

Уравнение адиабаты

ЗАДАЧА 1. Выведите уравнение адиабаты $pV^\gamma = \text{const}$, где $\gamma = C_p/C_V$.

Указание. $\delta Q = dU + \delta A \Rightarrow 0 = \nu C_V dT + pdV \Rightarrow \dots$

ЗАДАЧА 2. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 10–11) Точка K — это точка на pV -диаграмме, описывающая состояние постоянного количества одноатомного идеального газа. Угол наклона изотермы в этой точке к оси V равен α . Каков угол наклона адиабаты в этой же точке к оси V ? Ответ обосновать.

$$\left(\nu \frac{\partial \ln p}{\partial \ln V} \right)_{\text{адиабата}} = \gamma$$

ЗАДАЧА 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) $\nu = 2$ моля неона сначала адиабатически сжали, совершив над ним работу $A = 2$ Дж, а затем изохорически нагрели, сообщив ему количество теплоты $Q = 3$ Дж. В результате давление неона увеличилось на 0,1%. Найти с ошибкой не более 3 К начальную температуру неона. Универсальная газовая постоянная $R \approx 8,31$ Дж/(моль · К).

$$\Delta T \approx \left(\frac{d}{dT} \right)_{p, V} \frac{A + Q}{\nu} = 0,1 T$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1999) Моль гелия из начального состояния с температурой $T = 300$ К расширяется в адиабатическом процессе так, что относительные изменения давления $\Delta p/p$, объёма $\Delta V/V$ и температуры газа $\Delta T/T$ малы. Найти работу A , совершённую газом, если относительное изменение его давления $\Delta p/p = -1/120$.

$$A = \nu \int p dV = \nu \int p \frac{dV}{V} = \nu \int \frac{p}{p} \frac{dp}{\gamma} = \frac{\nu}{\gamma} \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma} = \nu \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma^2}$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1999) Моль гелия сжимают в адиабатическом процессе так, что относительные изменения давления $\Delta p/p$, объёма $\Delta V/V$ и температуры $\Delta T/T$ газа малы. На сколько процентов изменяется давление газа, если относительное изменение температуры $\Delta T/T = 0,0032$?

$$\Delta p/p \approx \gamma \Delta T/T = 1,67 \cdot 0,0032 = 0,005364$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 2008) Теплоизолированный горизонтальный цилиндр с гладкими стенками делится не проводящим теплоту поршнем на два объёма, в которых находится по одному молю гелия при температуре $T_0 = 200$ К. В левой части цилиндра на некоторое время включается нагреватель. Поршень перемещается. В конечном состоянии температуры в левой и правой частях цилиндра отличаются в три раза. Найдите количество теплоты Q , переданное нагревателем газу. Известно, что давление p и объём V газа в правой части цилиндра связаны соотношением $p^3 V^5 = \text{const}$ (адиабатический процесс).

$$Q = \nu C_V (T_1 - T_0) = \nu C_V T_0 \left(\frac{p_1^3 V_1^5}{p_2^3 V_2^5} - 1 \right) = \nu C_V T_0 \left(\frac{p_1^3 V_1^5}{p_2^3 V_2^5} - 1 \right)$$

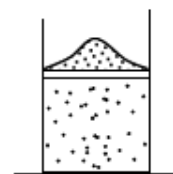
ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 2008) Теплоизолированный горизонтальный цилиндр с гладкими стенками делится не проводящим теплоту поршнем на два объёма, в которых находится по одному моллю гелия при температуре $T_0 = 300$ К. В левой части цилиндра на некоторое время включается нагреватель. В результате поршень перемещается, и газ, содержащийся в левой части цилиндра, совершает работу $A = 1245$ Дж. Найти отношение α конечных объёмов газа в левой и правой частях цилиндра. Известно, что давление p и объём V газа в правой части цилиндра связаны соотношением $p^3 V^5 = \text{const}$ (адиабатический процесс).

