

ТЕПЛОВЫЕ ДВИГАТЕЛИ

Содержание

1	МФТИ и «Физтех»	2
2	Всероссийская олимпиада школьников по физике	6
3	Московская олимпиада школьников по физике	10
4	«Покори Воробьёвы горы!»	16
5	«Росатом»	17
6	«Курчатов»	18

Напомним, что КПД цикла есть отношение работы за цикл к количеству теплоты, полученной в цикле от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}}.$$

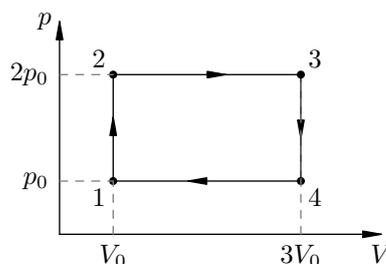
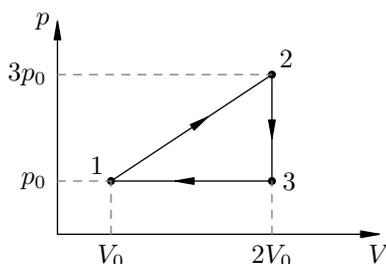
При этом работа A есть разность количества теплоты, полученного от нагревателя, и количества теплоты, переданного холодильнику:

$$A = Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}.$$

Соответственно,

$$\eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}}.$$

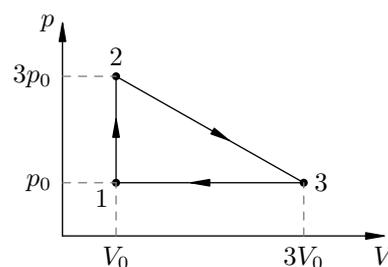
ЗАДАЧА 1. Вычислите КПД циклов, изображённых на рисунках. Рабочим телом служит идеальный одноатомный газ.



$\frac{23}{4} ; \frac{19}{2}$

ЗАДАЧА 2. Тепловой двигатель работает по циклу, состоящему из изохоры 1–2, участка 2–3 линейной зависимости давления от объёма и изобары 3–1 (см. рисунок; координаты точек 1, 2 и 3 указаны). Рабочим веществом служит одноатомный идеальный газ. Вычислите КПД этого двигателя.

$\frac{91}{5} = u$



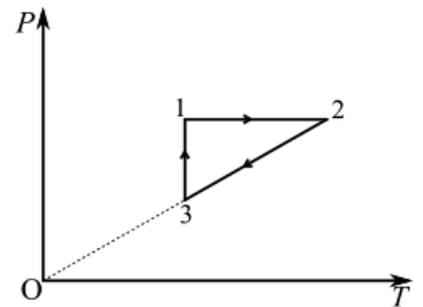
1 МФТИ и «Физтех»

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2017, 10) Одноатомный идеальный газ в количестве $\nu = 1$ моль участвует в прямом циклическом процессе, составленном из двух изотерм и двух изохор. При изохорическом нагревании газ получает $Q_1 = 1000$ Дж теплоты, при изотермическом расширении газ получает ещё $Q_2 = 500$ Дж теплоты. Известно, что минимальная температура в процессе $T_1 = 300$ К.

- 1) Найти максимальную температуру T_2 газа в цикле.
- 2) Найти работу A газа при расширении.
- 3) Найти КПД η цикла.

$$\eta \approx \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} = \frac{500}{1000 + 500} = \frac{1}{3} \approx 33\%$$

ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2017, 10–11) Рабочим веществом тепловой машины является гелий в количестве ν . Цикл машины изображён на диаграмме зависимости давления P от температуры T (см. рис.). Процесс 1–2 изобарный, процесс 2–3 идёт с прямо пропорциональной зависимостью давления от температуры, процесс 3–1 изотермический. Температуры в состояниях 2 и 1 отличаются в два раза. КПД машины равен η . Температура в состоянии 1 равна T_1 .

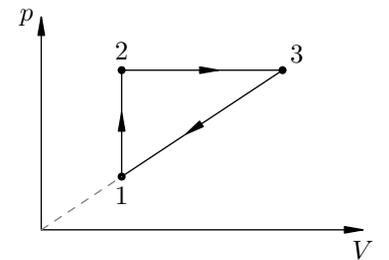


- 1) Найти работу газа за цикл.
- 2) Найти количество теплоты Q ($Q > 0$), отведённой от газа за цикл.

Замечание: единица количества вещества — моль.

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{p_1 V_2 - p_1 V_1 + \int_{2 \rightarrow 3} p dV - p_3 V_1}{p_1 V_2 - p_1 V_1 + \int_{2 \rightarrow 3} p dV} = \frac{p_1 V_2 - p_1 V_1 + \int_{2 \rightarrow 3} p dV}{p_1 V_2 - p_1 V_1 + \int_{2 \rightarrow 3} p dV}$$

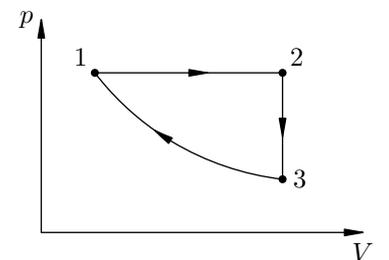
ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 2006) Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры 1–2, изобары 2–3 и участка 3–1 прямо пропорциональной зависимости давления от объёма (см. рисунок). Найти КПД цикла, если объём на изобаре изменяется в два раза. Рабочее вещество — одноатомный идеальный газ.



$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{p_2 V_3 - p_2 V_2 + \int_{3 \rightarrow 1} p dV}{p_2 V_3 - p_2 V_2 + \int_{3 \rightarrow 1} p dV}$$

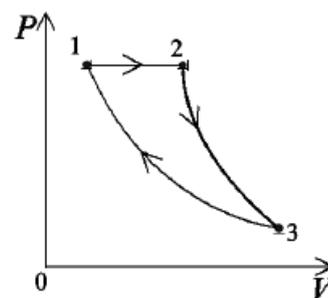
ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 2006) Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изобары 1–2, изохоры 2–3 и адиабаты 3–1 (см. рисунок). Найти КПД этого цикла, если объём на изобаре изменяется в 8 раз. Рабочее вещество — идеальный одноатомный газ.

Указание. В адиабатическом процессе температура T и объём V связаны уравнением $T^3 V^2 = \text{const}$.



$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{p_1 V_2 - p_1 V_1 + \int_{3 \rightarrow 1} p dV}{p_1 V_2 - p_1 V_1 + \int_{3 \rightarrow 1} p dV}$$

ЗАДАЧА 7. («Физтех», 2016, 10–11) Газообразный гелий совершает цикл, состоящий из изобарического расширения 1–2, адиабатического процесса 2–3 и изотермического сжатия 3–1 (см. рисунок). КПД цикла равен η .



1) Найти отношение работы газа за цикл к работе газа в процессе 2–3.

2) Найти отношение работы газа в процессе 2–3 к работе над газом при его сжатии.

$$\frac{(u-1)\xi}{\xi} = g \quad (z : u \frac{\xi}{\xi} = v \quad (1)$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2011) С идеальным одноатомным газом провели прямой цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Оказалось, что работа газа при изобарическом расширении равна A , а суммарное количество теплоты, полученное газом за цикл, равно Q .

