# Уравнение состояния идеального газа

Уравнение состояния идеального газа — это уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT.$$

Газы везде считаются идеальными. Важно помнить о полезной модификации уравнения состояния, которая получается делением его на $V$:

$$p = \frac{\rho}{\mu}RT.$$

Перед решением задач листка рекомендуется поработать с материалами из приведённого списка. В статьях, помеченных красным кружком, имеются упражнения (ответы — либо в конце документа, либо отдельной ссылкой), которые, разумеется, необходимо делать. Пустой кружок означает факультативный материал; его можно пропустить при первом знакомстве.

- Б. Б. Буховцев. Законы идеальных газов. «Квант», 1972, №5. [*Ответы*]

  Вывод уравнения состояния идеального газа из газовых законов (как оно и было исторически получено). Обратите внимание, каким образом на экспериментальных графиках Гей-Люссака и Шарля появляется температура $-273\,^\circ$C (абсолютный нуль). Упражнения.

- Я. А. Смородинский. Идеальный газ. «Квант», 1970, №10.

  Вывод основного уравнения МКТ идеального газа $p = \frac{1}{3}mn\overline{v^2}$ в предположении упругих ударов молекул о стенки. Связь кинетической энергии молекулы с абсолютной температурой. Упоминание закона равнораспределения энергии по степеням свободы. Вывод закона Дальтона. Задачи.

- И. К. Белкин. Давление идеального газа. «Квант», 1983, №10.

  Показано, что формула $p = \frac{1}{3}mn\overline{v^2}$ остаётся справедливой и без предположения упругости удара молекулы о стенку (что было вскользь упомянуто в статье Смородинского).

- Г. Я. Мякишев. Давление газа в сосуде. «Квант», 1987, №9.

  Показано, что давление газа не зависит от материала стенки и её температуры.

- Е. Е. Городецкий. Идеальный газ — универсальная физическая модель «Квант», 1991, №9.

  Здесь не всё может оказаться понятно десятикласснику, но обязательно надо уловить идею теоремы о равнораспределении энергии по поступательным, вращательным и колебательным степеням свободы. Это пригодится чуть позже — когда речь пойдёт о внутренней энергии и теплоёмкости газа.

- В. Е. Белонучкин. Уравнение газового состояния. «Квант», 1983, №2. [*Ответы*]

  Задачи МФТИ: как меняется объём газа с изменением наклона изохоры $(pT)$; вытекание гелия; шаровая молния; равноускоренный взлёт сосуда с газом; оценка длины свободного пробега молекул как параметра, характеризующего применимость модели идеального газа. Упражнения.

- Д. А. Александров. Газовые законы и механическое равновесие. «Квант», 1990, №8. [*Ответы*]

  Комбинированные задачи, в которых наряду с газовыми законами фигурируют условия равновесия тела: воздушный шарик, плавающий в воздухе; на какой глубине тонет перевёрнутый стакан; длина столбика ртути, оставшегося в трубке; сообщающиеся сосуды, один из которых запаян; запаянный капилляр; неустойчивость при вытеснении ртути нагреваемым газом. Упражнения.

- [В. Эпштейн. От простого к сложному. «Квант», 2007, №3.]

  О неустойчивости процесса — в продолжение идеи последней задачи из статьи Александрова.

- И. К. Белкин. Физический смысл универсальной газовой постоянной. «Квант», 1983, №10.

  $R$ — значит работа! Почему, кстати, $A = p\Delta V$ при изобарном расширении?

- А. Л. Стасенко. Эта манящая глубина. «Квант», 2013, №3.

  Мы часто решаем задачи с погружающимися на глубину сосудами, используя при этом закон Бойля — Мариотта. Однако на деле не всё так просто.

- ○ А. Л. Стасенко. Ещё один вечный двигатель? «Квант», 1998, №3.

Задача 1. (*«Физтех», 2011*) Из баллона со сжатым газом израсходовали часть газа. Известно, что давление в баллоне уменьшилось в 3 раза, отношение начальной и конечной масс баллона с газом равно $5/4$, отношение начальной и конечной температур (по шкале Кельвина) равно $11/10$. Какую часть от начальной массы баллона с газом составляет начальная масса газа?

$\boxed{6/19}$

Задача 2. (*«Физтех», 2011*) Воздушные шарики заполняются из баллона со сжатым газом. Объём одного шарика в $k = 10$ раз меньше объёма баллона. Сколько шариков было надуто, если давление в баллоне упало с $p_1 = 50$ атм до $p_2 = 30$ атм? Считать, что температура в баллоне и шариках успевает сравняться с температурой окружающей среды, а давление в шариках равно $p_0 = 1$ атм.

