Упругое отражение

Данный листок посвящён задачам, в которых происходит упругий удар о движущуюся стенку. Масса стенки настолько велика, что скорость её не меняется за время удара. В таких ситуациях бывает удобно переходить в систему отсчёта, связанную со стенкой.

Задача 1. Массивная плоская плита движется со скоростью u, перпендикулярной поверхности плиты, и упруго сталкивается с маленьким лёгким шариком. Найдите скорость v, приобретённую шариком в результате столкновения с плитой, если до удара:

а) шарик покоится;

б) шарик движется навстречу плите со скоростью v_0, параллельной скорости u;

в) шарик удаляется от плиты со скоростью $v_0 < u$, параллельной скорости u.

а) $v = 2u$; б) $v = 2u + v_0$; в) $v = 2u - v_0$

Задача 2. (*«Физтех», 2014*) Две массивные стенки движутся навстречу с одинаковыми скоростями 3 м/с. На гладком столе между стенками изначально покоится маленький брусочек. Определите, какую скорость относительно земли приобретёт брусочек после 4 упругих ударов о стенки.

24 м/с

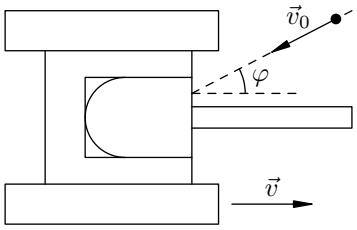
Задача 3. (*МФТИ, 1994*) По гладкой горизонтальной поверхности стола скользят в одном направлении массивный брусок со скоростью $u = 1$ м/с и небольшая шайба со скоростью $v = 3$ м/с, догоняющая брусок. В некоторый момент времени шайба находилась в точке B на расстоянии $L = 1$ м от бруска. Через какое время, считая от этого момента, шайба вернётся в точку B? Столкновение шайбы с бруском упругое. Скорость шайбы перпендикулярна грани бруска, о которую она ударяется. Масса шайбы намного меньше массы бруска.

$t = \frac{2L}{v-2u} = 2$ с

Задача 4. (*МФТИ, 1994*) По направлению к неподвижному шарику движется массивная плита с постоянной скоростью $v = 4$ м/с, направленной вертикально вверх и перпендикулярно поверхности плиты. В момент, когда плита находится на расстоянии $H = 1$ м от шарика, шарик отпускают. На какое максимальное расстояние от плиты удалится шарик после упругого удара о плиту? Масса шарика много меньше массы плиты.

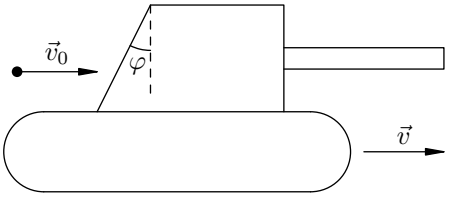
$L_{\max} = H + \frac{v^2}{2g} = 1{,}8$ м

Задача 5. (*МФТИ, 1981*) В лобовой щит танка, движущегося со скоростью $v = 54$ км/ч, ударяется пуля, летящая со скоростью $v_0 = 1800$ км/ч под углом $\varphi = 60^\circ$ к направлению движения танка (см. рисунок), и упруго отскакивает от него. С какой скоростью полетит отскочившая пуля?



$v' = \sqrt{v_0^2 \sin^2\varphi + (v_0\cos\varphi + 2v)^2} \approx 520$ м/с

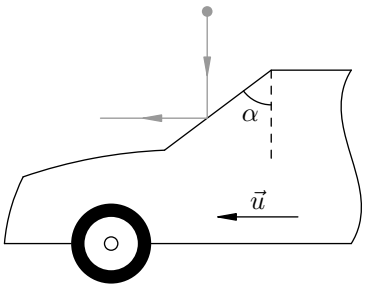
Задача 6. (*МФТИ, 1981*) В заднюю стенку башни танка, идущего со скоростью $v = 72$ км/ч, ударяется горизонтально летящая со скоростью $v_0 = 750$ м/с пуля (см. рисунок) и упруго отскакивает от неё. С какой скоростью полетит отскочившая пуля? Стенка наклонена к вертикали под углом $\varphi = 30°$.