- 1) Какое количество теплоты получил газ при изобарическом расширении?
- 2) Найдите КПД цикла.

$$\frac{V_2}{V_1} = u \quad (z : V \frac{z}{\xi} = \pi \phi - (1)$$

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2011) С идеальным одноатомным газом провели прямой цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Оказалось, что при изобарическом сжатии над газом совершили работу A ($A > 0$), а работа газа за цикл равна A_0 .

- 1) Какое количество теплоты отвели от газа при изобарическом сжатии?
- 2) Найдите КПД цикла.

$$\frac{V_2 + 0 V_2}{2 V_1} = u \quad (z : V \frac{z}{\xi} = \pi \phi - (1)$$

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2012) Идеальный одноатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Найдите КПД цикла, если работа, совершённая над газом при изобарическом сжатии, в три раза меньше работы, совершённой газом при изобарическом расширении.

$$\frac{\xi}{z} = u$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2012) С идеальным одноатомным газом проводят циклический процесс, состоящий из двух изохор и двух адиабат. В процессе адиабатического расширения газ совершает работу A , а в процессе изохорического нагревания к газу подводят количество теплоты Q . КПД цикла равен η . Найдите отношение изменений температуры в процессах адиабатического расширения и сжатия.

$$\frac{V - \phi u}{V} = \frac{z L \nabla}{L \nabla}$$

ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2014) Идеальный газ совершает цикл, состоящий из адиабатического расширения, изотермического сжатия и изохорического нагревания. Работа газа при расширении в 9 раз больше работы газа за цикл.

- 1) Во сколько раз работа газа при расширении больше работы над газом при сжатии?
- 2) Найдите КПД цикла.

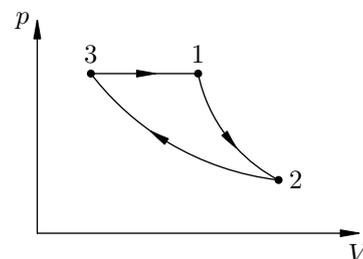
$$\frac{9}{1} = u \quad (z : \text{pas}; 2) \quad \frac{8}{9} \quad \text{B} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2014) Идеальный газ совершает цикл, состоящий из изотермического расширения, изохорического охлаждения и адиабатического сжати, КПД которого равен η .

- 1) Во сколько раз работа газа при расширении больше работы газа за цикл?
- 2) Найдите отношение отведённого тепла к работе газа за цикл.

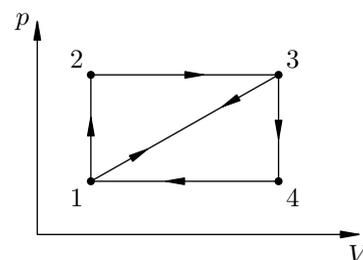
$$\frac{\eta}{1-\eta} \left(\gamma \text{ и } \frac{\mu}{1} \right) \text{ B (1)}$$

ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее тело в тепловой машине, работающей по циклу, состоящему из адиабатического расширения 1–2, изотермического сжатия 2–3 и изобарического расширения 3–1 (см. рисунок). КПД цикла равен η , при изотермическом сжатии над газом совершается работа A_T ($A_T > 0$). Какую работу совершает машина в указанном цикле?



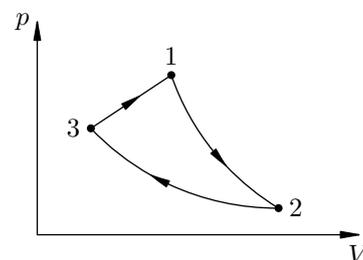
$$\frac{1}{\gamma} \frac{\mu-1}{\mu} = \gamma$$

ЗАДАЧА 15. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее вещество в тепловой машине. Цикл 1–2–3–1 состоит из изохоры 1–2, изобары 2–3 и участка 3–1 линейной зависимости давления от объёма (см. рисунок). КПД этого цикла равен η_1 . Второй цикл 1–3–4–1 состоит из участка 1–3 линейной зависимости давления от объёма, изохоры 3–4 и изобары 4–1. Найти КПД второго цикла.



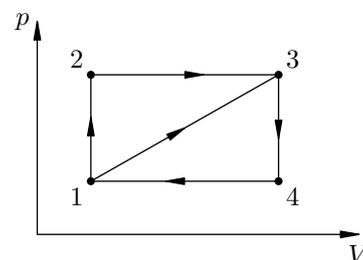
$$\frac{1}{\gamma} \frac{\mu-1}{\mu} = \gamma \mu$$

ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее тело в тепловой машине, работающей по циклу 1–2–3–1, состоящему из адиабатического расширения 1–2, изотермического сжатия 2–3 и участка 3–1 линейной зависимости давления от объёма (см. рисунок). За цикл машина совершает работу A , КПД цикла равен η . Найти работу, совершаемую над газом в изотермическом процессе.



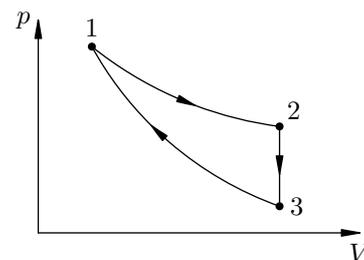
$$\gamma \frac{\mu}{\mu-1} = \frac{1}{\gamma}$$

ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее тело в тепловой машине. Цикл 1–2–3–4–1 состоит из двух изохор 1–2 и 3–4 и двух изобар 2–3 и 4–1 (см. рисунок). Цикл 1–3–4–1 состоит из участка 1–3 линейной зависимости давления от объёма, изохоры 3–4 и изобары 4–1. Найти КПД цикла 1–2–3–4–1, если КПД цикла 1–3–4–1 равен η .



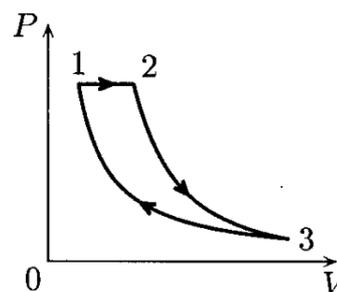
$$\frac{\mu+1}{\mu \gamma} = \gamma \mu$$

ЗАДАЧА 18. («Физтех», 2007) Тепловая машина работает по замкнутому циклу (см. рисунок). Процесс 1–2 — изотермический; 2–3 — изохорический; 3–1 — адиабатический. Рабочее вещество — ν молей одноатомного идеального газа. В процессе расширения к газу подводят количество теплоты Q . В процессе, где тепло от газа отводится, давление газа уменьшается в $\alpha = 3$ раза. Во всём цикле 1–2–3–1 машина совершает работу A . Найти минимальную температуру газа в цикле.