$\boxed{N = \frac{p_1 - p_2}{p_0} k = 200}$

Задача 3. (*«Курчатов», 2017, 10*) Воздушные шарики надувают гелием из баллона, в котором гелий находится в газообразном состоянии. Давление в баллоне до того, как надували шарики, было равно $p_1 = 150p_0$, где $p_0$ — атмосферное давление, а после надувания стало равным $p_2 = 90p_0$. Сколько шариков надули? Давление внутри надутого шарика $p = 1{,}2p_0$. Процесс происходит при постоянной температуре 25 °C, объём надутого шарика в $k = 10$ раз меньше объёма баллона.

$\boxed{500}$

Задача 4. (*«Физтех», 2011*) К пустому сосуду подсоединили через редуктор баллон со сжатым газом. Давление в сосуде стало равно $p = 2$ атм. Объём сосуда в $k = 5$ раз меньше объёма баллона. Найти разность начального и конечного давлений в баллоне. Считать, что температура в баллоне успевает стать равной температуре окружающей среды.

$\boxed{p_1 - p_2 = \frac{p}{k} = 0{,}4 \text{ атм}}$

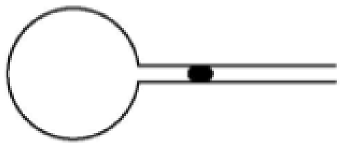
Задача 5. (*Всеросс., 2016, ШЭ, 11*) Горизонтальный цилиндрический сосуд разделён на две части поршнем, способным свободно перемещаться вдоль сосуда без трения. В начальный момент поршень делит сосуд на две равные части, в каждой из которых находится идеальный газ при температуре $T_0$ и давлении $p_0$. До какой температуры $T$ нужно нагреть газ в правой части сосуда, чтобы занимаемый им объём стал в 3 раза больше, чем объём, занимаемый газом слева от поршня? Температура газа слева от поршня поддерживается постоянной.

$\boxed{T = 3T_0}$

Задача 6. (*«Физтех», 2015, 10*) Поршень, который может двигаться в горизонтальном цилиндре без трения, делит его объём на две части. В одной части находится $m_1 = 1$ г водорода, а в другой — $m_2 = 7$ г азота. Температуры газов одинаковые. Какую часть объёма цилиндра занимает водород? Молярные массы водорода и азота: $\mu_1 = 2$ г/моль, $\mu_2 = 28$ г/моль.

$2/3$

Задача 7. (*«Физтех», 2015, 10*) В тонкостенную колбу впаяна длинная тонкая стеклянная трубка постоянного внутреннего сечения (см. рисунок). В трубке находится капелька ртути, отделяющая воздух в колбе от окружающего воздуха. Изменение температуры окружающего воздуха при постоянном атмосферном давлении приводит к смещению капельки — получаем газовый термометр. При температуре $t_1 = 17\,^\circ$C капелька находится на расстоянии $L_1 = 20$ см от колбы, а при температуре $t_2 = 27\,^\circ$C — на расстоянии $L_2 = 30$ см. Чему равна длина трубки, если максимальная температура, которую можно измерить этим термометром, $t_3 = 47\,^\circ$C? Атмосферное давление считать неизменным.



$L = L_1 + \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_1}(L_2 - L_1) = 50$ см

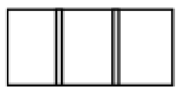
Задача 8. (*«Росатом», 2013, 11*) Цилиндрический сосуд с идеальным газом разделён подвижным поршнем на две части. Газ в левой части имеет температуру $T_1$, в правой — температуру $T_2$. При этом отношение объёмов оказывается равным $V_1/V_2 = 3/2$. После того как температуры выровнялись, соотношение объёмов изменилось: $V_1'/V_2' = 2/3$. Найти отношение температур $T_1/T_2$.

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{9}{4}$

Задача 9. (*МФТИ, 1995*) Горизонтально расположенный закрытый цилиндрический сосуд с гладкими стенками разделён подвижным теплонепроницаемым поршнем на две части, в которых находятся различные идеальные газы с одинаковой температурой $T_0 = 300$ К. Объём, занимаемый одним из газов, в $\alpha = 3$ раза больше объёма другого газа. Газ в большем объёме нагревают, и он увеличивает свой объём на $\beta = 1/20$ объёма всего сосуда. На сколько увеличилась температура этого газа, если температура в другой части сосуда поддерживается постоянной и равной $T_0$?

