан участок изотермы, полученной при сжатии влажного воздуха в сосуде с непроницаемыми стенками под подвижным поршнем. Найти температуру изотермы. Определить массы сухого воздуха и воды в сосуде. Считать, что нормальное атмосферное давление  $p_0 \approx 0,1$  МПа. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль · К). Считать молярные массы веществ известными:  $\mu_1 = 18$  г/моль,  $\mu_2 = 29$  г/моль.



$$\mu_1 \approx \frac{p_0 \mu_1}{p_0 + p_0} \rho = \rho \mu_1 \quad \mu_2 \approx \frac{p_0 \mu_2}{p_0 + p_0} \rho = \rho \mu_2$$

Задача 23. (МФТИ, 2003) Тонкая пробирка частично заполнена водой и расположена вертикально, открытым концом в атмосферу. Вследствие диффузии в пробирке устанавливается линейное изменение концентрации пара с высотой: вблизи поверхности воды пар оказывается насыщенным, а у верхнего открытого конца пробирки его концентрация составляет 60% от концентрации насыщенного пара. Пробирку сверху закрывают крышкой и охлаждают на  $\Delta T = 2$  К. На сколько изменится по сравнению с первоначальным давление влажного воздуха внутри пробирки после установления равновесия? Атмосферное давление  $p_0 = 755$  мм рт. ст., начальная температура  $t_0 = 29^\circ\text{C}$ , давление насыщенного пара при этой температуре  $p_n = 30$  мм рт. ст. Известно, что малые относительные изменения давления насыщенного пара  $\Delta p/p$  связаны с малыми относительными изменениями его температуры  $\Delta T/T$  формулой  $\Delta p/p = 18\Delta T/T$ . Изменением объёма жидкости в пробирке во время опыта пренебречь.

$$\Delta p = p_0 \left( \frac{\Delta T}{T} - \frac{p_n}{p_0} \frac{\Delta T}{T} \right) = \Delta T \left( p_0 - p_n \frac{p_0}{T} \right)$$

Задача 24. (МОШ, 2013, 10) Отопление на даче работает на природном газе — метане  $\text{CH}_4$ , который сжигается в воздухе, соединяясь с кислородом  $\text{O}_2$ . Из трубы дома в атмосферу выходят продукты сгорания: вода  $\text{H}_2\text{O}$  и углекислый газ  $\text{CO}_2$ , а попутно с ними — не участвовавший в горении азот; кислорода нет совсем. Температура на выходе из трубы составляет  $100^\circ\text{C}$ . Найдите относительную влажность смеси газов, выходящих из трубы. Считайте, что в атмосферном воздухе на каждую молекулу кислорода приходится 4 молекулы азота, а наличием других газов можно пренебречь.

$$\text{Влажность} \approx \frac{11}{8} = \phi$$

Задача 25. (МОШ, 2012, 10) Небольшой пустой тонкостенный цилиндрический стакан объёмом  $V_0$  переворачивают вверх дном и медленно погружают в глубокий водоём, удерживая ось стакана в вертикальном положении. Над поверхностью водоёма находится воздух (атмосферное давление  $p_0$ ), температура которого равна температуре воды, а относительная влажность составляет 100%. По какому закону будет изменяться модуль выталкивающей силы, действующей на стакан, при его погружении от поверхности воды в водоём на глубину  $H$ ? Плотность воды равна  $\rho$ , ускорение свободного падения  $g$ , давление насыщенных паров воды при данной температуре равно  $p_n$ .

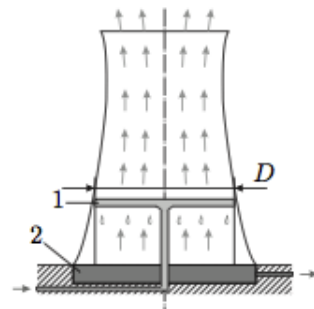
$$F = \rho V_0 (g - \frac{p_n}{p_0} g) = \rho V_0 g (1 - \frac{p_n}{p_0})$$

Задача 26. (Всеросс., 2012, РЭ, 11) В цилиндре под поршнем находится влажный воздух. В изотермическом процессе объём цилиндра уменьшается в  $\alpha = 4$  раза, при этом давление под поршнем увеличивается в  $\gamma = 3$  раза.