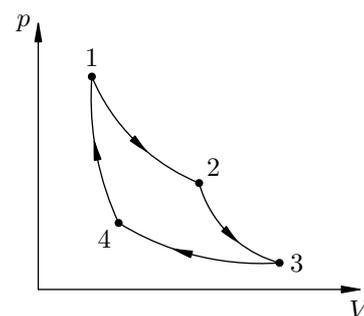
$$\frac{p_1 \alpha^\alpha}{V_1 - \alpha} = \frac{p_1 \alpha^{(\alpha-1)\alpha}}{(V_1 - \alpha) \alpha} = \text{const}$$

ЗАДАЧА 19. («Физтех», 2007) Тепловая машина работает по замкнутому циклу (см. рисунок). Процесс 1–2 — изобарический; 2–3 — адиабатический; 3–1 — изотермический. Рабочее вещество — ν молей одноатомного идеального газа. В процессе 1–2 объём газа увеличивается в $\beta = 5$ раз. В процессе изотермического сжатия от газа отводится количество теплоты Q ($Q > 0$). Во всём цикле 1–2–3–1 машина совершает работу A . Найти максимальную температуру газа в цикле.



$$\frac{p_1 \beta^\alpha}{V_1} = \text{const}$$

ЗАДАЧА 20. (МФТИ, 2007) Тепловая машина работает по циклу Карно, состоящему из двух изотерм 1–2 и 3–4 и двух адиабат 2–3 и 4–1 (см. рисунок). Рабочее вещество — ν молей идеального одноатомного газа. В процессе изотермического расширения машина совершает работу A_{12} , а в процессе адиабатического расширения — работу A_{23} . Какая работа совершается над газом в изотермическом процессе 3–4, если температура в нём равна T ?

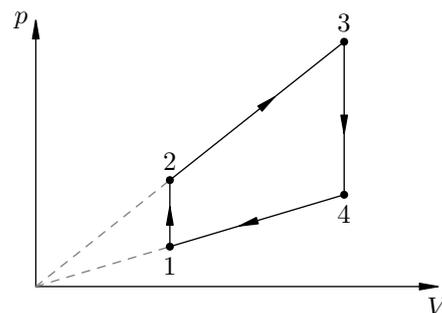


$$A_{34} = \frac{3\nu RT A_{12}}{3\nu RT A_{12} + 2A_{23}}$$

ЗАДАЧА 21. (МФТИ, 2007) Тепловая машина работает по циклу Карно, состоящему из двух изотерм 1–2 и 3–4 и двух адиабат 2–3 и 4–1 (см. рисунок предыдущей задачи). Работа сжатия в изотермическом процессе 3–4 равна A_{34} ($A_{34} > 0$), а работа сжатия в адиабатическом процессе 4–1 равна A_{41} ($A_{41} > 0$). Какую работу совершает машина за весь цикл 1–2–3–4–1? Рабочее вещество — ν молей идеального одноатомного газа. Изотермическое сжатие происходило при температуре T .

$$A = \frac{2A_{34}A_{41}}{3\nu RT}$$

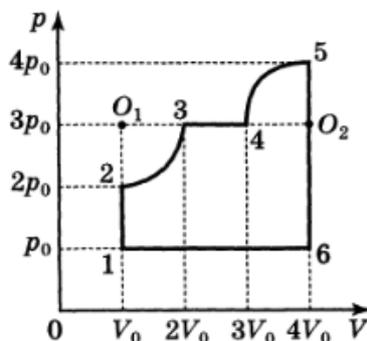
ЗАДАЧА 22. («Физтех», 2014, 11) Определите коэффициент полезного действия теплового двигателя, работающего по циклу, приведённому на графике. Процессы 1–2 и 3–4 — изохорические. В процессах 2–3 и 3–4 давление прямо пропорционально объёму. Рабочее тело — одноатомный идеальный газ. Известно, что $p_2/p_1 = V_4/V_2 = 6$. Ответ дайте в процентах, округлив до десятых.



$$\%0,50$$

2 Всероссийская олимпиада школьников по физике

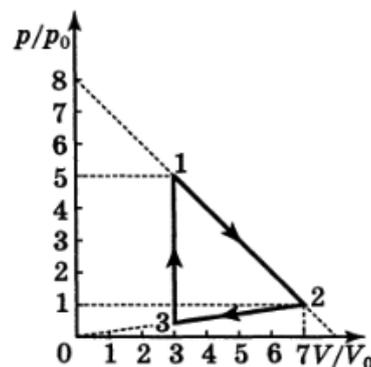
ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 1993, ОЭ, 10) Определить КПД цикла, показанного на рисунке. Газ идеальный одноатомный. Участки 2–3 и 4–5 на чертеже представляют собой дуги окружностей с центрами в точках O_1 и O_2 .



$$\frac{1}{\gamma} = \mu$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 1999, ОЭ, 10) В тепловой машине ν молей идеального одноатомного газа совершают замкнутый цикл, состоящий из процессов 1–2 и 2–3, в которых давление p газа линейно зависит от занимаемого им объёма V , и изохорического процесса 3–1 (рис.). Величины p_0 и V_0 считайте известными. Найдите:

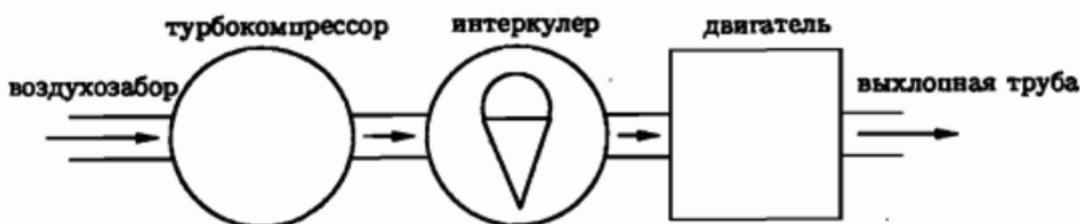
- 1) температуру и давление газа в точке 3;
- 2) работу A , совершаемую газом за цикл;
- 3) коэффициент полезного действия η тепловой машины.



$$\frac{\varepsilon \gamma}{8} = \mu : \nu \Delta^0 d \frac{L}{\nu \gamma} = \nu : \frac{\nu \Delta^0 d}{\nu \Delta^0 d \gamma} = \varepsilon L$$

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2003, ОЭ, 10) Для повышения мощности дизельных двигателей используются устройства, называемые турбокомпрессор и интеркулер. Турбокомпрессор позволяет увеличить начальное давление воздуха, подаваемого в цилиндры двигателя, а интеркулер — охлаждать сжатый воздух (рис.). Какого (во сколько раз) максимального увеличения мощности двигателя можно достичь при помощи

- 1) одного турбокомпрессора?
- 2) турбокомпрессора и интеркулера вместе?



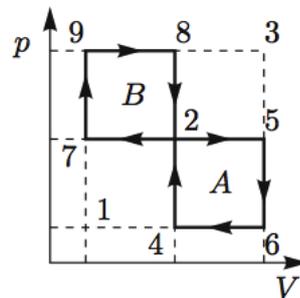
Считайте, что турбокомпрессор сжимает воздух адиабатически, интеркулер охлаждает его изобарически, используя для этого забортный воздух, КПД двигателя не зависит от начального давления воздуха в цилиндрах, а мощность пропорциональна максимально возможному количеству сжигаемого топлива за цикл. В решении используйте следующие обозначения: p_1 —

давление окружающего воздуха, T_1 — его температура, V_1 — объём цилиндров, а давление на выходе компрессора $p_2 = Kp_1$, причём $K = 2$.

Примечание. Уравнение адиабаты: $pV^\gamma = \text{const}$. Для воздуха $\gamma = 1,40$.

$$\boxed{1) P^{\max}/P_0 = K^{1/\gamma}; 2) P^{\max}/P_0 = K = 2}$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) Идеальный одноатомный газ совершает циклический процесс A , состоящий из двух изохор и двух изобар. Затем тот же газ совершает аналогичный процесс B (рис.). КПД какого процесса больше? Полагая КПД процесса A заданным и равным η_A , вычислите η_B . В обоих процессах $\Delta p_{21} = \Delta p_{32} = \Delta p$ и $\Delta V_{21} = \Delta V_{32} = \Delta V$, но их числовые значения неизвестны.