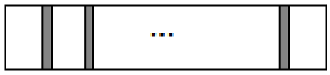
$\Delta T = T_0 \frac{\beta(\alpha+1)^2}{\alpha(1-\beta-\alpha\beta)} = 100$ К

Задача 10. (*«Росатом», 2014, 10*) Горизонтальный цилиндрический сосуд длины $l$ разделен на три равные части двумя подвижными теплонепроницаемыми поршнями. Первоначально температура газа во всех частях сосуда равна $T_0$. На какое расстояние передвинутся поршни, если в левой части сосуда температуру повысить до значения $2T_0$, а в остальных частях поддерживать равной $T_0$?



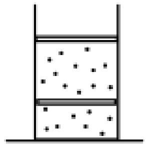
Левый поршень сдвинется на $\frac{l}{6}$, правый — на $\frac{l}{12}$

Задача 11. (*«Росатом», 2017, 10*) В горизонтальном цилиндрическом сосуде длиной $l$ находятся $n$ подвижных теплонепроницаемых поршней, делящих сосуд на $n+1$ отсек. Первоначально температура газа во всех отсеках была равна $T_0$, объёмы всех отсеков одинаковы. Затем газ в самом левом отсеке нагревают до температуры $T_1$, а температуру газа в других отсеках поддерживают равной $T_0$. На сколько сместится при этом самый правый поршень?



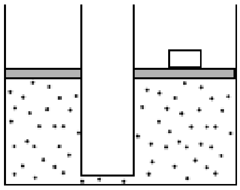
$\boxed{x = \frac{l(T_1-T_0)}{(n+1)(nT_0+T_1)}}$

Задача 12. (*«Росатом», 2014, 11*) Цилиндрический сосуд закрыт двумя массивными одинаковыми подвижными поршнями. Газа между поршнями нет. Из-за неплотных контактов между стенками и нижним поршнем газ медленно просачивается в пространство между поршнями. Известно, что когда нижний поршень оказался на высоте $h$ от дна сосуда, верхний был на расстоянии $2h$ от нижнего. На какой высоте от дна будет верхний поршень, когда нижний поршень окажется на дне? Температура постоянна. Контакты между верхним поршнем и стенками плотные, трения нет. Атмосферным давлением пренебречь.



На высоте $4h$

Задача 13. (*«Росатом», 2017, 11*) Имеется два вертикальных цилиндрических сосуда с разной площадью сечения, которые в своих нижних частях соединены тонкой трубкой. Сосуды закрыты подвижными поршнями одинаковой массы $m$. Поршни находятся в равновесии на одинаковой высоте $h$ от дна сосуда, на большем поршне лежит дополнительный груз массой $m/2$ (см. рисунок). В некоторый момент времени груз снимают с поршня. На какой высоте от дна сосуда окажется этот поршень после установления равновесия? Атмосферным давлением пренебречь, температура газа не меняется.



$\boxed{H = \frac{5}{2}h}$

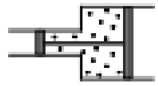
Задача 14. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11*) В вертикальном гладком цилиндре с площадью сечения $S = 4$ см$^2$ под поршнем массой $M = 800$ г находится газ. При увеличении абсолютной температуры газа в $n = 1{,}5$ раза поршень поднимается вверх и упирается в уступы. При этом объём газа по сравнению с первоначальным увеличивается в $k = 1{,}2$ раза. Определить силу, с которой поршень давит на уступы. Атмосферное давление $p_0 \approx 100$ кПа, ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с$^2$.

$\boxed{F = \left(\frac{n}{k} - 1\right)(p_0 S + Mg) \approx 12 \text{ Н}}$

Задача 15. (*МОШ, 2010, 10*) Горизонтальный сосуд с газом разделён на две части подвижным вертикальным поршнем, не проводящим тепло. Вначале давление в сосуде было равно $p_0$, а температура — $T_0$. Нагревая газ в левой части сосуда до температуры $T_0 + \Delta T$, исследуют зависимость давления в системе $p$ от параметра $x = \Delta T / T_0$. Эта зависимость оказалась линейной: $p = p_0(1 + \alpha x)$ с параметром $\alpha = 0{,}5$. Найдите отношение $k = \nu_1/\nu_2$ количеств газа в левой и правой частях сосуда. Температура в правой части сосуда поддерживается постоянной, трением между поршнем и стенками сосуда можно пренебречь.