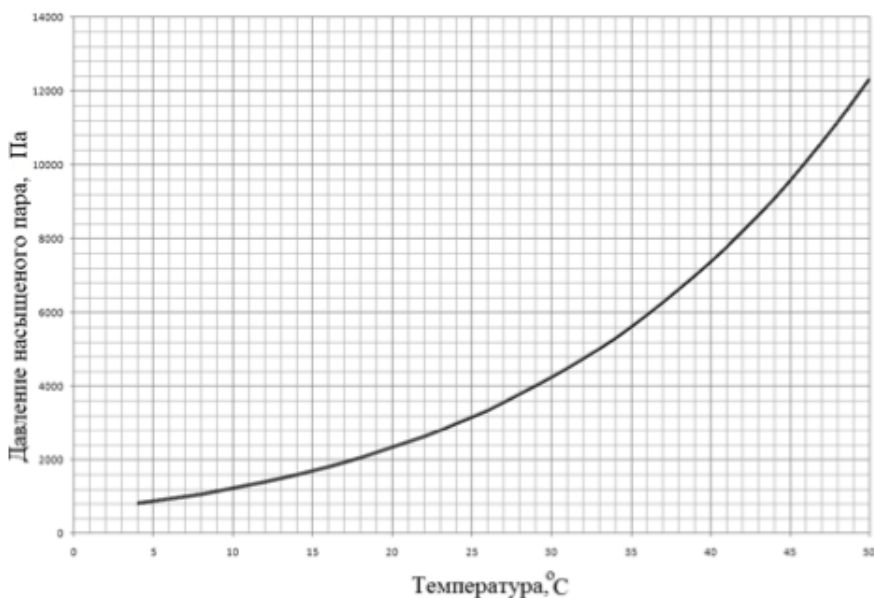
Какая часть первоначальной массы пара сконденсировалась? В начальном состоянии парциальное давление сухого воздуха в  $\beta = 3/2$  раза больше парциального давления пара.

$$\frac{m}{m_0} = \frac{\alpha}{(\beta+1)(\alpha-\beta)} = \frac{m}{m_0}$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2014, РЭ, 11) На промышленных предприятиях для охлаждения больших объёмов воды используют градирни (рисунок справа). Рассмотрим идеализированную градирню, представляющую собой широкий цилиндр диаметром  $D = 15$  м, в котором на некоторой высоте  $H$  от основания через специальные форсунки (1) распыляется горячая вода, температура которой  $t_1 = 50^\circ\text{C}$ . По мере падения она остывает до температуры  $t_2 = 28^\circ\text{C}$ . Посредством вентилятора навстречу падающим каплям снизу со скоростью  $u = 2,0$  м/с поднимается воздух при температуре  $t_0 = 29^\circ\text{C}$ . Считайте, что его температура на протяжении всего пути остаётся неизменной, а влажность меняется от  $\varphi = 40\%$  на входе до  $\varphi_1 = 100\%$  на выходе из градирни. Какова производительность  $q$  градирни, то есть сколько тонн воды охлаждается в ней за один час?

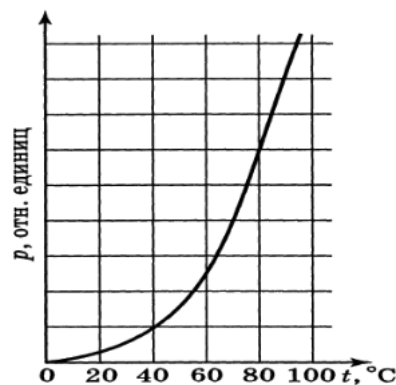


Справочные данные для воды: удельная теплоёмкость  $c = 4200$  Дж/(кг · °C); удельная теплота парообразования  $L = 2,3 \cdot 10^6$  Дж/кг, температурная зависимость давления насыщенных паров приведена на графике (рисунок внизу).