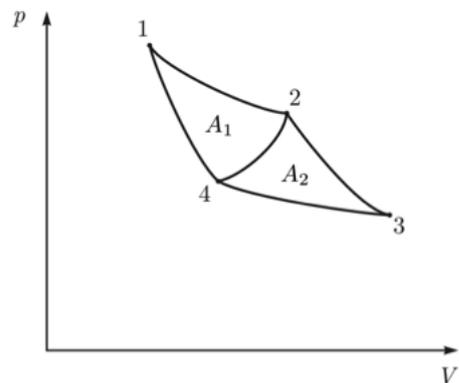


$$\boxed{\eta_B > \frac{\nu u + 1}{\nu u} = \eta_A}$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2014, РЭ, 10) Рабочим телом тепловой машины является идеальный одноатомный газ. Цикл состоит из изобарного расширения (1, 2), адиабатического расширения (2, 3) и изотермического сжатия (3, 1). Модуль работы при изотермическом сжатии равен A_{31} . Определите, чему может быть равна работа газа при адиабатическом расширении A_{23} , если у указанного цикла КПД $\eta \leq 40\%$.

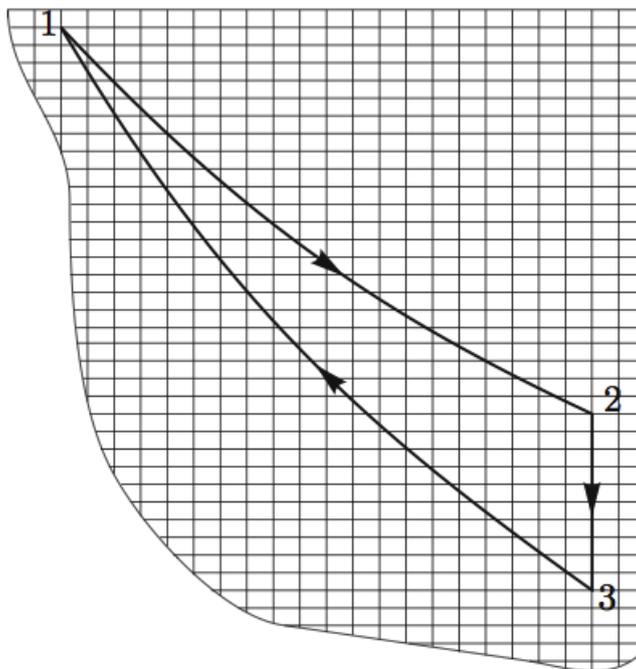
$$\boxed{\frac{5}{3} A_{31} > A_{23} \geq \frac{2}{3} A_{31}}$$

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2015, РЭ, 10) На pV -диаграмме (см. рисунок) изображены три замкнутых процесса, происходящих с идеальным газом: 1–2–4–1, 2–3–4–2 и 1–2–3–4–1. На участках 1–2 и 3–4 температура газа постоянна, а на участках 2–3 и 4–1 газ теплоизолирован. Известно, что в процессе 1–2–4–1 совершается работа $A_1 = 5$ Дж, а в процессе 2–3–4–2 — работа $A_2 = 4$ Дж. Найдите коэффициент полезного действия процесса 1–2–3–4–1, если коэффициенты полезного действия процессов 1–2–4–1 и 2–3–4–2 равны.



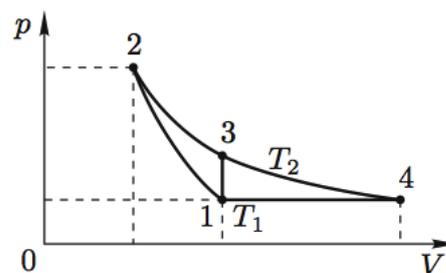
$$\boxed{0,36 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 = \eta}$$

ЗАДАЧА 32. (Всеросс., 2001, финал, 10–11) Говорят, что в архиве лорда Кельвина нашли обрывок рукописи, на котором был изображён замкнутый цикл для $\nu = 1$ моль гелия в координатах p, V (рис.). Цикл состоял из изотермы 1–2, изохоры 2–3 и адиабаты 3–1. КПД данного цикла $\eta = 0,125$. Найдите объём газа в изохорическом процессе, если на рисунке ось давления вертикальна, а ось объёма горизонтальна. Масштаб по оси объёма: 1 дел = 0,5 л; по оси давления: 1 дел = 5 кПа.



$\eta \approx 0,125$

ЗАДАЧА 33. (Всеросс., 2006, финал, 10) Рассмотрите два цикла, совершаемых над идеальным газом (рис.). В первом из них газ адиабатически сжимают из состояния 1 до состояния 2, затем изотермически расширяют до состояния 3 и наконец изохорически возвращают в исходное состояние 1. КПД такого цикла обозначим η_V . Во втором цикле газ адиабатически сжимают из состояния 1 до состояния 2, затем изотермически расширяют до состояния 4 и наконец изобарически возвращают в исходное состояние 1. КПД такого цикла обозначим η_p . Сравните η_V и η_p .

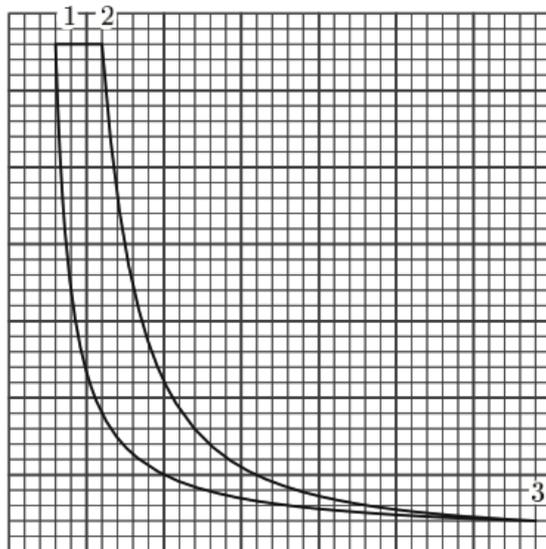


Примечание. В адиабатическом процессе $pV^\gamma = \text{const}$, где $\gamma = C_p/C_V$. При изотермическом расширении идеального газа от объёма V_a до объёма V_b им совершается работа

$$A_{ab} = \nu RT \ln \frac{V_b}{V_a}.$$

$dU = \Lambda U$

ЗАДАЧА 34. (Всеросс., 2009, финал, 10) Говорят, что в архиве лорда Кельвина нашли p, V -диаграмму замкнутого циклического процесса тепловой машины (рис.). Процесс 1–2 — изобара, 2–3 — адиабата, 3–1 — изотерма. От времени чернила выцвели, и координатные оси на диаграмме исчезли. Известно, что рабочим веществом машины был идеальный газ (гелий) количеством $\nu = 2$ моля. Масштаб по оси давления — 1 мал. кл. = 1 атм, по оси объёма — 1 мал. кл. = 1 л.



