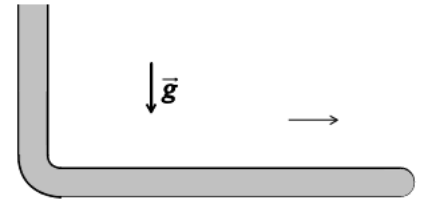


Трубка с жидкостью

Ускоренное движение изогнутой трубки с жидкостью — излюбленная тема в МФТИ. В таких задачах сочетаются идеи гидростатики и теорема о движении центра масс.

ЗАДАЧА 1. («Физтех», 2016, 9) Тонкая Г-образная трубка постоянного внутреннего сечения полностью заполнена ртутью (см. рисунок). Горизонтальное колено трубки закрыто с одного конца и имеет длину $L = 150$ см. Вертикальное колено высотой $H = 10$ см открыто в атмосферу. Атмосферное давление $p_0 = 740$ мм рт. ст. Ртуть начинает выливаться, если трубку двигать вдоль горизонтального колена с постоянным ускорением, не меньшим чем a_0 .



1) Найти давление (в мм рт. ст.) в середине горизонтального колена при движении с ускорением a_0 .

2) Найти длину вылившегося слоя ртути при движении с ускорением $5a_0/4$.

$$p = p_0 + \rho g H = p_0 + \rho g L/5 = 30 \text{ cm} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2016, 9) Тонкая U-образная трубка постоянного внутреннего сечения с горизонтальным коленом длиной L и двумя одинаковыми вертикальными коленами, открытыми в атмосферу, заполнена водой не полностью (см. рисунок). В каждом вертикальном колене остается слой воздуха длиной H . Вода начинает выливаться, если трубку двигать вдоль горизонтального колена с постоянным ускорением, не меньшим, чем некоторая величина a_0 .



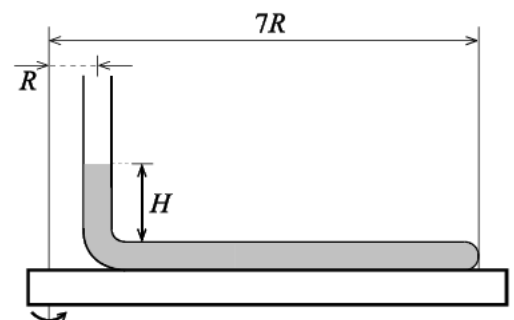
1) Найти ускорение a_0 .

2) Найти длину вылившегося слоя воды при движении с ускорением $4a_0/3$.

Горизонтальное колено остаётся всегда заполненным водой.

$$H/2 = x \quad (2) \quad \frac{7}{H^2} \delta = 0 \quad (1)$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2016, 9) Тонкая трубка запаяна с одного конца, заполнена жидкостью плотностью ρ и закреплена на горизонтальной платформе (см. рисунок). Открытое колено трубки вертикально и заполнено жидкостью до высоты H . Платформа вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. Вертикальное колено находится на расстоянии R , а конец горизонтального — на расстоянии $7R$ от оси вращения. Атмосферное давление равно p_0 .

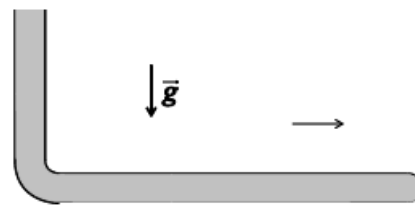


1) Найти давление жидкости в месте изгиба трубки.

2) Найти давление жидкости в горизонтальном колене на расстоянии $2R$ от оси вращения.

$$\frac{7}{2} \rho \omega^2 R + H \rho g = p_0 + \rho g H \quad (2) \quad \frac{7}{H^2} \delta + 0 = 1 \quad (1)$$

ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2016, 10) Тонкая Г-образная трубка постоянного внутреннего сечения полностью заполнена ртутью (см. рисунок). Горизонтальное колено трубки закрыто с одного конца. Вертикальное колено высотой $H = 8$ мм открыто в атмосферу. Атмосферное давление $p_0 = 752$ мм рт. ст. Ртуть начинает выливаться, если трубку двигать вдоль горизонтального колена с постоянным ускорением, не меньшим чем $a_0 = 0,8g$. При движении трубки с некоторым ускорением a , большим a_0 , выливается слой ртути длиной $L_1 = 19$ см.



$$h = v(z) \text{ ; } g = \gamma \text{ (1)}$$

- 1) Найти длину L горизонтального колена.
- 2) Найти ускорение a .