$\boxed{k = \frac{\alpha}{1-\alpha} = 1}$

Задача 16. (*«Росатом», 2011, 11*) Две открытые с обоих концов в атмосферу трубы с площадями сечений $S_1$ и $S_2$ ($S_1 < S_2$) состыкованы между собой. В них вставлены соединённые стержнем поршни, которые при температуре $T_0$ находятся на одинаковых расстояниях от стыка труб. Между поршнями находится идеальный газ. При какой температуре газа между поршнями правый поршень переместится влево на половину первоначального расстояния между ним и стыком труб? Ответ обосновать.



$$T = \frac{3S_1+S_2}{2(S_1+S_2)}T_0$$

Задача 17. (*«Курчатов», 2015, 10*) Герметичный теплонепроницаемый вертикальный цилиндрический сосуд разделён массивным теплонепроницаемым горизонтальным тонким поршнем, скользящим вдоль стенок без трения. В обеих частях сосуда находится один и тот же идеальный газ. Известно, что при температуре $T$ в обеих частях сосуда поршень делит сосуд в отношении $2:1$, считая от его верхнего торца. Если перевернуть сосуд и нагреть оказавшийся под поршнем газ до температуры $4T$, а температуру второй части оставить неизменной, то поршень вновь разделит сосуд в отношении $2:1$, считая от верхнего торца. Чему равно отношение масс газов, разделённых поршнем?

$1:3$

Задача 18. (*«Курчатов», 2014, 10*) Юный экспериментатор изучает зависимость давления идеального газа от температуры. Для этого он изготовил сосуд, заполненный воздухом при атмосферном давлении $p = 10^5$ Па (при таких условиях с хорошей точностью можно считать, что воздух — идеальный газ). К сосуду подсоединён манометр, и имеется возможность измерять температуру воздуха внутри сосуда, помещая сосуд в воду. К сожалению, из-за неопытности экспериментатора установка получилась негерметичной: она выпускает воздух, если разность давлений внутри и снаружи превысит некоторое критическое значение $\Delta p$. Сначала газ в сосуде медленно нагрели до температуры $T_1 = 323$ К, затем медленно охладили. При этом давление в сосуде оказалось на $\Delta p_1 = 3$ кПа меньше атмосферного. Какую разность давлений $\Delta p_2$ измерит юный экспериментатор, если проделает тот же эксперимент, только нагревая газ до температуры $T_2 = 353$ К? Начальное давление газа вновь равно атмосферному. Изменением объёма сосуда при всех происходящих в эксперименте процессах можно пренебречь.

$$\Delta p_2 = p\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) + \Delta p_1 \frac{T_1}{T_2} = 11{,}2 \text{ кПа}$$

Задача 19. (*МОШ, 2015, 10*) В нижней части вертикального цилиндрического сосуда, разделённого подвижным лёгким поршнем, находится аргон. Верхняя часть сосуда полностью заполнена водой массой $m = 1$ кг и открыта в атмосферу. При температуре $t_1 = 27\,^\circ$C поршень расположен на высоте, составляющей $1/4$ высоты сосуда. После нагревания всей системы до температуры $t_2 = 127\,^\circ$C равновесие достигается при расположении поршня на $1/2$ высоты сосуда. Найдите площадь $S$ поперечного сечения сосуда и высоту $H$ сосуда. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Абсолютный нуль считайте равным $t_0 = -273\,^\circ$C, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м$^3$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$.

$$S = \frac{mg}{p_0\left(\frac{2T_1}{T_2} - 1\right)} = 2 \text{ см}^2;\ H = \frac{4p_0}{3\rho g}\left(\frac{2T_1}{T_2} - 1\right) \approx 6{,}7 \text{ м}$$

Задача 20. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11*) Идеальный газ участвует в процессе, в котором его температура изменяется от $T_0$ до $5T_0$, а график зависимости давления от температуры — парабола

$$p = p_0\left(1 + \frac{T^2}{4T_0^2}\right).$$

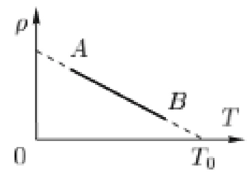
Плотность газа в конце процесса равна $\rho_к$. Чему равна минимальная плотность газа в этом процессе?

$\frac{20}{29}\rho_к$

Задача 21. (*Всеросс., 2005, ОЭ, 10*) Идеальный одноатомный газ расширяется квазистатически, причём давление и объём газа линейно зависят от времени. Когда температура достигла своего максимального значения $T_0$, давление и объём газа были равны $p_0$ и $V_0$ соответственно. Какими будут давление $p_1$ и температура $T_1$ в момент времени, когда объём газа достигнет величины $V_1 = \alpha V_0$?

$p_1 = (2-\alpha)p_0$, $T_1 = \alpha(2-\alpha)T_0$ при $\alpha < 2$; иначе решений нет

Задача 22. (*Всеросс., 2010, РЭ, 10*) Идеальный газ в количестве $\nu$ моль участвует в процессе $AB$, изображённом на рисунке в координатах $\rho(T)$, где $\rho$ — плотность газа, а $T$ — его температура. При каких условиях (температуре) давление газа на 25% меньше максимального? Температура $T_0$ известна.

