

Массивный канат

Согласно теореме о движении центра масс, произведение массы куска прямого однородного каната на ускорение середины куска равно сумме внешних сил, приложенных к данному куску.

ЗАДАЧА 1. Прямой однородный канат AB длиной l лежит на гладкой горизонтальной поверхности стола. Канат тянут за конец B с постоянной силой F , параллельной канату. Найдите силу упругости в сечении каната, расположенном на расстоянии x от конца A .

$$\frac{l}{x} F = L$$

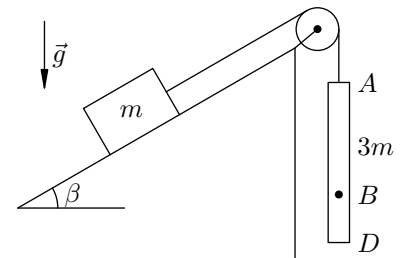
ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2015, 10) Груз поднимают с некоторым ускорением, направленным вертикально вверх, прикладывая силу $F = 32$ Н к привязанному к грузу массивному однородному канату. Масса груза в три раза больше массы каната. Найдите силу натяжения каната в его середине.

$$H \ 8z = F \frac{8}{L} = L$$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2007, ОЭ, 9) Тонкая прямая проволока, представляющая собой цилиндр длины L сечением S , изготовлена из однородного материала плотностью ρ . Удерживая за верхний конец, проволоку вертикально погружают на половину своей длины в жидкость с плотностью ρ_0 ($\rho > \rho_0$). Найдите силу натяжения проволоки на расстоянии h от её нижнего конца. Ускорение свободного падения равно g . Атмосферное давление p_0 .

$$x \text{ хаяя } \text{внереаднн } h \text{ чоо : } \left(0d - \frac{x}{L} \rho_0 d - \rho b d \right) S = h L$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 2002) Брусок массой $m = 0,5$ кг соединён с толстой однородной верёвкой массой $3m$ лёгкой нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Коэффициент трения скольжения между бруском и наклонной плоскостью $\mu = 0,4$. Угол наклона плоскости к горизонту $\beta = 30^\circ$.

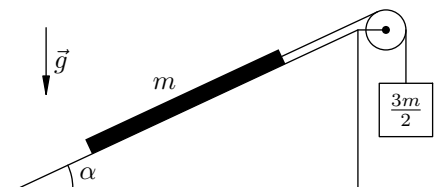


- 1) Найти ускорение верёвки.
- 2) Найти силу натяжения верёвки в точке B , для которой $BD = AD/6$.

Массой блока и трением в его оси пренебречь.

$$H \Gamma \Gamma \approx \left(\frac{g \wedge \eta}{\varepsilon} + \varepsilon \right) \frac{9L}{6u} = L \left(\frac{z}{z} \cdot \frac{2}{\pi} \varepsilon' \varepsilon \approx \frac{6}{\varepsilon \wedge \eta - \varepsilon} = v \Gamma \right)$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 2002) Однородный канат массой $m = 1$ кг соединён с бруском массой $3m/2$ лёгкой нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Канат находится на наклонённой под углом α ($\cos \alpha = 0,8$) к горизонту поверхности. Коэффициент трения скольжения между этой поверхностью и канатом $\mu = 0,2$.

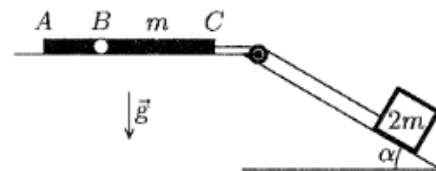


- 1) Найти ускорение каната.
- 2) Найти силу натяжения каната в его середине.

Массой блока и трением в его оси пренебречь.

$$H \Gamma \Gamma \approx (v \cos \eta + v \sin \eta + 1) \frac{6u \cdot 9L}{\varepsilon} = L \left(\frac{z}{z} \cdot \frac{2}{\pi} \varepsilon' \varepsilon \approx \frac{6}{\pi \varepsilon - 6} = v \Gamma \right)$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 2002) Однородный канат массой $m = 3$ кг соединён с бруском массой $2m$ лёгкой нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Канат находится на горизонтальной поверхности, а брусок — на наклонённой под углом α ($\sin \alpha = 0,6$) к горизонту поверхности. Коэффициент трения скольжения каната и бруска о соответствующие поверхности $\mu = 0,3$.