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2016, 10) Тонкая U-образная трубка постоянного внутреннего сечения с горизонтальным коленом длиной L и двумя одинаковыми вертикальными коленами, открытыми в атмосферу, заполнена водой не полностью (см. рисунок). В каждом вертикальном колене остаётся слой воздуха. Вода начинает выливаться, если трубку двигать вдоль горизонтального колена с постоянным ускорением, не меньшим, чем $a_0 = g/8$.



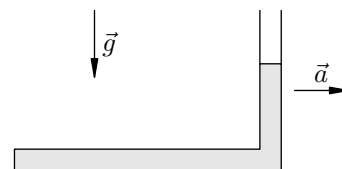
1) Найти длину H слоя воздуха в одном вертикальном колене, когда трубка покоится.

- 2) Найти длину вылившегося слоя воды при движении с ускорением $a_1 = g/6$.

Горизонтальное колено остаётся всегда заполненным водой.

$$vz/T = x \text{ (2) ; } g/T = H \text{ (1)}$$

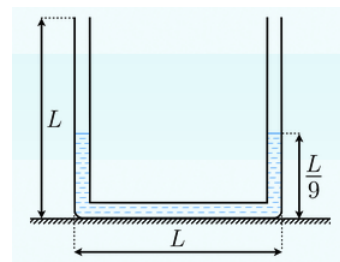
ЗАДАЧА 6. («Физтех», 2012) Изогнутая трубка состоит из горизонтального колена длиной l , запаянного с одного конца, и вертикального колена, открытого в атмосферу (см. рисунок). Трубка заполнена водой так, что в вертикальном колене высота столба воды равна $l/3$. Трубку двигают с ускорением $a = g/5$, направленным вдоль горизонтального колена. Плотность воды ρ , атмосферное давление p_0 . Диаметр трубки значительно меньше её длины.



- 1) Найдите давление в воде в месте изгиба трубки.
- 2) Найдите давление в воде у запаянного конца трубки.

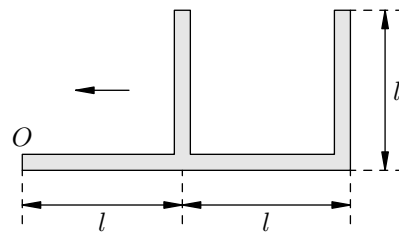
$$p_0 \frac{g}{8} + \rho d = \rho d \text{ (2) ; } p_0 \frac{g}{1} + \rho d = \rho d \text{ (1)}$$

ЗАДАЧА 7. («Физтех», 2015, 11) Тонкая U-образная трубка, размеры которой указаны на рисунке, заполнена ртутью до высоты $L/9$ вертикальных частей трубки. Её начинают двигать горизонтально с некоторым ускорением a . При каком максимальном значении a ртуть ещё не будет выливаться из трубки? Ответ выразить в м/с^2 , округлив до целых. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



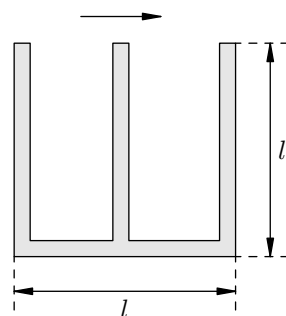
45

Задача 8. (МФТИ, 1998) «Тройник» с двумя открытыми в атмосферу вертикальными трубками и одной закрытой горизонтальной полностью заполнен водой (см. рисунок). После того, как «тройник» стали двигать по горизонтали (в плоскости рисунка влево) с некоторым постоянным ускорением, из него вылилось $1/16$ массы всей воды. Чему при этом равно давление в жидкости у закрытого конца (точка O) горизонтальной трубки? Трубки имеют одинаковое внутреннее сечение и длину l . Атмосферное давление равно p_0 , плотность воды ρ .