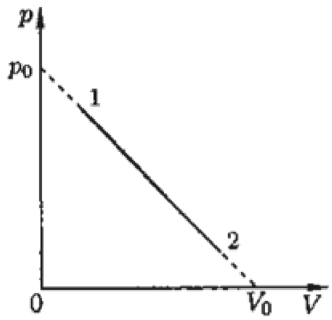



При $T_1 = T_0/4$ и $T_2 = 3T_0/4$

Задача 23. (*Всеросс., 2005, финал, 11*) Разрабатывая кинетическую теорию газов, Клаузиус ввёл в уравнение состояния идеального газа (в расчёте на 1 моль) поправку $b$, которая имеет смысл собственного объёма молекул газа:

$$p(V-b) = RT.$$

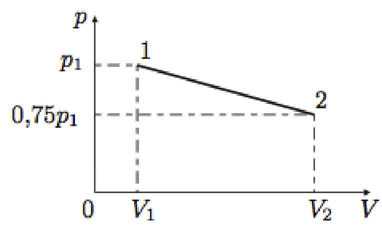
Процесс 1–2 (рис.) производится сначала с одним молем идеального газа, а затем с одним молем газа Клаузиуса. Найдите разность $\Delta T$ максимальных температур газов в этих опытах, а также укажите, какая из их больше.




Известно, что $p_0 = 1{,}51$ МПа, $b = 44$ см$^3$/моль $\ll V_0$, $R = 8{,}310$ Дж/(моль $\cdot$ К).

$\Delta T = T_1 - T_2 = \frac{p_0 b}{2R} \approx 4{,}0$ К

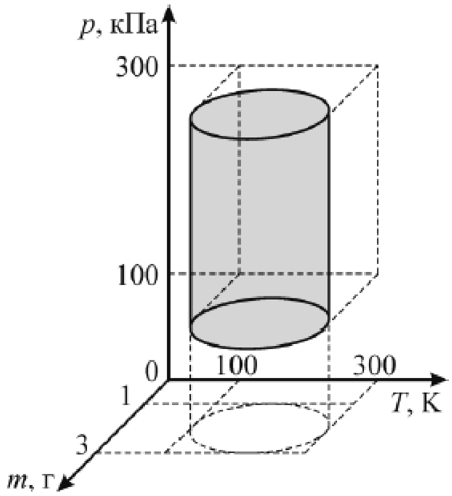
Задача 24. (*Всеросс., 2012, финал, 10*) Один моль идеального газа переводят из состояния с известным давлением $p_1$ и известным объёмом $V_1$ в состояние с давлением $0{,}75p_1$ и объёмом $V_2 > V_1$. Зависимость $p(V)$ в этом процессе является линейной функцией (рис.).




При каких значениях конечного объёма $V_2$ температура в данном процессе изменяется монотонно?

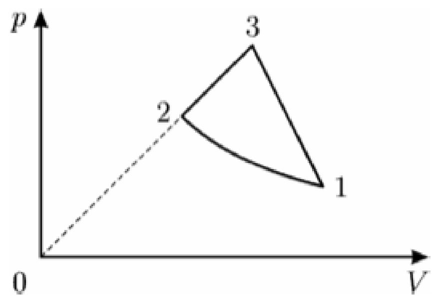
$V_1 < V_2 \leqslant \frac{5}{4}V_1$ или $V_2 \geqslant \frac{3}{2}V_1$

Задача 25. (*МОШ, 2017, 10*) Кислород находится в специальном устройстве, которое обеспечивает ограничение на возможные значения объёма, давления $p$, температуры $T$ и массы $m$ газа. Все возможные значения $p$, $T$ и $m$, будучи нанесёнными на трёхмерную $p$–$T$–$m$-диаграмму (см. рис.), лежат внутри цилиндрической поверхности, ограниченной диапазонами изменения давления от 100 кПа до 300 кПа, массы — от 1 г до 3 г и температуры — от 100 К до 300 К. Найдите минимальное и максимальное значение, которое может принимать объём газа, и укажите значения $p$, $T$ и $m$, которые соответствуют этим состояниям. Молярная масса кислорода $\mu = 32$ г/моль.




См. конец листка

Задача 26. (*МОШ, 2017, 10*) Один моль идеального одноатомного газа совершает замкнутый цикл, состоящий из изотермы 1–2 и процессов 2–3 и 3–1, в которых давление является линейной функцией объёма, как показано на рисунке. Известно, что в состояниях 1 и 2 давление газа равно $p_1$ и $p_2$ соответственно. При каких давлениях в состоянии 3 в нём достигается максимальная температура газа за весь цикл?




