

Устойчивость равновесия

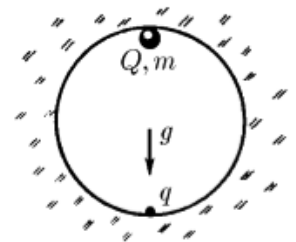
В данной листовке собраны задачи из различных разделов физики. В каждой из этих задач требуется исследовать положение равновесия на устойчивость.

Напомним, что положение равновесия называется *устойчивым*, если при малом отклонении тела от положения равновесия возникает сила, стремящаяся вернуть тело в это положение. Пример — шарик, лежащий на дне сферической чаши. При выведении из положения устойчивого равновесия тело, предоставленное само себе, начинает совершать колебания вблизи этого положения.

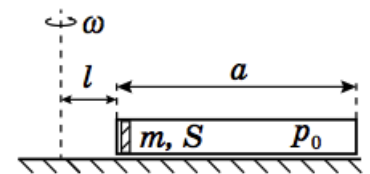
Если же при сколь угодно малом смещении от положения равновесия на тело начинает действовать сила, направленная от этого положения, то положение равновесия называется *неустойчивым*. Пример — шарик, покоящийся в верхней точке гладкой сферы. При любом смещении от положения неустойчивого равновесия тело навсегда покинет это положение.

ЗАДАЧА 1. (Савченко, 6.1.14) Какой минимальный заряд q нужно закрепить в нижней точке сферической полости радиуса R , чтобы в поле тяжести небольшой шарик массы m и заряда Q находился в верхней точке полости в положении устойчивого равновесия?

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = 0$$



ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2018, финал, 10) На центрифуге, которая может вращаться только вокруг вертикальной оси, закреплён в горизонтальном положении герметичный лёгкий цилиндр. Ось цилиндра проходит через ось вращения. Внутри цилиндра находится тонкий поршень, который может перемещаться без трения. Цилиндр заполнен идеальным газом, давлением которого поршень прижат к торцу цилиндра, ближе к оси вращения. Длина цилиндра равна $a = 0,5$ м, площадь поршня $S = 5$ см², его масса $m = 10$ г, давление газа в цилиндре $p_0 = 1,0$ кПа. Расстояние от оси вращения до ближнего торца цилиндра $l = 0,1$ м. Центрифуга начинает вращаться, причём угловая скорость вращения ω очень медленно увеличивается. Температура газа поддерживается постоянной.



Примечание: считайте, что в ходе эксперимента воздух остаётся однородным.

1) При каком значении ω_1 угловой скорости начальное положение равновесия поршня перестанет быть устойчивым?

2) На каком расстоянии x_1 от начального положения установится поршень при неизменной угловой скорости ω_1 ?

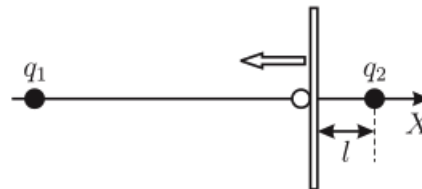
3) Теперь частоту вращения начали медленно уменьшать. При каком значении ω_2 поршень вернётся в исходное положение?

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m \omega^2 x = p_0 S = \frac{1}{2} m \omega^2 (l - x) \Rightarrow x = \frac{p_0 S}{m \omega^2} \Lambda = \frac{1}{2} m \omega^2 x$$

Задача 3. (МОШ, 2014, 11) Небольшой шарик, заряженный зарядом q , покоится на гладком горизонтальном непроводящем столе. К шарiku присоединена горизонтальная пружина жёсткостью k , второй конец которой закреплён. Вдоль оси пружины к шарiku с большого расстояния очень медленно приближают такой же, но противоположно заряженный шарик. Найдите деформацию пружины в момент столкновения шариков.

$$\frac{q^2 \epsilon_0 \epsilon \sqrt{\lambda}}{\epsilon^2 b} \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon}} = x$$

Задача 4. (МОШ, 2008, 11) Положительный q_1 и отрицательный q_2 точечные заряды закреплены на оси X по разные стороны от гладкой непроводящей пластины, плоскость которой перпендикулярна оси X . Маленький положительно заряженный шарик также находится на оси X , упираясь в пластину, как показано на рисунке. Первоначально пластина расположена вблизи отрицательного заряда, шарик при этом находится в равновесии. Пластину начинают поступательно перемещать вдоль оси X , медленно увеличивая расстояние l между пластиной и отрицательным зарядом. Когда l достигает $1/3$ расстояния между зарядами, шарик «улетает» с оси X . Определите отношение q_1/q_2 . Влиянием вещества пластины на электрическое поле, а также силой тяжести пренебречь.



$$8 = \frac{\epsilon b}{\sqrt{\epsilon}}$$

Задача 5. (APhO, 2012)

- [Предел Чандрасекара / Chandrasekhar Limit.](#)
- [Solution.](#)