- 1) Найти ускорение бруска.
- 2) Найти силу натяжения каната в точке B , для которой $AB = AC/3$. Массой блока и трением в его оси пренебречь.

$$N \approx \mu mg \approx \mu m(g \cos \alpha) = ((\mu \cos \alpha - 1)l + \mu \sin \alpha) \mu mg \frac{6}{5} = L \left(\frac{2}{5} \frac{\mu g \cos \alpha}{\mu g \sin \alpha - g} \approx \frac{6}{5} \frac{91}{91-9} = v \right)$$

ЗАДАЧА 7. Однородный стержень массой m и длиной l шарнирно закреплён за один из концов. Стержень отклонили на некоторый угол от вертикального положения и отпустили. В момент прохождения вертикального положения скорость нижней точки равна v . Найдите силу натяжения в средней точке стержня в этот момент времени.

$$\left(\frac{l}{2} \frac{v}{g} + \frac{6}{5} \right) \frac{2}{3} = L$$

ЗАДАЧА 8. («Росатом», 2014, 10) Верёвка массой m и длиной l вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через один из её концов (см. рисунок). Найти силу натяжения веревки на расстоянии $2l/3$ от оси вращения.



$$l \frac{m \omega^2 l}{3} = L$$

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2017, 9, 11) Груз массой $m = 100$ г прикреплен к концу однородного каната массой $M = 3m$ и длиной $l = 70$ см. Другой конец каната прикреплен к вертикальной оси. Канат и груз вращаются вокруг оси, скользя по гладкой горизонтальной поверхности. Частота вращения $n = 1$ с⁻¹. Размер груза много меньше длины каната.

- 1) Найти минимальную силу натяжения каната.
- 2) Во сколько раз максимальная сила натяжения каната больше минимальной?

$$\frac{2}{3} = \frac{m \omega^2}{M} + 1 = \frac{m \omega^2 l}{3M} \left(\frac{2}{3} \right) \approx \frac{2}{3} \frac{m \omega^2 l}{3M} = \frac{m \omega^2 l}{9M} = L$$

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2014, 10–11) Однородный канат длиной $L = 75$ см и массой $m = 600$ г вращается с угловой скоростью $\omega = 5$ рад/с вокруг вертикальной оси, проходящей через один конец каната, скользя по гладкой поверхности стола. Найдите силу натяжения каната на расстоянии $x = 25$ см от оси вращения.

$$N \approx \frac{m \omega^2 x}{L} = L$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2007) Шайба массой m прикреплена к концу однородной верёвки массой $2m$ и длиной l . Другой конец верёвки прикреплен к вертикальной оси. Шайба с верёвкой вращаются вокруг оси с постоянной угловой скоростью, скользя по гладкой горизонтальной поверхности стола. Размер шайбы мал по сравнению с длиной верёвки. Скорость шайбы v .

- 1) Найдите силу натяжения верёвки вблизи шайбы.
- 2) Найдите силу натяжения верёвки на расстоянии $3l/4$ от оси.

$$\frac{l}{2} \frac{m \omega^2}{2} = \frac{2}{3} L \left(\frac{2}{3} \right) \frac{l}{2} = L$$

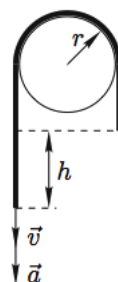
ЗАДАЧА 12. (МОШ, 2011, 10) В далёком космосе оказался школьный динамометр, корпус которого имеет массу $M = 20$ г, а пружина имеет массу $m = 10$ г. За крючок, укрепленный на корпусе, тянут с силой $F_1 = 5$ Н, направленной вдоль оси пружины, а за крючок, находящийся на свободном конце пружины, тянут с силой $F_2 = 2$ Н, направленной в сторону, противоположную силе F_1 . Что будет «показывать» динамометр, то есть напротив какого деления на шкале остановится индикаторная стрелка?

$$H \text{ ' } z = \frac{(u + v)z}{\epsilon_{J} \mu z + (\epsilon_{J} + \epsilon_{J})u} = J$$

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2010, 10) Тонкую гладкую однородную верёвку массой m и длиной L расстелили на горизонтальной поверхности, обернув на половину оборота вокруг вертикальной цилиндрической колонны радиусом $R \ll L$. Первоначально верёвку тянули за оба конца, находившиеся на одинаковом расстоянии от колонны, с одинаковой силой \vec{F} , затем один из концов отпустили, продолжая действовать с той же силой на другой её конец. В течение какого времени t после этого длина участка верёвки, соприкасающегося с колонной, будет оставаться неизменной?

$$\frac{J \epsilon}{J u} \wedge = t$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2007, ОЭ, 10) Однородный нерастяжимый канат линейной плотностью ρ (кг/м) тянут через блок радиусом r (рис.). В некоторый момент разность длин свисающих кусков равна h , а левый конец каната движется вниз со скоростью v и ускорением a . Найдите горизонтальную F_x и вертикальную F_y проекции суммы всех сил, действующих на канат в этот момент времени. Свисающие концы каната движутся по вертикали.



$$(\epsilon^{\alpha z} + v \eta) \sigma = \epsilon_{J} \epsilon_{J} \sigma dz = x_{J}$$