$p_3 \geqslant \frac{p_1^2+p_2^2}{2p_1}$

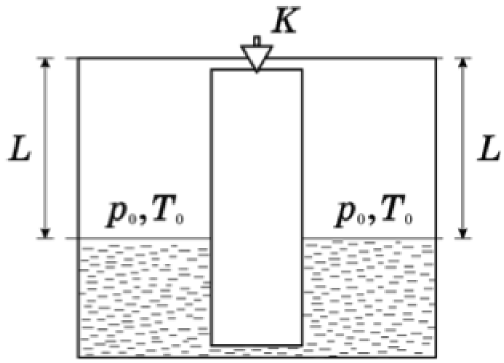
Задача 27. (*МФТИ, 1997*) Найти массу кислорода, содержащегося в атмосфере Земли. Известно, что температура воздуха вблизи поверхности Земли $T = 290$ К, радиус Земли $R_З = 6370$ км, а ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с$^2$. Масса кислорода, содержащегося в одном литре воздуха, взятого у поверхности Земли, $\rho = 0{,}26$ г/л. Процентное содержание кислорода (по массе) в атмосфере Земли считать постоянным. Толщина атмосферы много меньше радиуса планеты.

$m = \frac{4\pi R_З^2 \rho R T}{\mu g} \approx 10^{18}$ кг

Задача 28. (*МОШ, 2013, 10*) Оцените температуру в центре Солнца. Считайте, что плотность вещества Солнца постоянна, а в центре Солнца атомы водорода полностью распадаются на протоны и электроны, образуя плазму с молярной массой $\mu = 0{,}5$ г/моль, для которой можно использовать уравнение идеального газа. Первая космическая скорость для Солнца (скорость движения спутника вблизи поверхности Солнца) составляет $v = 400$ км/с. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль $\cdot$ К).

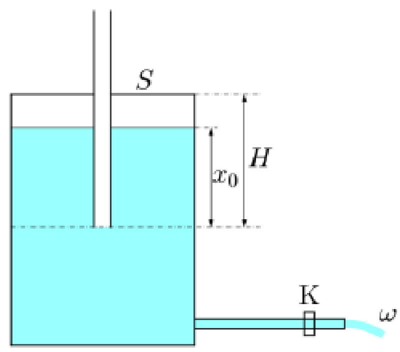
$T \approx \frac{\mu v^2}{2R} \approx 5 \cdot 10^6$ К; годится любой ответ $T \sim \frac{\mu v^2}{R}$

Задача 29. (*Всеросс., 2018, РЭ, 10*) Два одинаковых вертикальных цилиндра соединены сверху и снизу трубками пренебрежимо малого объёма. В верхней трубке имеется кран $K$, который исходно открыт. В цилиндры налита жидкость плотности $\rho$. Оставшийся объём цилиндров высоты $L$ заполнен газом с давлением $p_0$ и комнатной температурой $T_0$. При неизменной температуре газа в левом цилиндре газ в правом нагрели до температуры $T$ и закрыли вентиль. Нагреватель отключили. Когда воздух в правом цилиндре остыл до комнатной температуры, разность уровней жидкости в цилиндрах стала $2h$. Найдите температуру $T$, если в левом цилиндре температура газа всё время оставалась комнатной. Ускорение свободного падения $g$.




$$T = T_0 \frac{(L+h)(p_0 L + \rho g h (L-h))}{(L-h)(p_0 L + \rho g h (L+h))}$$

Задача 30. (*Всеросс., 2017, РЭ, 10*) Сосуд Мариотта представляет собой герметически закрытый цилиндрический сосуд с площадью дна $S$, в верхнюю крышку которого вставлена открытая с обоих концов тонкая трубка (рис.). Нижний конец трубки расположен на расстоянии $H$ от верхней крышки сосуда. Около дна сосуда в его боковую стенку вставлена горизонтальная трубка с краном. В начальный момент времени высота уровня воды относительно нижнего конца вертикальной трубки равна $x_0$, а сама эта трубка полностью заполнена воздухом. Кран закрыт. В момент времени $t = 0$ кран открывают, и вода начинает вытекать из сосуда, а пузырьки воздуха проникать в сосуд через вертикальную трубку. Расход вытекающей жидкости равен $\omega$ (объём в единицу времени). Температура сосуда $T$, атмосферное давление $p_0$, молярная масса $M$ воздуха известны и остаются постоянными. Давлением насыщенных паров воды пренебречь. Считайте, что в ходе всего эксперимента уровень жидкости в сосуде не опустился ниже конца вертикальной трубки. Плотность воды равна $\rho$.




1) Чему равна масса $m_0$ воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени?

2) Чему равна скорость $\mu$ изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени?