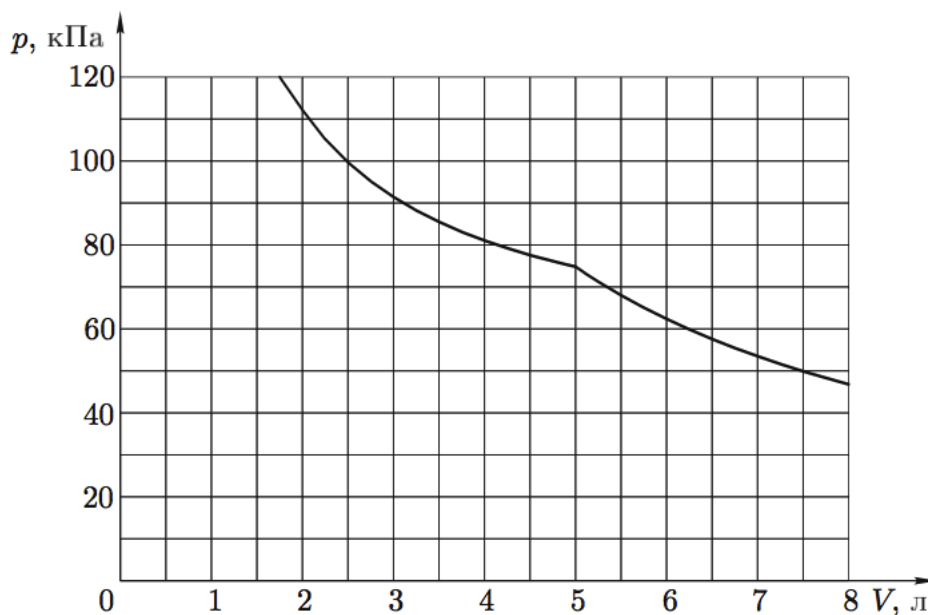
$$q = \frac{\pi D^2 u p_{\text{нас}}(1-\varphi)L}{4RT_0 \Delta t} \approx 150 \text{ кг/ч} = 540 \text{ т/ч}$$

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 1999, финал, 10) В герметично закрытом сосуде находится влажный воздух, температура которого равна  $t_1 = 75^\circ\text{C}$ , а относительная влажность  $\varphi_1 = 25\%$ . Воздух в сосуде начинают охлаждать. При какой температуре  $t_2$  внутренние стенки сосуда запотеют? График зависимости давления насыщенного водяного пара в относительных единицах от температуры приведен на рисунке.



$$t_2 = 40^\circ\text{C}$$

ЗАДАЧА 29. (Всеросс., 2008, финал, 10) В цилиндре под поршнем находится смесь воздуха и паров некоторой жидкости. Смесь изотермически сжимают. На рисунке представлена экспериментальная зависимость давления в сосуде от объёма в этом процессе.



Чему равны давление насыщенных паров жидкости  $p_n$  при данной температуре и внутренняя энергия смеси при объёме цилиндра более 5 л?

*Примечание.* Считать воздух идеальным двухатомным газом, а пары жидкости — идеальным трёхатомным газом.