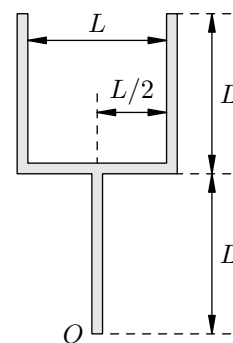
$$\rho g d \frac{x}{l} + \rho d = d$$

Задача 9. (МФТИ, 1998) «Тройник» из трёх вертикальных открытых в атмосферу трубок полностью заполнен водой (см. рисунок). После того, как «тройник» стали двигать в горизонтальном направлении (в плоскости рисунка) с некоторым постоянным ускорением a , из него вылилось $9/32$ всей массы содержащейся в нём воды. Чему равна величина ускорения a ? Внутреннее сечение трубок одинаково, длины трубок равны l .



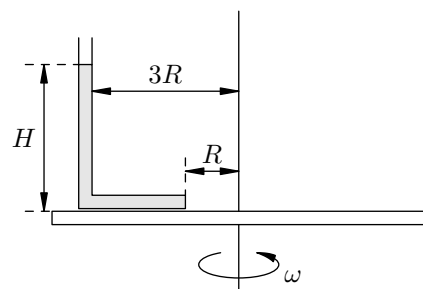
$$\rho g \frac{v}{g} = v$$

Задача 10. (МФТИ, 1998) «Тройник» с двумя открытыми в атмосферу вертикальными трубками и одной закрытой целиком заполнен водой (см. рисунок). Когда «тройник» стали двигать по горизонтали с некоторым ускорением (в плоскости рисунка), из него вылилось $1/8$ всей массы содержащейся в нём воды. Чему равно давление в жидкости в нижней части (точка O) закрытой трубки? Внутреннее сечение всех трубок одинаково, длины трубок равны L . Атмосферное давление равно p_0 , плотность воды ρ .



$$\rho g d \frac{v}{L} + \rho d = d$$

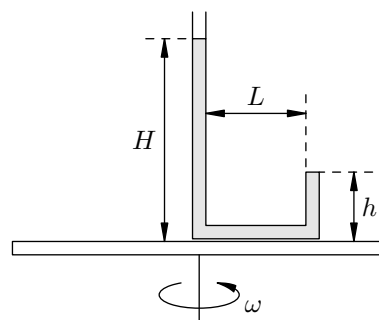
Задача 11. (МФТИ, 1996) Тонкая запаянная с одного конца трубка заполнена ртутью и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси так, что ртуть не выливается и заполняет полностью горизонтальное колено трубки (см. рисунок). Открытое колено трубки вертикально. Геометрические размеры установки указаны на рисунке. Атмосферное давление p_0 , плотность ртути ρ .



- 1) Найти давление ртути в месте изгиба трубки.
- 2) Найти давление ртути у запаянного конца трубки.

$$\rho g H - \rho \omega^2 R^2 = \rho g d + \rho d \quad (2) \quad \rho g H + \rho d = \rho d \quad (1)$$

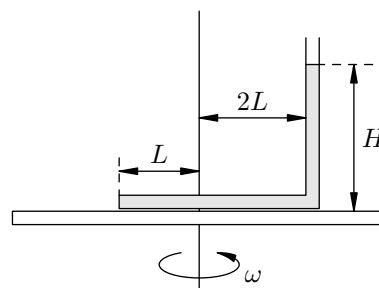
ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 1996) Тонкая трубка, запаянная с одного конца, заполнена водой и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси (см. рисунок). Открытое и запаянное колена трубки вертикальны. Геометрические размеры установки даны на рисунке. Атмосферное давление p_0 , плотность воды ρ .



