

## Упругое отражение

Данный листок посвящён задачам, в которых происходит упругий удар о движущуюся стенку. Масса стенки настолько велика, что скорость её не меняется за время удара. В таких ситуациях бывает удобно переходить в систему отсчёта, связанную со стенкой.

**ЗАДАЧА 1.** Массивная плоская плита движется со скоростью  $u$ , перпендикулярной поверхности плиты, и упруго сталкивается с маленьким лёгким шариком. Найдите скорость  $v$ , приобретённую шариком в результате столкновения с плитой, если до удара:

- шарик покоится;
- шарик движется навстречу плите со скоростью  $v_0$ , параллельной скорости  $u$ ;
- шарик удаляется от плиты со скоростью  $v_0 < u$ , параллельной скорости  $u$ .

$$0a - n\tau = a \quad (a : 0a + n\tau = a \quad (g : n\tau = a \quad (v$$

**ЗАДАЧА 2.** («Физтех», 2014, 7–8) Две массивные стенки движутся навстречу с одинаковыми скоростями 3 м/с. На гладком столе между стенками изначально покоится маленький брусочек. Определите, какую скорость относительно земли приобретёт брусочек после четырёх упругих ударов о стенки.

$$24 \text{ м/с}$$

**ЗАДАЧА 3.** («Физтех», 2017, 9) Шарик, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с бруском, который движется по той же поверхности навстречу шару. Грань бруска, о которую ударяется шарик, перпендикулярна вектору скорости шарика. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого столкновения с бруском шарик движется с кинетической энергией, которая в 121 раз больше его кинетической энергии движения до столкновения. Найти отношение начальных скоростей движения шарика и бруска.

$$5/1$$

**ЗАДАЧА 4.** («Физтех», 2017, 9) Шарик, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, догоняет брусок, который движется в том же направлении по этой поверхности. Грань бруска, о которую ударяется шарик, перпендикулярна вектору скорости шарика. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого столкновения шарик скользит в противоположном направлении с кинетической энергией, которая в 9 раз меньше его начальной кинетической энергии. Найти отношение начальных скоростей скольжения шарика и бруска.

$$3$$

**ЗАДАЧА 5.** (МФТИ, 1994) По гладкой горизонтальной поверхности стола скользят в одном направлении массивный брусок со скоростью  $u = 1$  м/с и небольшая шайба со скоростью  $v = 3$  м/с, догоняющая брусок. В некоторый момент времени шайба находилась в точке  $B$  на расстоянии  $L = 1$  м от бруска. Через какое время, считая от этого момента, шайба вернётся в точку  $B$ ? Столкновение шайбы с бруском упругое. Скорость шайбы перпендикулярна грани бруска, о которую она ударяется. Масса шайбы намного меньше массы бруска.

$$2 \tau = \frac{2L}{v} = 1$$

Задача 6. (МФТИ, 1994) По направлению к неподвижному шарiku движется массивная плита с постоянной скоростью  $v = 4$  м/с, направленной вертикально вверх и перпендикулярно поверхности плиты. В момент, когда плита находится на расстоянии  $H = 1$  м от шарика, шарик отпускают. На какое максимальное расстояние от плиты удалится шарик после упругого удара о плиту? Масса шарика много меньше массы плиты.

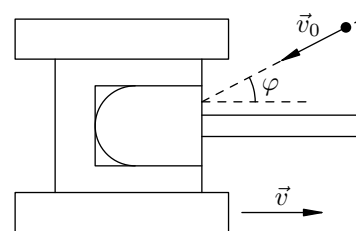
$$v_{\text{max}} = \frac{6v}{\sqrt{2}} + H = \text{см} \approx 1$$

Задача 7. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 7–9) На покоящийся шарик массы 1 г налетает со скоростью 2 м/с куб массой 10 кг. Скорость куба перпендикулярна грани, которой он наносит удар по шарiku. С какой примерно скоростью будет двигаться шарик после удара?

$$v \approx 4 \text{ м/с при упругом ударе}$$

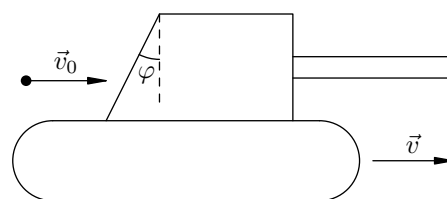
Задача 8. (МФТИ, 1981) В лобовой щит танка, движущегося со скоростью  $v = 54$  км/ч, ударяется пуля, летящая со скоростью  $v_0 = 1800$  км/ч под углом  $\varphi = 60^\circ$  к направлению движения танка (см. рисунок), и упруго отскакивает от него. С какой скоростью полетит отскочившая пуля?

$$v_{\text{отск}} \approx \frac{v_0}{\cos \varphi} \approx \frac{1800}{\cos 60^\circ} = 3600 \text{ км/ч}$$