$$z \approx 1 - \frac{z^{2/3}}{z^{2/3}} \left(\frac{0L^{4/3} z}{V^2} + 1 \right) z = v$$

ЗАДАЧА 8. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) Для адиабатического увеличения давления $\nu = 2$ молей гелия на 0,5% потребовалось совершить над гелием работу $A = 12,46$ Дж. Найти начальную температуру гелия. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

$$K \text{ } 0z z = \frac{M^{4/3}}{V^{10000}} = 0L$$

ЗАДАЧА 9. («Росатом», 2016, 11) В теплоизолированном сосуде под массивным поршнем, на котором лежит куча песка, находится одноатомный идеальный газ. Объём газа V , давление p . Песок (по одной песчинке) снимают с поршня, и объём газа медленно увеличивается вдвое. Какой была бы кинетическая энергия поршня в тот момент, когда объём газа вырос вдвое, если бы песок сняли с поршня весь сразу? Атмосферное давление отсутствует.



Указание. В адиабатическом процессе давление и объём идеального газа связаны соотношением $pV^\gamma = \text{const}$, где γ — известное число ($\gamma > 1$).

$$\left(\nu - z z - \frac{z}{z} \right) \Lambda^d = M$$

ЗАДАЧА 10. (МОШ, 2010, 11) Горизонтальный сосуд с идеальным одноатомным газом разделён на две части подвижным вертикальным поршнем, не проводящим тепло. Вначале давление в сосуде было равно p_0 , а температура — T_0 . Нагревая газ в левой части сосуда до температуры $T_0 + \Delta T$, исследуют зависимость давления в системе p от параметра $x = \Delta T/T_0$. Эта зависимость при малых x оказалась линейной: $p = p_0(1 + \alpha x)$ с параметром $\alpha = 0,5$. Найдите отношение $k = \nu_1/\nu_2$ количеств газа в левой и правой частях сосуда. Процесс в правой части сосуда адиабатный, трением между поршнем и стенками сосуда можно пренебречь.

$$\frac{z}{z} = \frac{(v-1)z}{vz} = \gamma$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2006, финал, 11) На рисунке изображена система, состоящая из баллона объёмом $V_0 = 0,2$ м³ и цилиндра с поршнем. Начальный объём баллона и цилиндра $V_1 = kV_0$, где $k = 2,72$. В системе находится воздух под давлением $p_0 = 10^5$ Па и при температуре $T_0 = 300$ К, равной температуре наружного воздуха. Передвигая поршень, весь воздух из цилиндра закачивают в баллон. Определите количество теплоты, которое передаётся окружающей среде в следующих двух случаях.



1) Поршень передвигается медленно, так что в каждый момент времени вся система находится в тепловом равновесии с окружающей средой.

2) Поршень передвигается достаточно быстро, так что за время его перемещения можно пренебречь теплообменом с окружающей средой, но воздух внутри системы в каждый момент времени находится в равновесном состоянии. После завершения процесса перекачки темепра-

тура воздуха в баллоне постепенно сравнивается с температурой окружающего воздуха.

Примечание. Адиабатический процесс описывается уравнением $pV^\gamma = \text{const}$, где параметр $\gamma = 7/5$.

$$p_2 V_2^\gamma = (1 - \gamma) \frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{1 - \gamma}{\gamma} = \dots$$

ЗАДАЧА 12. (*Всеросс., 2008, финал, 11*) Первое устройство, вырабатывающее электричество для бакеана за счёт энергии морских волн, было создано в 1964 году. Схема бакеана показана на рисунке. Воздух сначала засасывается при опускании поршня через клапан K_2 , затем сжимается и впускается в рабочую полость через клапан K_1 . Когда поверхность воды опускается, клапан K_1 закрыт, а клапан K_2 открыт. За один раз засасывается $V_1 = 0,233 \text{ м}^3$ воздуха при давлении $p_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$ и температуре $t_1 = 7^\circ\text{C}$.