$$p_n = 100 \text{ кПа}, U = 100 \text{ Дж}$$

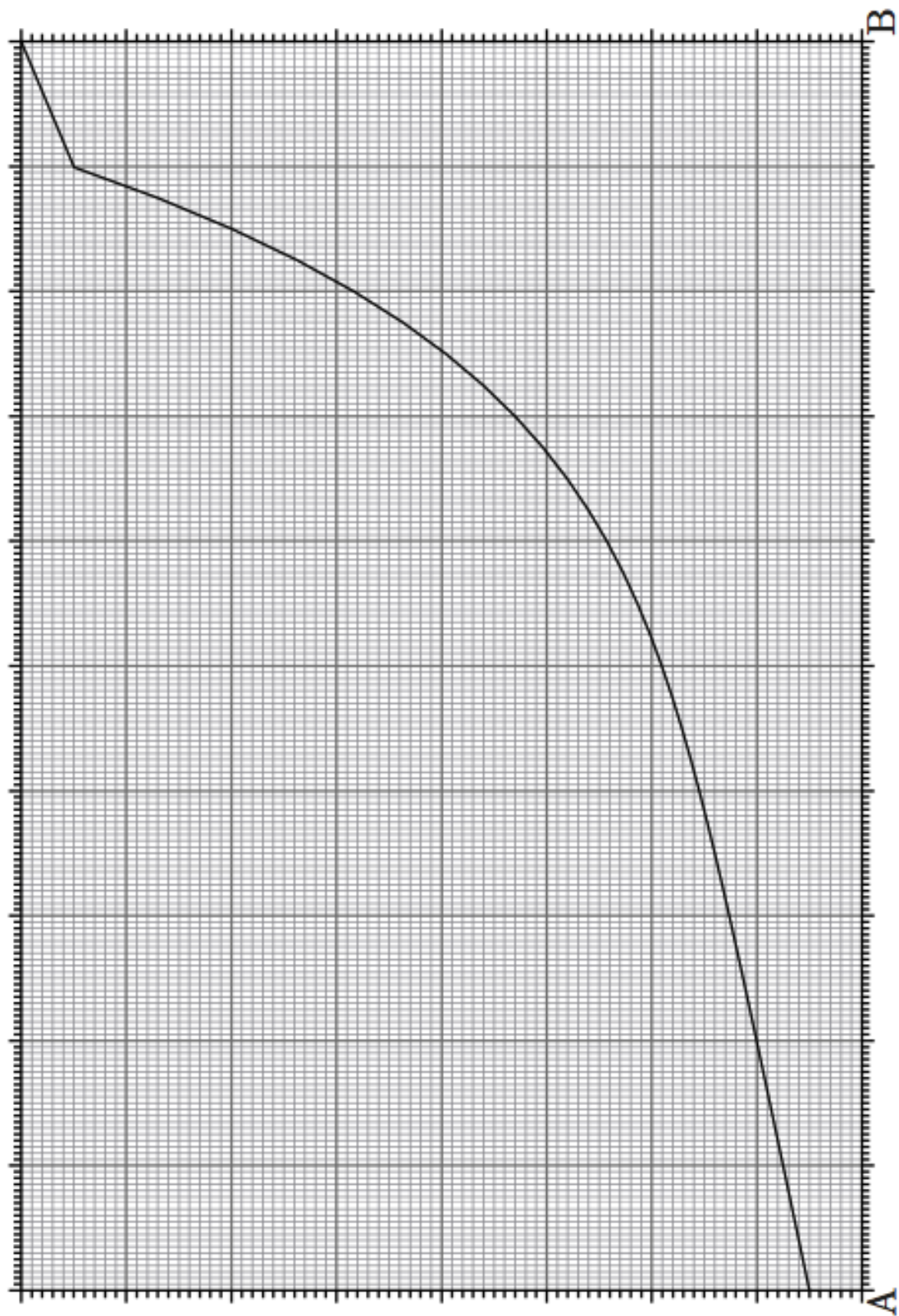
ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 2017, финал, 10) На рисунке (см. отдельный лист) представлен график зависимости давления от температуры при изохорном нагревании для смеси воздуха и воды. Известно, что на одно маленькое деление по оси ординат приходится 20 торр (одна атмосфера равна 760 торр). Определите:

- 1) Температуру и давление в точках A и B.
- 2) Температуру, при которой испарилось 40% воды. Не забудьте описать метод получения результатов.

$$T_A = 300 \text{ К}, p_A = 100 \text{ торр}; T_B = 400 \text{ К}, p_B = 200 \text{ торр}$$

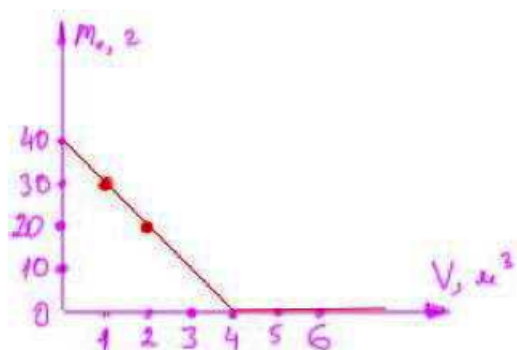


Рисунок к задаче 30



### Ответ к задаче 3

График изображён на рисунке:



Общая масса воды составляет 40 г, плотность насыщенного водяного пара 10 г/м<sup>3</sup>.