- 1) Найти давление воды в месте изгиба трубки, расположенном на оси вращения.
- 2) Найти давление ртути у запаянного конца трубки.

$$\rho g h + p_0 = \rho g H + p_0 + \rho \omega^2 L^2 / 2$$

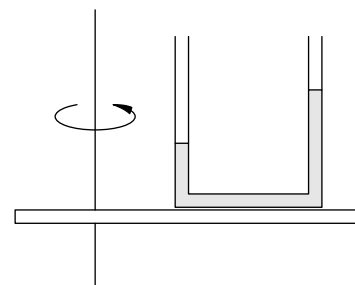
ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 1996) Тонкая трубка, запаянная с одного конца, заполнена маслом и закреплена на горизонтальной платформе, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси так, что масло не выливается и заполняет полностью горизонтальное колено трубки (см. рисунок). Открытое колено трубки вертикально. Геометрические размеры установки даны на рисунке. Атмосферное давление p_0 , плотность масла ρ .



- 1) Найти давление масла в месте изгиба трубки.
- 2) Найти давление масла у запаянного конца трубки.

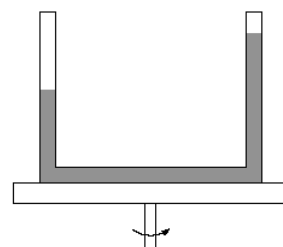
$$\rho g H + p_0 = \rho \omega^2 (2L)^2 / 2 + p_0$$

ЗАДАЧА 14. («Физтех», 2012) Изогнутая трубка состоит из одного горизонтального колена и двух вертикальных колен. Трубка укреплена на платформе, вращающейся с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси (см. рисунок). Вертикальные колена находятся на расстояниях R и $4R$ от оси вращения. Найдите установившуюся разность уровней (по высоте) налитой в трубку воды в её вертикальных коленах. Диаметр трубки значительно меньше её длины.



$$\rho g \Delta h = \rho \omega^2 (4R - R)^2 / 2$$

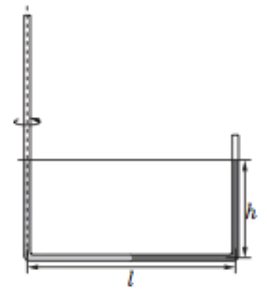
ЗАДАЧА 15. («Физтех», 2014, 10–11) Тонкая изогнутая трубка с одним горизонтальным коленом и двумя вертикальными коленами укреплена на платформе, вращающейся вокруг вертикальной оси (см. рисунок). Вертикальные колена находятся на расстояниях 15 см и 25 см от оси вращения. Установившаяся разность уровней (по высоте) налитой в трубку воды оказалась 10 см. Найдите угловую скорость вращения платформы. Ускорение свободного падения 10 м/с^2 . Ответ выразить в с^{-1} . Если ответ не целый, то округлить до сотых.



$$\omega = 10 \text{ с}^{-1}$$

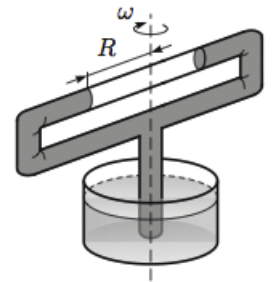
ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2014, РЭ, 9) В тонкой U-образной трубке постоянного сечения находятся вода и ртуть одинаковых объёмов. Длина горизонтальной части трубки $l = 40$ см. Трубку раскрутили вокруг колена с водой (см. рисунок), и оказалось, что уровни жидкостей в трубке одинаковы и равны $h = 25$ см. Пренебрегая эффектом смачивания, определите период T вращения трубки.

Справочные данные: ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с²; плотности воды и ртути равны $\rho_0 = 1,0$ г/см³ и $\rho = 13,5$ г/см³ соответственно.



$$\frac{\partial d - d}{\partial d + \partial \varepsilon} \wedge \frac{\partial \beta \partial \varepsilon}{\partial \beta} = L$$

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2012, финал, 10) Замкнутая стеклянная трубка с отводом, погружённым в открытый сверху сосуд со ртутью, в верхней своей части содержит столбик воздуха. Его границы со ртутью находятся на расстоянии R от оси симметрии системы (рис.). Определите, с какой угловой скоростью нужно вращать систему вокруг этой оси, чтобы давление воздуха изменилось в n раз. Начальное давление воздуха p_0 , плотность ртути ρ , её уровень в сосуде можно считать неизменным.



$$\frac{\partial}{\partial d(1-u)\partial} \wedge \frac{\partial}{\partial u} = \omega$$