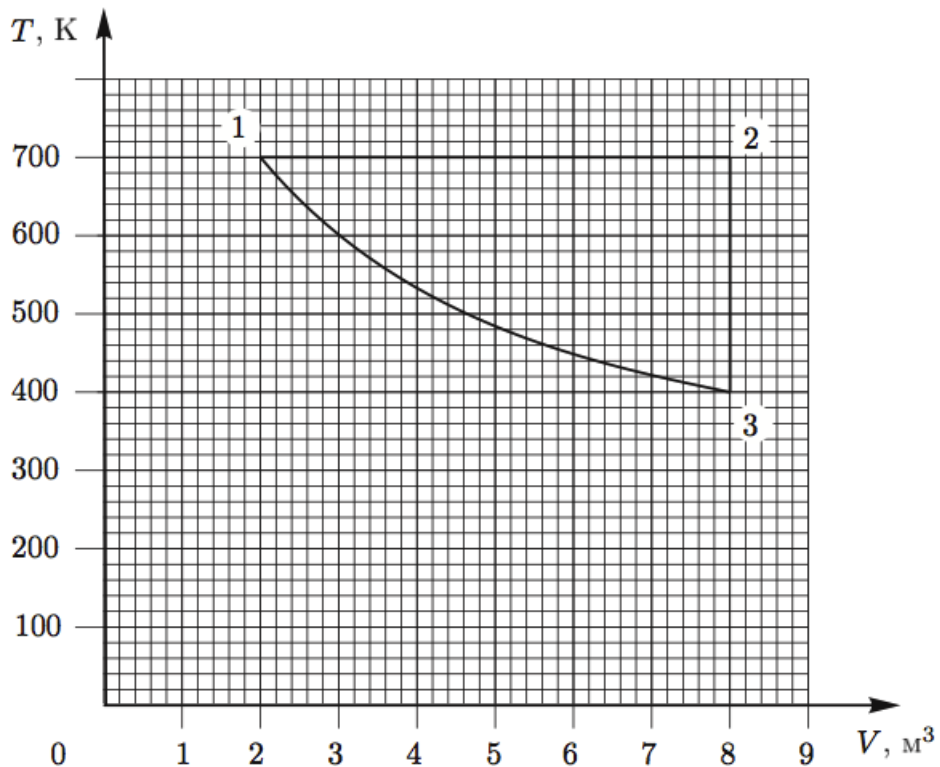
Когда поверхность воды начинает подниматься, клапан K_2 закрывается, и воздух адиабатически сжимается поршнем до давления $p_2 = 6,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$. После этого открывается клапан K_1 , и поршень продолжает двигаться вверх до тех пор, пока весь воздух не будет вытолкнут в рабочую полость. При этом воздух в рабочей полости приводит в движение турбину и генератор, вырабатывающий электричество. После открытия клапана K_1 давление воздуха над поршнем остаётся приблизительно неизменным.

Пренебрегая массой поршня и трением между поршнем и стенкой, определите, какую работу за один цикл совершает вода при подъёме поршня.

Воздух можно считать идеальным двухатомным газом, для которого $\gamma = C_p/C_V = 7/5$. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

$$p_2 V_2^\gamma = \dots$$

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2003, финал, 11) С молем идеального газа произвели замкнутый цикл (рис.), где 3–1 — адиабата. Определите максимальное давление газа за цикл p_{\max} , его теплоёмкость C_V при постоянном объёме и вычислите (с точностью большей, чем даёт прямое измерение по графику) «тангенс» угла (K/m^3) между изотермой и адиабатой в точке 1 на (T, V) плоскости.



$$p_{\max} = 2,9 \text{ кПа}; C_V = 20,5 \pm 0,2 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{K)}; \text{tg } \alpha = 141,8 \pm 1,4 \text{ K/m}^3$$