- 1) Восстановите положение координатных осей и вычислите максимальное давление газа в данном циклическом процессе.
- 2) Вычислите максимальную и минимальную температуры газа в цикле.
- 3) Найдите работу A_T на изотерме 3–1.
- 4) Найдите КПД цикла η .

Примечание. Универсальная газовая постоянная $R = 0,082$ л · атм/(моль · К).

$$p_1 = p_{\max} = 32 \text{ атм}, V_1 = 1 \text{ л}; T_1^{\max} = 780 \text{ К}, T_2^{\min} = 195 \text{ К}; A_T = 11,2 \text{ кДж}; \eta = 5,5\%$$

ЗАДАЧА 35. (Всеросс., 1996, финал, 11) Периодически действующая установка (тепловая машина) использует тепловую энергию, переносимую тёплым течением океана. Оцените максимальную полезную мощность, которую можно от неё получить, если скорость течения воды в месте расположения установки $u = 0,1$ м/с, средняя температура воды в поверхностном слое океана, толщина которого $h = 1$ км, $T_1 = 300$ К, температура воздуха вблизи поверхности воды $T_2 = 280$ К, размер установки в поперечном направлении $L = 1$ км, удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К), плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³.

$$P = c \rho L u h (T_1 - T_2) \approx 2,9 \cdot 10^8 \text{ Вт}$$

3 Московская олимпиада школьников по физике

ЗАДАЧА 36. (МОШ, 2018, 10) Моль гелия расширяется изобарически, совершая работу 3,4 Дж, затем изохорически уменьшают его температуру, и, наконец, сжимают адиабатически, возвращая в начальное состояние. Найдите КПД цикла, если в адиабатическом процессе над газом была совершена работа 1,7 Дж.

$$0,2$$

Задача 37. (МОШ, 2006, 10) Идеальный одноатомный газ (количество вещества ν) участвует в циклическом процессе, состоящем из двух изотерм и двух изохор. При изохорическом нагревании газ получает количество теплоты Q_1 , а при изотермическом расширении — количество теплоты Q_2 . Минимальная температура газа в данном циклическом процессе равна T_{\min} . Найдите:

- максимальную температуру газа;
- количества теплоты, отданные газом при изохорическом охлаждении и изотермическом сжатии;
- работу, совершённую газом на каждой из стадий процесса;
- КПД теплового двигателя, работающего по рассматриваемому циклу.

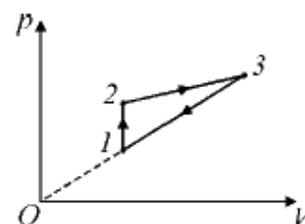
См. решение

Задача 38. (МОШ, 2010, 10) Автомобиль «Камаз» проехал из Санкт-Петербурга в Москву за время $t = 16$ часов, пройдя по дороге 720 км и истратив объём $V = 200$ л дизельного топлива. Двигательная установка автомобиля состоит из дизельного двигателя внутреннего сгорания, трансмиссии и шасси.

Найдите КПД (эффективность) автомобиля и его среднюю механическую мощность на всём пути, считая, что механические потери в трансмиссии и шасси составляют $\alpha = 5\%$, а двигатель работает по циклу Дизеля, рабочим телом которого является идеальный трёхатомный газ (теплоёмкость одного моля такого газа в изохорном процессе равна $C_V = 3R$). Цикл Дизеля состоит из четырёх процессов: адиабатного сжатия рабочего тела, изобарного подвода теплоты к рабочему телу, адиабатного расширения рабочего тела и его изохорного охлаждения, в конце которого осуществляется выпуск продуктов сгорания топлива в атмосферу. Удельная теплота сгорания дизельного топлива $q = 42$ МДж/кг, а его плотность $\rho = 0,82$ кг/л. Максимальный объём камеры сгорания — 6000 мл, минимальный — 375 мл, максимальный объём в изобарном процессе — 1500 мл, максимальное давление — 40 атм, максимальное давление при изохорном охлаждении — 6 атм.

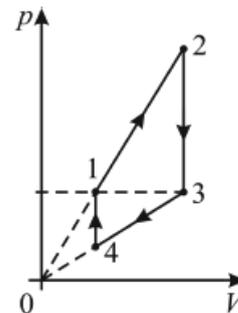
$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A}{\nu C_V (T_2 - T_1)} = \left(\frac{(2\gamma - \gamma) \nu R T_2}{\gamma \nu R (T_2 - T_1)} - 1 \right) (\gamma - 1) = \eta$$

Задача 39. (МОШ, 2017, 11) В тепловом двигателе, рабочим телом которого является один моль идеального одноатомного газа, совершается циклический процесс, изображённый на рисунке, где 1–2 — изохорный процесс. Работа газа за один цикл составляет $A = 60$ Дж, температуры газа в состояниях 1 и 3 равны $T_1 = 320$ К и $T_3 = 350$ К соответственно. Найдите коэффициент полезного действия цикла. Чему равна молярная теплоёмкость в процессе 3–1?



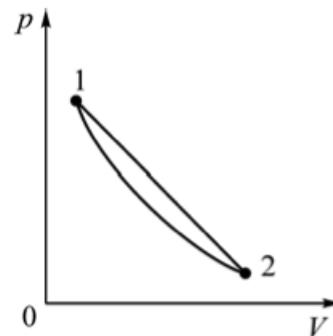
$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{(T_3 - T_2) \nu R + \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2}}{\nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2}} = \eta$$

Задача 40. (МОШ, 2010, 11) На pV -диаграмме представлен цикл 1–2–3–4, который проводится с идеальным одноатомным газом. Участки 2–3 и 4–1 цикла соответствуют изохорным процессам, на участках 1–2 и 3–4 цикла давление газа изменяется прямо пропорционально его объёму. Давление газа в состояниях 1 и 3 одинаково. Найдите КПД этого цикла, если отношение максимального объёма газа к его минимальному объёму равно $n = 1,5$.



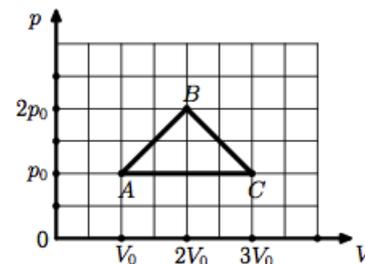
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\varepsilon + \nu \nu + \frac{\nu}{2} \nu \nu}{1 - \frac{\nu}{2} \nu} = \eta$$

Задача 41. (МОШ, 2012, 11) Рабочим телом теплового двигателя является $\nu = 1$ моль гелия. Цикл работы тепловой машины состоит из линейного в pV -координатах участка 1–2 и изотермы 2–1. Максимальный объём гелия в цикле в 7 раз больше минимального. Минимальная температура гелия в цикле составляет $T_0 = 280$ К. Какое количество теплоты было получено гелием в данном цикле от нагревателя? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



$$Q_{12} \approx 0,4 \nu R \frac{1}{2} = +Q$$

Задача 42. (МОШ, 2015, 11) Над идеальным одноатомным газом совершается циклический процесс $ABCA$, изображённый на pV -диаграмме в виде треугольника с вершинами $A(p_0; V_0)$, $B(2p_0; 2V_0)$, $C(p_0; 3V_0)$. Определите, на каких участках цикла происходит теплообмен с нагревателями, на каких — с холодильниками. Чему равно количество теплоты, полученное газом от нагревателя? А отданное холодильнику?