$v' = \sqrt{v_0^2 \sin^2\varphi + (v_0 - 2v)^2 \cos^2\varphi} \approx 720$ м/с

Задача 7. (*МФТИ, 2001*) Во время града автомобиль едет по горизонтальной дороге со скоростью $u = 25$ км/ч. Одна из градин ударяется о переднее (ветровое) стекло автомобиля, наклонённое под углом $\alpha = 30°$ к вертикали, и отскакивает горизонтально в направлении движения автомобиля (см. рисунок). Считая, что удар градины о стекло абсолютно упругий и что скорость градины непосредственно перед ударом вертикальна, найти скорость градины:

1) до удара;
2) после удара.

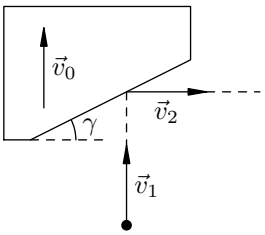


1) $v_1 = u\sqrt{3} \approx 12$ м/с; 2) $v_2 = 3u \approx 21$ м/с

Задача 8. (*МФТИ, 2001*) Массивная плита поднимается вверх с постоянной скоростью. Мяч, брошенный вертикально вверх, нагоняет плиту, ударяется абсолютно упруго о боковую поверхность плиты, наклонённую под углом $\gamma = 30°$ к горизонту, и отскакивает в горизонтальном направлении со скоростью $v_2 = 1{,}7$ м/с (см. рисунок).

1) Найти скорость плиты v_0.
2) Найти скорость v_1 мяча непосредственно перед ударом.

Масса плиты намного больше массы мяча.

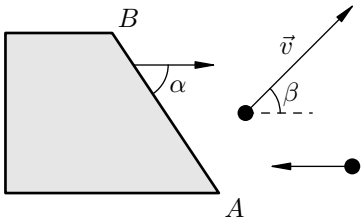


1) $v_0 = \frac{v_2}{sqrt3} \approx 1$ м/с; 2) $v_1 = v_2\sqrt{3} \approx 3$ м/с

Задача 9. (*МФТИ, 2007*) По гладкой горизонтальной поверхности стола скользит брусок и ударяет своей гладкой вертикальной гранью AB по шарику, скользящему по столу навстречу бруску (на рисунке показан вид сверху). Скорость бруска составляет угол $\alpha = 60°$ с гранью AB. После абсолютно упругого удара шарик отскочил со скоростью v под углом $\beta = 45°$ к направлению движения бруска. Масса шарика намного меньше массы бруска.

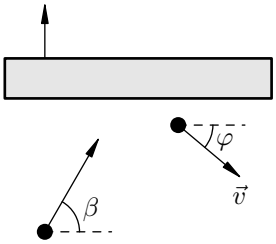
1) Найдите скорость шарика перед ударом.
2) Найдите скорость бруска.

Ответ достаточно выразить через корни из целых чисел.



1) $v_0 = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}v$; 2) $u = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{6}}v$

Задача 10. (*МФТИ, 2007*) Массивная плита поднимается вертикально вверх с постоянной скоростью. Плиту догоняет шарик, имеющий непосредственно перед ударом скорость, направленную под углом β ($\cos\beta = 1/3$) к горизонту (см. рисунок). После абсолютно упругого удара о гладкую поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью v, составляющей угол φ ($\cos\varphi = 3/4$) с горизонтом.



1) Найдите скорость шарика перед ударом о плиту.

2) Найдите скорость плиты.

Ответ достаточно выразить через корни из целых чисел.

1) $v_0 = \frac{9}{4}v$; 2) $u = \frac{6\sqrt{2}-\sqrt{7}}{8}v$