3) С какой скоростью $\beta$ изменяется $\mu$ (скорость изменения массы воздуха в сосуде) в процессе вытекания воды из него?

1) $m_0 = \frac{MS}{RT}(H - x_0)(p_0 - \rho g x_0)$; 2) $\mu_0 = \frac{M\omega}{RT}(p_0 + \rho g H - 2\rho g x_0)$; 3) $\beta = \frac{2M\rho g \omega^2}{RTS}$

Задача 31. (*Всеросс., 2013, РЭ, 11*) В вертикальном цилиндре сечения $S$ тяжёлый поршень массы $m$ лежит на шероховатом дне при открытых отверстиях в верхнем и нижнем торцах, так, что в цилиндре находится $\nu_0$ моль воздуха. Отверстия закрывают и переворачивают цилиндр. После этого открывают отверстие в верхнем торце и дожидаются установления равновесия. Затем отверстие закрывают и ещё раз переворачивают цилиндр. Снова открывают верхнее отверстие, дожидаются установления равновесия, и так далее.

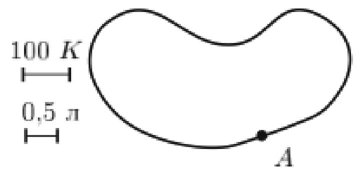
Определите максимальное количество воздуха, оказавшееся в цилиндре.

Какое количество воздуха $\nu$ окажется в цилиндре после многократного повторения процедуры переворачивания?

Атмосферное давление $p_0$, температура постоянна, трение между поршнем и цилиндром отсутствует. Ускорение свободного падения $g$.

$\nu_{\max} = \nu_0 \frac{p_0S+2mg}{p_0S+mg}$; $\nu = 2\nu_0 \frac{p_0S+mg}{2p_0S+mg}$

Задача 32. (*Всеросс., 2009, финал, 11*) Говорят, что в архиве лорда Кельвина нашли график циклического процесса, совершённого над одним молем идеального одноатомного газа (рис.). Со временем чернила выцвели, и от координатных осей $T$ (температура) и $V$ (объём) не осталось и следа. Из пояснений к тексту следовало, что в точке $A$ температура равна 400 K, объём — 1 л, давление газа минимально, а начало координат находится в нижней части рисунка. Там же был указан масштаб по осям.




1) Восстановите построением положение осей $T$ и $V$.

2) Найдите максимальное давление газа в этом процессе.

$p_{\max} \approx 4{,}75$ МПа

Задача 33. (*МФТИ, 1994*) Транспортный баллон с гелием имеет массу 61,6 кг при температуре 27 °C и давлении гелия внутри, равном 200 атмосфер. Часть гелия была использована, чтобы надуть резиновые шарики объёмом 4 л каждый. Масса оставшегося гелия с баллоном при температуре −3 °C оказалась равной 60,6 кг, а давление в баллоне — 70 атмосфер. Найти объём транспортного баллона и количество надутых шариков, если давление в них равно 1 атмосфере.

$V = \frac{RT_1T_2\Delta M}{\mu(p_1T_2-p_2T_1)} \approx 50$ л; $N = \frac{RT_1\Delta M}{\mu p_0V_0} \approx 1560$ шариков

Задача 34. (*МФТИ, 1994*) В переносном газовом баллоне объёмом $V = 5$ л может поместиться не больше $m = 2{,}2$ кг жидкого пропана ($C_3H_8$) под давлением 16 атмосфер и при температуре 17 °C. Сколько пропана в газообразном состоянии останется в баллоне, если из полного баллона израсходовать 80% пропана?

$m_г = 0{,}8m\left(\frac{mRT}{\mu pV} - 1\right)^{-1} \approx 125$ г

Задача 35. (*МФТИ, 1993*) В модели адиабатической атмосферы температура воздуха меняется с высотой $h$ по линейному закону: $T = T_0 - 2\mu gh/7R$, где $T_0 = 273$ К (температура поверхности земли), $\mu = 29$ г/моль — средняя молярная масса воздуха, $g = 9{,}8$ м/с$^2$ — ускорение свободного падения, $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К) — газовая постоянная. В той же модели температура $T$ и плотность $\rho$ на высоте $h$ связаны с температурой $T_0$ и плотностью $\rho_0$ у поверхности земли формулой $T^5/\rho^2 = T_0^5/\rho_0^2$. Найти массу воздуха, содержащегося в 1 литре, взятом на высоте Эльбруса $H = 5{,}5$ км. Воздух у поверхности Земли находится при нормальных условиях.