$$\text{Нагр. — } ABK, \text{ хол. — } KCA, \text{ где } K \text{ — середина } BC; Q_+ = \frac{7}{13} p_0 V_0, Q_- = \frac{7}{11} p_0 V_0$$

Задача 43. (МОШ, 2013, 11) Идеальный газ сначала изотермически расширяют, затем охлаждают при постоянном объёме, пока его температура (в кельвинах) не уменьшится в два раза, после чего газ изотермически сжимают до первоначального объёма и, наконец, завершая циклический процесс, изохорно возвращают в исходное состояние, сообщая такое же количество теплоты, что и при изотермическом расширении. Определите КПД этого цикла.

$$\frac{7}{11} = \eta$$

Задача 44. (МОШ, 2018, 11) Цикл Стирлинга состоит из двух изохор и двух изотерм. Для увеличения КПД этого цикла используют регенератор — тепловой резервуар, которому рабочее тело (идеальный газ) отдаёт некоторое количество теплоты Q^* при изохорном охлаждении, и от которого получает такое же количество теплоты Q^* при изохорном нагревании. Эффективность регенератора характеризуется коэффициентом $k = Q^*/Q_V$, где Q_V — полное количество теплоты, получаемое рабочим телом на участке изохорного нагревания. КПД цикла зависит от коэффициента регенерации k .

Пусть КПД некоторого цикла Стирлинга с регенерацией изменяется от минимально возможного значения $1/6$ до максимально возможного значения $1/3$ в зависимости от коэффициента k .

1) Во сколько раз максимальная температура газа в течение этого цикла больше минимальной температуры?

2) Определите КПД этого цикла при коэффициенте регенерации $k = 1/2$ (при тех же температурах нагревателя и холодильника).

Ответы должны быть даны в виде чисел.

$$\eta = \frac{1}{3} \text{ (1) } \quad \eta = \frac{1}{6} \text{ (2)}$$

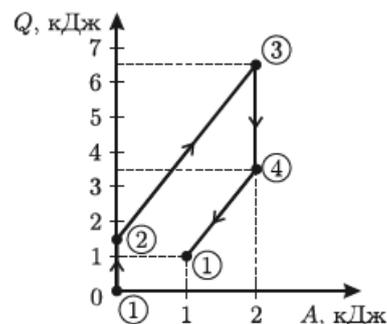
Задача 45. (МОШ, 2008, 11) Цикл тепловой машины состоит из двух изобар и двух изотерм, при этом работа при изобарическом расширении такая же, как и при изотермическом. Найдите КПД такого цикла, если рабочим веществом является гелий, а максимальная температура в процессе вдвое больше минимальной.

$$\eta = \frac{1}{3}$$

Задача 46. (МОШ, 2008, 11) С порцией гелия проводят циклический процесс, состоящий из изобарного расширения, изохорного охлаждения и адиабатного сжатия. Может ли КПД такого цикла η оказаться больше 50%? Чему равен максимально возможный КПД такого цикла?

$$\eta_{\max} = 40\%$$

Задача 47. (МОШ, 2009, 11) На рисунке изображён график циклического равновесного процесса 1–2–3–4–1, проводимого над идеальным одноатомным газом в количестве $\nu = 0,5$ моль. По горизонтальной оси отложена работа A , совершённая газом с момента начала процесса, по вертикальной оси — полученное газом количество теплоты Q . Перерисуйте график в координатах «давление p — объём V » и определите КПД, а также максимальную и минимальную температуры газа в данном цикле.



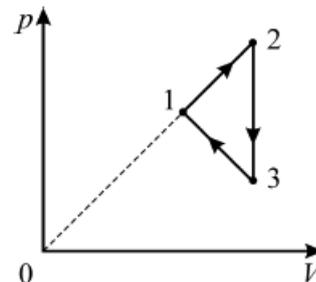
$$\eta = \frac{1}{3} \text{ (1) } \quad \eta = \frac{1}{6} \text{ (2)}$$

Задача 48. (МОШ, 2017, 11) С одним моле идеального одноатомного газа происходит циклический процесс 1–2–3–1, график которого приведен на pV -диаграмме. Температуры газа в состояниях 1, 2 и 3 равны $T_1 = 4T_0$, $T_2 = 9T_0$ и $T_3 = 3T_0$ соответственно.

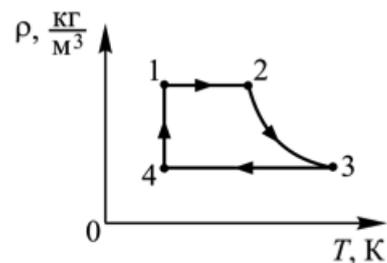
1) Чему равна работа, совершаемая газом за один цикл?

2) Определите КПД этого процесса.

$$\eta = \frac{1}{3} \text{ (1) } \quad \eta = \frac{1}{6} \text{ (2)}$$

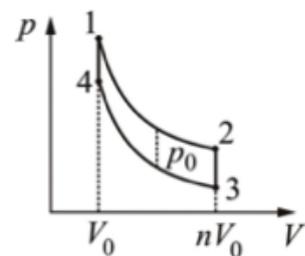


Задача 49. (МОШ, 2011, 11) С одним молем одноатомного идеального газа совершают циклический процесс 1–2–3–4–1, как показано на рисунке в координатах ρT (плотность–температура). Участок 2–3 — гипербола. Температуры в точках 1, 2 и 3 равны, соответственно, $T_1 = 300$ К, $T_2 = 500$ К, $T_3 = 800$ К. На участке 4–1 газ отдаёт холодильнику количество теплоты $Q_{41} \approx 1172$ Дж. Найти КПД цикла.



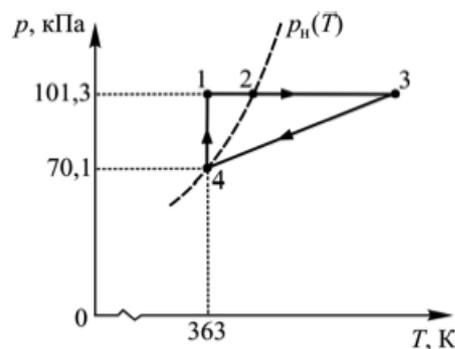
$$\eta_{\text{цикл}} \approx \frac{\nu L \varepsilon - \varepsilon L \varepsilon - \varepsilon L \varepsilon}{\left(\frac{\varepsilon L}{\nu L} + \nu L - \varepsilon L - \varepsilon L\right) \varepsilon} = \nu \text{ или } \eta_{\text{цикл}} \approx \frac{\nu L \varepsilon - \varepsilon L \varepsilon - \varepsilon L \varepsilon}{\left(\frac{\nu L}{\nu L} - \varepsilon L - \varepsilon L\right) \varepsilon} = \nu$$

Задача 50. (МОШ, 2013, 11) Над идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1–2–3–4–1, график которого изображён на pV -диаграмме. Минимальный объём газа равен V_0 , а максимальный — в n раз больше. Участки 2–3 и 4–1 — изохоры, участок 3–4 — адиабата, а участок 1–2 получен из участка 3–4 сдвигом на отрезок длиной p_0 вверх вдоль оси давления. Определите количества теплоты, полученные или отданные на участках 1–2, 2–3, 4–1, а также КПД этого цикла.