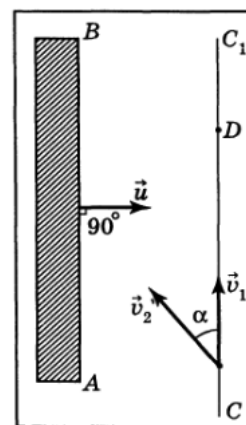


Задача 9. (МФТИ, 1981) В заднюю стенку башни танка, идущего со скоростью  $v = 72$  км/ч, ударяется горизонтально летящая со скоростью  $v_0 = 750$  м/с пуля (см. рисунок) и упруго отскакивает от неё. С какой скоростью полетит отскочившая пуля? Стенка наклонена к вертикали под углом  $\varphi = 30^\circ$ .

$$v_{\text{отск}} \approx \frac{v_0}{\cos \varphi} \approx \frac{750}{\cos 30^\circ} = 866 \text{ м/с}$$

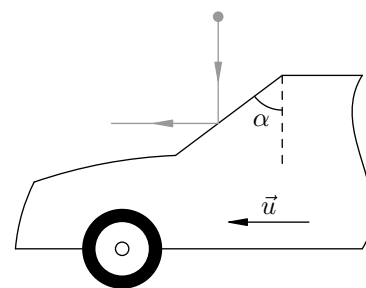


Задача 10. (Всеросс., 1993, финал, 9) Массивная доска  $AB$  скользит со скоростью  $u$  по гладкой горизонтальной поверхности. Из точки  $C$  той же поверхности одновременно вылетают две лёгкие шайбы. Первая шайба скользит по поверхности в направлении  $CC_1$  параллельно доске  $AB$  со скоростью  $v_1$ , вторая скользит со скоростью  $v_2$  под углом  $\alpha$  к  $CC_1$  (рис.). Через некоторое время шайбы сталкиваются в точке  $D$ . Определите скорости шайб  $v_1$  и  $v_2$  до столкновения, если известно, что время от начала движения шайб до их столкновения в  $n$  раз превышает время от начала движения шайб до столкновения второй шайбы с доской. При ударе шайбы о доску потерь энергии не происходит.



$$v_2 \cos \alpha = \frac{v_1 \sin \alpha (u - v_1)}{n(1 - u/v_1)}$$

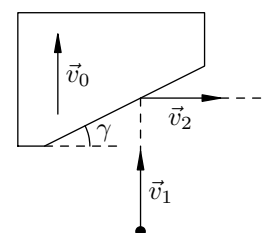
Задача 11. (МФТИ, 2001) Во время града автомобиль едет по горизонтальной дороге со скоростью  $u = 25$  км/ч. Одна из градин ударяется о переднее (ветровое) стекло автомобиля, наклонённое под углом  $\alpha = 30^\circ$  к вертикали, и отскакивает горизонтально в направлении движения автомобиля (см. рисунок). Считая, что удар градины о стекло абсолютно упругий и что скорость градины непосредственно перед ударом вертикальна, найти скорость градины:



- 1) до удара;
- 2) после удара.

$$\frac{v}{u} \cos \alpha \approx n \cos \alpha = \cos \alpha \quad (\cos \alpha \approx \frac{v}{u} \cos \alpha \approx \cos \alpha = \cos \alpha) \quad (1)$$

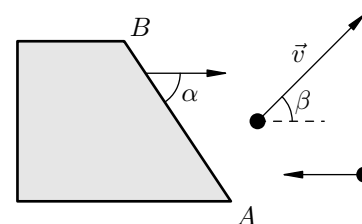
Задача 12. (МФТИ, 2001) Массивная плита поднимается вверх с постоянной скоростью. Мяч, брошенный вертикально вверх, нагоняет плиту, ударяется абсолютно упруго о боковую поверхность плиты, наклонённую под углом  $\gamma = 30^\circ$  к горизонту, и отскакивает в горизонтальном направлении со скоростью  $v_2 = 1,7$  м/с (см. рисунок).



- 1) Найти скорость плиты  $v_0$ .
  - 2) Найти скорость  $v_1$  мяча непосредственно перед ударом.
- Масса плиты намного больше массы мяча.

$$\frac{v_2}{v_1} \cos \gamma \approx \cos \gamma = \cos \alpha \quad (\cos \alpha \approx \frac{v_2}{v_1} \cos \alpha = \cos \alpha) \quad (1)$$

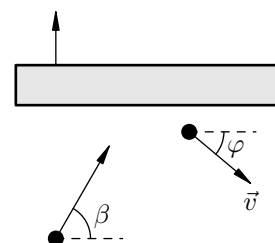
Задача 13. (МФТИ, 2007) По гладкой горизонтальной поверхности стола скользит брусок и ударяет своей гладкой вертикальной гранью  $AB$  по шарик, скользящему по столу навстречу бруску (на рисунке показан вид сверху). Скорость бруска составляет угол  $\alpha = 60^\circ$  с гранью  $AB$ . После абсолютно упругого удара шарик отскочил со скоростью  $v$  под углом  $\beta = 45^\circ$  к направлению движения бруска. Масса шарика намного меньше массы бруска.