$\rho = \frac{\mu p_0}{RT_0}\left(1 - \frac{2\mu gH}{7RT_0}\right)^{5/2} \approx 0{,}7$ кг/м$^3$, так что $m \approx 0{,}7$ г

Задача 36. (*МОШ, 2014, 10–11*) На Тритоне, спутнике планеты Нептун, давление воздуха, состоящего в основном из азота (молярная масса 28 г/моль), составляет 1,5 Па, температура $-235\,^\circ$C. Ускорение свободного падения на поверхности спутника 0,78 м/с$^2$. Абсолютный нуль составляет $-273\,^\circ$C, универсальная газовая постоянная 8,3 Дж/(моль $\cdot$ К), одному молю соответствует $6 \cdot 10^{23}$ частиц.

A) Определите массу воздуха в одном кубическом метре у поверхности Тритона. Ответ представьте в граммах и округлите до второй значащей цифры.

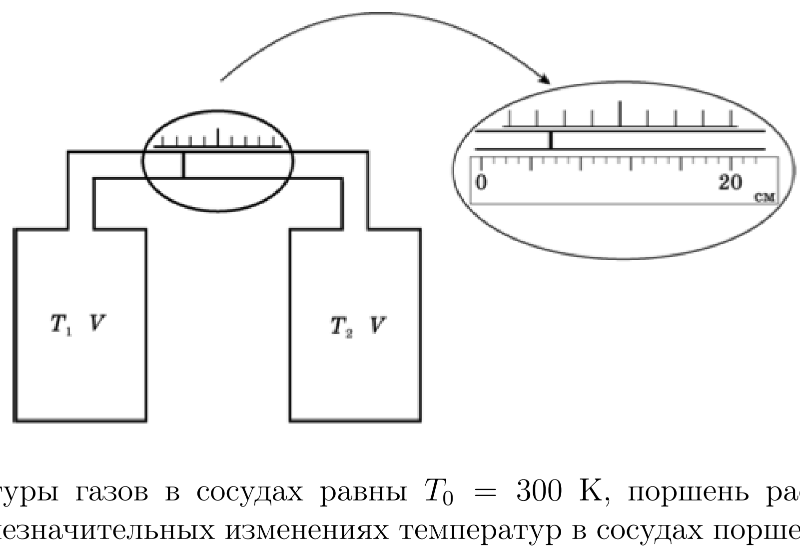
B) Какой высоты должна быть льдинка (плотность 0,9 г/см$^3$) в форме прямоугольного параллелепипеда, чтобы она создавала на поверхность Тритона такое же давление, что и воздух? Ответ представьте в миллиметрах и округлите до второй значащей цифры.

C) Сколько молекул воздуха содержится в кубике длиной ребра 4 микрометра? Ответ округлите до второй значащей цифры.

D) Представим, что имеется прямоугольный параллелепипед, в основании которого — квадрат с длиной стороны 0,1 нанометра (один нанометр — это миллиардная доля метра), порядка размера молекулы. Какой высоты должен быть параллелепипед, чтобы в него в среднем попадала одна молекула? Ответ представьте в миллиметрах и округлите до второй значащей цифры. Полученное Вами значение по порядку величины равно длине свободного пробега — расстоянию, которую молекула проходит между двумя последовательными столкновениями.

A) 0,13; B) 2,1; C) 180000; D) 35

Задача 37. (*Всеросс., 2018, РЭ, 11*) Два одинаковых сосуда с объёмами $V = 1{,}0$ л каждый соединены трубкой длиной $L = 300$ см и поперечным сечением $S = 1$ см$^2$ с небольшим поршнем внутри, который может скользить в ней без трения (см. рис.).




Когда температуры газов в сосудах равны $T_0 = 300$ К, поршень располагается посередине трубки. При незначительных изменениях температур в сосудах поршень смещается вдоль шкалы, нанесённой рядом. Перерисовав в тетрадь, проградуируйте эту шкалу (оцифруйте её деления в градусах Кельвина), чтобы по ней можно было считывать разность температур $\Delta T = T_1 - T_2$ (с учётом знака!). Будет ли эта шкала линейной? На выносном рисунке рядом со шкалой помещена линейка.

Шкала линейна с ценой деления 1,2 К

**Ответ к задаче 25**

Используются обозначения $m_0 = 1$ г и $T_0 = 100$ К.

- $V_{\min} = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{m_0 R T_0}{\mu p_{\max}} \approx 0{,}145$ л; достигается при $p = 300$ кПа, $m = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) m_0 \approx 1{,}29$ г и $T = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) T_0 \approx 129$ К;

- $V_{\max} = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{m_0 R T_0}{\mu p_{\min}} \approx 0{,}903$ л; достигается при $p = 100$ кПа, $m = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) m_0 \approx 2{,}71$ г и $T = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) T_0 \approx 271$ К.