$$\frac{\varepsilon - u \varepsilon}{\varepsilon - u \varepsilon} = \nu : \nu L^0 d \frac{\varepsilon}{\varepsilon} = \nu \nu L^0 d u \frac{\varepsilon}{\varepsilon} - \varepsilon \varepsilon L^0 d (1 - u) \frac{\varepsilon}{\varepsilon} = \nu \nu L^0$$

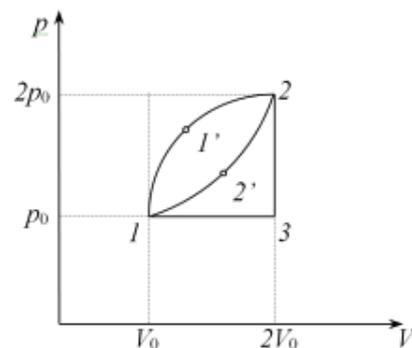
Задача 51. (МОШ, 2011, 11) Рабочим телом тепловой машины служит некоторое количество воды. Цикл, по которому работает машина, показан на рисунке в pT -координатах (пунктиром изображена зависимость давления насыщенных паров воды от температуры). Он состоит из изобарического (1–2–3), изохорического (3–4) и изотермического (4–1) участков. Найдите КПД этого цикла, считая воду практически несжимаемой жидкостью.



Напоминания: $p_1 = 101,3$ кПа — нормальное атмосферное давление, удельная теплота парообразования воды (при 100°C) $L \approx 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг, молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль, удельная теплоёмкость воды $c \approx 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), универсальная газовая постоянная $R \approx 8,31$ Дж/(моль · К), теплоёмкость одного моля водяного пара при постоянном давлении равна $4R$.

$$\eta_{\text{цикл}} \approx \nu$$

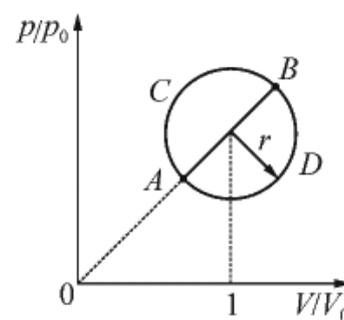
Задача 52. (МОШ, 2016, 11) А) Определите КПД η циклического процесса $11'231$, который совершается с одноатомным идеальным газом. pV -диаграмма цикла изображена на рисунке. Кривая $11'2$ на диаграмме — четверть дуги окружности (при соответствующем выборе масштабов). Объём газа в цикле меняется в диапазоне от V_0 до $2V_0$, давление меняется в диапазоне от p_0 до $2p_0$. Минимальная температура газа равна $T_0 = 120$ К, а количество вещества составляет $\nu = 1$ моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



Б) Разделим данный цикл некоторой дугой $12'2$ так, как показано на рисунке. КПД цикла $12'231$ равен η_1 . Определите КПД цикла $11'22'1$.

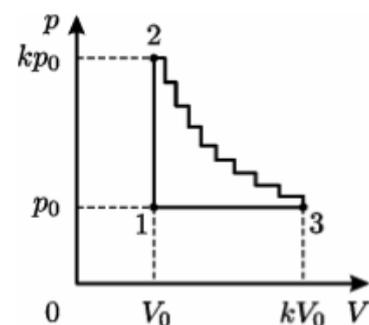
$$\frac{\eta_1 - \eta}{\eta_1 - \eta} = \eta_1 \quad ; \quad \eta_1 \approx \frac{\nu + 11}{\nu} = \eta \quad (\text{A})$$

Задача 53. (МОШ, 2016, 11) Две тепловые машины используют в качестве рабочего тела постоянное количество одноатомного идеального газа. Циклы, по которым работают эти машины, при изображении в координатах «давление–объём» при некотором выборе масштабов являются двумя половинами одной окружности: первая машина работает по циклу $ACBA$, а вторая — по циклу $ABDA$ (см. рисунок). Диаметр AB этой окружности лежит на прямой, проходящей через начало координат, и обладает тем свойством, что на участке цикла ACB газ только получает теплоту от нагревателя, а на участке BDA — только отдаёт теплоту холодильнику. Центр окружности соответствует объёму V_0 , радиус окружности при выбранном масштабе равен $r = 1/\sqrt{10}$. Во сколько раз максимально возможный КПД второй машины отличается от максимально возможного КПД первой машины?



$$\eta_1 \approx \frac{51 \wedge 8}{x} + 1 = \frac{\eta_2}{\eta_1}$$

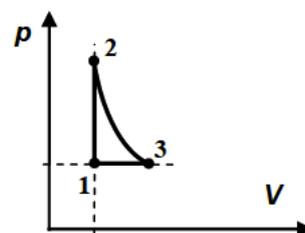
Задача 54. (МОШ, 2007, 11) Над ν молями идеального одноатомного газа проводят циклический процесс, график которого изображён на pV -диаграмме. Цикл состоит из вертикального (1–2) и горизонтального (3–1) участков и «лестницы» (2–3) из n ступенек, на каждой из которых давление и объём газа изменяются в одно и то же количество раз. Отношение максимального давления газа к минимальному равно k ; отношение максимального объёма к минимальному также равно k . Найдите КПД тепловой машины, работающей по данному циклу.



$$\frac{(\gamma - \gamma) \frac{\gamma}{\gamma} + (\gamma - \gamma) \frac{\gamma}{\gamma}}{(\gamma - \gamma) - (\gamma - \gamma) \frac{\gamma}{\gamma}} = \eta$$

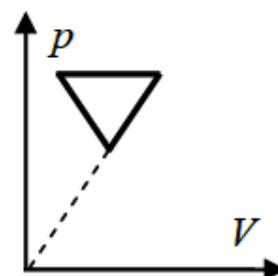
4 «Покори Воробьёвы горы!»

ЗАДАЧА 55. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) На рисунке представлена pV -диаграмма процесса над идеальным одноатомным газом, некоторое количество которого является рабочим телом тепловой машины. В этом цикле расширение газа происходит адиабатически. Давление газа в точке 2 на $n\%$ больше его давления в точке 1, а объём в точке 3 — на $k\%$ больше объёма в точке 1. Известно, что n и k связаны соотношением $n/k = 8/3$. Найти КПД цикла.



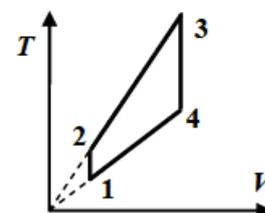
$$\eta = \frac{n}{n+k} - 1 = \eta$$

ЗАДАЧА 56. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) На рисунке в координатах p – V представлен цикл одноатомного идеального газа, являющегося рабочим телом тепловой машины. Диаграмма цикла имеет вид равнобедренного треугольника, основание которого параллельно оси объёмов, а продолжение одной из сторон проходит через начало координат. Известно, что при изобарном расширении абсолютная температура газа возрастает в $n = 2$ раза. Найти КПД этого цикла.