- 1) Найдите скорость шарика перед ударом.
  - 2) Найдите скорость бруска.
- Ответ достаточно выразить через корни из целых чисел.

$$a \frac{v}{u} \cos \alpha = n \cos \alpha \quad (\cos \alpha \approx \frac{v}{u} \cos \alpha = \cos \alpha) \quad (1)$$

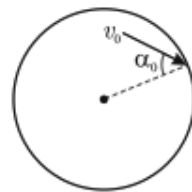
Задача 14. (МФТИ, 2007) Массивная плита поднимается вертикально вверх с постоянной скоростью. Плиту догоняет шарик, имеющий непосредственно перед ударом скорость, направленную под углом  $\beta$  ( $\cos \beta = 1/3$ ) к горизонту (см. рисунок). После абсолютно упругого удара о гладкую поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $v$ , составляющей угол  $\varphi$  ( $\cos \varphi = 3/4$ ) с горизонтом.



- 1) Найдите скорость шарика перед ударом о плиту.
  - 2) Найдите скорость плиты.
- Ответ достаточно выразить через корни из целых чисел.

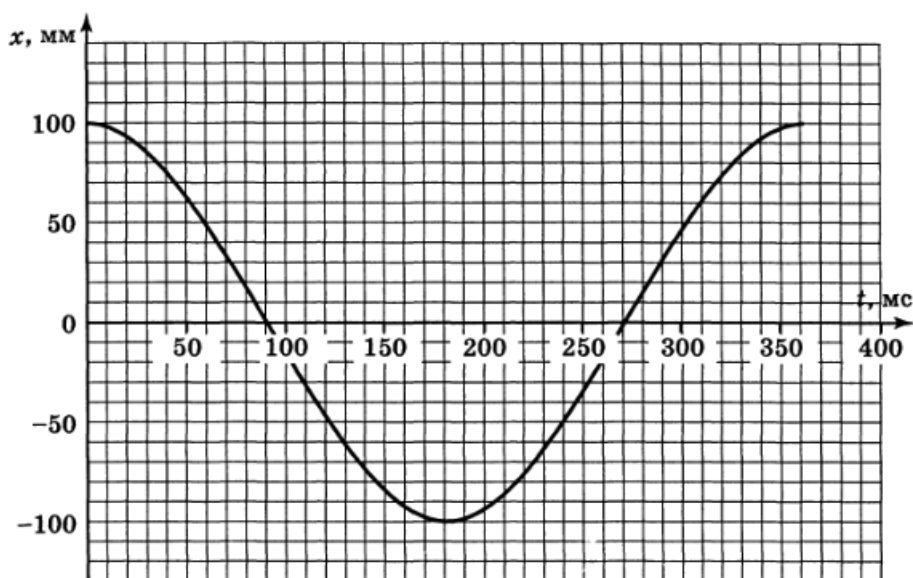
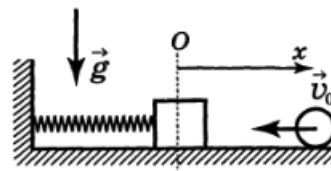
$$a \frac{v}{u} \cos \beta = n \cos \beta \quad (\cos \beta \approx \frac{v}{u} \cos \beta = \cos \beta) \quad (1)$$

Задача 15. (МОШ, 2006, 10) В невесомости внутри сферы радиусом  $R_0$  движется шарик, упруго соударяясь со стенками сферы. Скорость шарика  $v_0$ , угол падения шарика на сферу, то есть угол между вектором его скорости и нормалью к сфере непосредственно перед соударениями, равен  $\alpha_0$  (см. рис.). Сферу начали медленно равномерно сжимать до радиуса  $R_1$ . С какой скоростью  $v_1$  будет двигаться шарик в конце процесса сжатия? Чему при этом будет равен угол  $\alpha_1$  падения шарика на сферу?



$$v_1 = v_0 \cdot \frac{R_0}{R_1}; \alpha_1 = \alpha_0$$

Задача 16. (Всеросс., 2000, финал, 10) На гладкой горизонтальной поверхности колеблется на пружине вдоль оси  $Ox$  брусок. По направлению к бруску вдоль оси  $Ox$  движется со скоростью  $v_0$  шарик (рис. справа), который после упругого удара о брусок отскакивает в противоположном направлении. Масса шарика во много раз меньше массы бруска. График зависимости координаты  $x$  бруска от времени  $t$  представлен на рисунке ниже.



1) Используя график, найдите максимально возможную скорость шарика после отскока, если  $v_0 = 0,06$  м/с.

2) При каких значениях  $v_0$  разность  $\Delta$  между максимально возможной скоростью отскока и  $v_0$  не будет зависеть от  $v_0$ ? Найдите эту разность.

$$v_{max} \approx 2,1 \text{ м/с}; \Delta \approx 0,38 \text{ м/с}$$