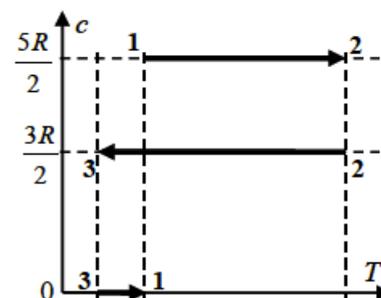
$$\eta = \frac{n}{1+n} = \eta$$

ЗАДАЧА 57. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) На рисунке представлена TV -диаграмма цикла, в котором участвует постоянное количество одноатомного идеального газа. КПД этого цикла равен $\eta = 8\%$. Известно, что температура в состоянии 4 во столько же раз больше температуры в состоянии 2, во сколько последняя больше температуры в состоянии 1 $T_1 = 250$ К. Найти T_4 .



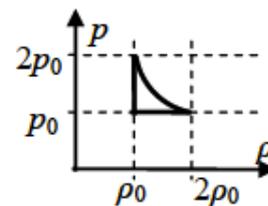
$$T_4 = T_1 \frac{1 + \sqrt{1 + 16n^2 - 32n}}{2(2-2n)} \approx 432 \text{ K}$$

ЗАДАЧА 58. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Рабочим телом тепловой машины является 1 моль одноатомного идеального газа, совершающий циклический процесс, диаграмма которого в координатах «теплоёмкость — температура» показана на рисунке. Известно, что максимальная абсолютная температура газа в цикле больше минимальной в $n = 4\sqrt{2}$ раз. Найти КПД цикла. Уравнение адиабаты для одноатомного идеального газа $pV^{5/3} = \text{const}$.



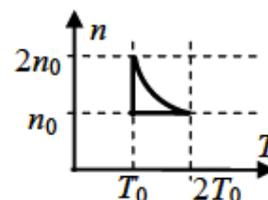
$$\eta \approx \frac{1 - \frac{10}{8\sqrt{2}}}{\frac{10}{8\sqrt{2}}} = \frac{1 - \frac{5}{4\sqrt{2}}}{\frac{5}{4\sqrt{2}}} = \frac{4\sqrt{2} - 5}{5}$$

ЗАДАЧА 59. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «давление–плотность» показан на рисунке. Найти максимальный КПД этой тепловой машины (т. е. в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы — гипербола $p\rho = \text{const}$.



$$\frac{z\Gamma}{T} = u$$

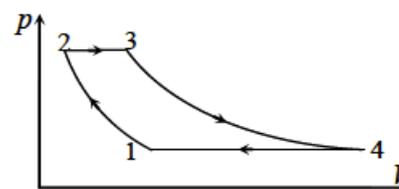
ЗАДАЧА 60. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «концентрация молекул — температура» показан на рисунке. Найти максимальный КПД этой тепловой машины (т. е. в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы — гипербола $nT = \text{const}$.



$$nT^{\frac{5}{2}} \approx (z\mu - T)^{\frac{5}{2}} = u$$

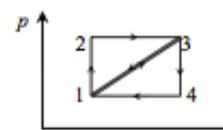
5 «Росатом»

ЗАДАЧА 61. («Росатом», 2017, 11) С идеальным газом проводят циклический процесс 1–2–3–4–1, состоящий из двух изотерм (1–2 и 3–4) и двух изобар (2–3 и 4–1; см. рисунок). Известно, что отношение температур на изотермах 1–2 и 3–4 равно $T_{34}/T_{12} = 2$, а на участке изотермического расширения газ получал в 3 раза больше тепла, чем на участке изобарического нагревания 2–3. Найти КПД цикла.



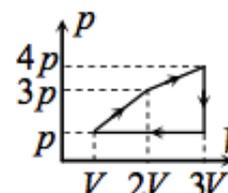
$$\frac{8\mu}{\mu} = u$$

ЗАДАЧА 62. («Росатом», 2011, 11) На рисунке в координатах «давление–объём» показаны графики циклических процессов, проходящих с идеальным газом (график 1–2–3–4–1 представляет собой прямоугольник со сторонами, параллельными осям). Коэффициент полезного действия процесса 1–3–4–1 известен и равен η . Найти КПД процесса 1–2–3–1.



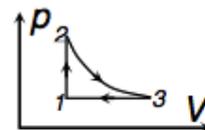
$$\frac{u+1}{u} = \mu$$

ЗАДАЧА 63. («Росатом», 2015, 10) С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление–объём» приведён на рисунке. Найти КПД процесса. Все необходимые величины даны на рисунке.



$$\frac{v\gamma}{z}$$

ЗАДАЧА 64. («Росатом», 2013, 11) С одноатомным идеальным газом происходит циклический процесс, состоящий из изохоры (1–2), адиабаты (2–3) и изобары (3–1). Известно, что в изохорическом процессе давление газа возросло в два раза. Найти КПД цикла.



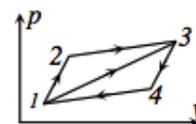
Указание. В адиабатическом процессе давление одноатомного идеального газа и его объём связаны соотношением $pV^{5/3} = \text{const}$.

$$\frac{\varepsilon}{q/\varepsilon \cdot \tau \cdot \varepsilon - 8} = \eta$$

ЗАДАЧА 65. («Росатом», 2013, 11) Какую максимальную работу можно совершить, используя айсберг массой $3 \cdot 10^6$ т в качестве холодильника и океан в качестве нагревателя? Считать, что температура айсберга равна $t_1 = 0^\circ\text{C}$, а температура воды в океане равна $t_2 = 12^\circ\text{C}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$ Дж/кг.

$$\eta_{\text{max}} = \left(1 - \frac{t_1}{t_2}\right) \cdot \lambda \cdot m = \eta_{\text{max}}$$

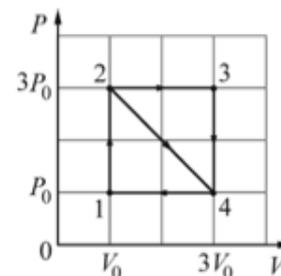
ЗАДАЧА 66. («Росатом», 2012, 11) Известно, что КПД двигателя, работающего по циклическому процессу 1–2–3–4–1, график которого в координатах $p - V$ представляет собой параллелограмм, равен η . Найти КПД двигателя, работающего по циклическому процессу 1–3–4–1. Рабочее тело двигателя — одноатомный идеальный газ.



$$\frac{\eta - \eta}{\eta} = \eta$$

6 «Курчатов»

ЗАДАЧА 67. («Курчатов», 2015, 11) С одноатомным идеальным газом проводят циклы 1–2–3–4–1 и 1–2–4–1, показанные на рисунке. Найдите КПД обоих циклов. КПД какого из циклов больше и на сколько?



Молярная теплоёмкость одноатомного идеального газа при постоянном объёме $C_V = 3R/2$.

$$\frac{q_1}{V} = \tau \cdot \eta \cdot \frac{6}{\tau} = \eta$$

Ответ к задаче 37

$$\text{а) } T_{\max} = T_{\min} + \frac{2Q_1}{3\nu R};$$

$$\text{б) } Q_3 = Q_1; Q_4 = \frac{U_{\min} Q_2}{U_{\min} + Q_1};$$

$$\text{в) } A_1 = 0, A_2 = Q_2, A_3 = 0, A_4 = -\frac{U_{\min} Q_2}{U_{\min} + Q_1};$$

$$\text{г) } \eta = \frac{Q_1 Q_2}{(Q_1 + Q_2)(U_{\min} + Q_1)}.$$

Здесь обозначено $U_{\min} = \frac{3}{2}\nu RT_{\min}$.