

Тепловые машины

Напомним, что КПД цикла есть отношение работы за цикл к количеству теплоты, полученной в цикле от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}}.$$

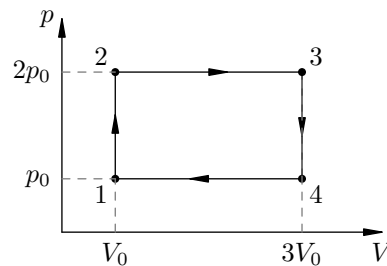
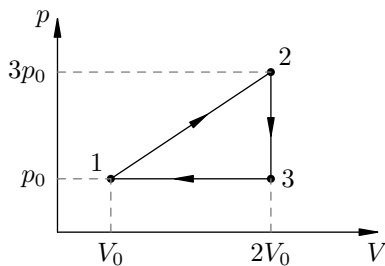
При этом работа A есть разность количества теплоты, полученного от нагревателя, и количества теплоты, переданного холодильнику:

$$A = Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}.$$

Соответственно,

$$\eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}}.$$

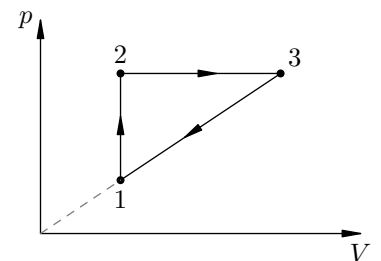
Задача 1. Вычислите КПД циклов, изображённых на рисунках. Рабочим телом служит идеальный одноатомный газ.



$\frac{87}{2} ; \frac{61}{4}$

Задача 2. (МФТИ, 2006) Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры 1–2, изобары 2–3 и участка 3–1 прямой пропорциональной зависимости давления от объёма (см. рисунок). Найти КПД цикла, если объём на изобаре изменяется в два раза. Рабочее вещество — одноатомный идеальный газ.

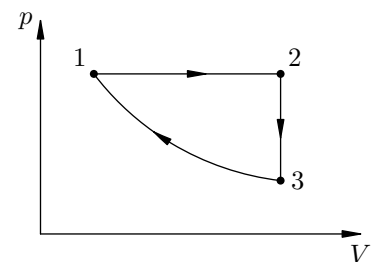
$\frac{\varepsilon_1}{T} = u$



Задача 3. (МФТИ, 2006) Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изобары 1–2, изохоры 2–3 и адиабаты 3–1 (см. рисунок). Найти КПД этого цикла, если объём на изобаре изменяется в 8 раз. Рабочее вещество — идеальный одноатомный газ.

Указание. В адиабатическом процессе температура T и объём V связаны уравнением $T^3V^2 = \text{const}$.

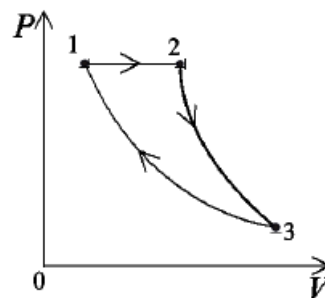
$\frac{0F1}{2F} = u$



ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2016, 10–11) Газообразный гелий совершает цикл, состоящий из изобарического расширения 1–2, адиабатического процесса 2–3 и изотермического сжатия 3–1 (см. рисунок). КПД цикла равен η .

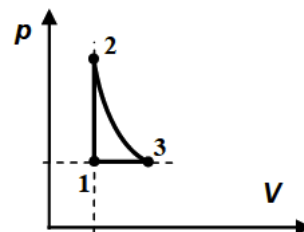
1) Найти отношение работы газа за цикл к работе газа в процессе 2–3.

2) Найти отношение работы газа в процессе 2–3 к работе над газом при его сжатии.



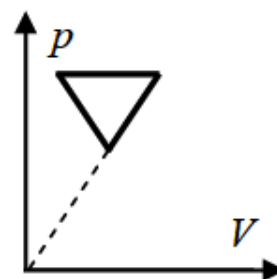
$$\frac{(u-1)\varepsilon}{\varepsilon} = g \quad (z : u \frac{\varepsilon}{\varepsilon} = v \quad (1$$

ЗАДАЧА 5. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) На рисунке представлена pV -диаграмма процесса над идеальным одноатомным газом, некоторое количество которого является рабочим телом тепловой машины. В этом цикле расширение газа происходит адиабатически. Давление газа в точке 2 на $n\%$ больше его давления в точке 1, а объём в точке 3 — на $k\%$ больше объёма в точке 1. Известно, что n и k связаны соотношением $n/k = 8/3$. Найти КПД цикла.



$$\varepsilon \varepsilon' 0 = \frac{u\varepsilon}{\varepsilon} - 1 = u$$

ЗАДАЧА 6. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) На рисунке в координатах p – V представлен цикл одноатомного идеального газа, являющегося рабочим телом тепловой машины. Диаграмма цикла имеет вид равнобедренного треугольника, основание которого параллельно оси объёмов, а продолжение одной из сторон проходит через начало координат. Известно, что при изобарном расширении абсолютная температура газа возрастает в $n = 2$ раза. Найти КПД этого цикла.



$$\varepsilon 0' 0 = \frac{u01}{1-u} = u$$

ЗАДАЧА 7. («Физтех», 2011) С идеальным одноатомным газом провели прямой цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Оказалось, что работа газа при изобарическом расширении равна A , а суммарное количество теплоты, полученное газом за цикл, равно Q .

1) Какое количество теплоты получил газ при изобарическом расширении?

2) Найдите КПД цикла.

$$\frac{V\varepsilon}{2Q} = u \quad (z : A \frac{\varepsilon}{\varepsilon} = \varepsilon \varepsilon \quad (1$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2011) С идеальным одноатомным газом провели прямой цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Оказалось, что при изобарическом сжатии над газом совершили работу A ($A > 0$), а работа газа за цикл равна A_0 .

1) Какое количество теплоты отвели от газа при изобарическом сжатии?

2) Найдите КПД цикла.

$$\frac{2A_0 + 0A}{2A_0} = u \quad (z : A \frac{\varepsilon}{\varepsilon} = \varepsilon \varepsilon \quad (1$$

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2012) Идеальный одноатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Найдите КПД цикла, если работа, совершённая над газом при изобарическом сжатии, в три раза меньше работы, совершённой газом при изобарическом расширении.

$$\frac{\varepsilon}{z} = \mu$$

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2012) С идеальным одноатомным газом проводят циклический процесс, состоящий из двух изохор и двух адиабат. В процессе адиабатического расширения газ совершает работу A , а в процессе изохорического нагревания к газу подводят количество теплоты Q . КПД цикла равен η . Найдите отношение изменений температуры в процессах адиабатического расширения и сжатия.

$$\frac{V - \partial u}{V} = \frac{\varepsilon_{L \nabla}}{\varepsilon_{L \nabla}}$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2014) Идеальный газ совершает цикл, состоящий из адиабатического расширения, изотермического сжатия и изохорического нагревания. Работа газа при расширении в 9 раз больше работы газа за цикл.

- 1) Во сколько раз работа газа при расширении больше работы над газом при сжатии?
- 2) Найдите КПД цикла.

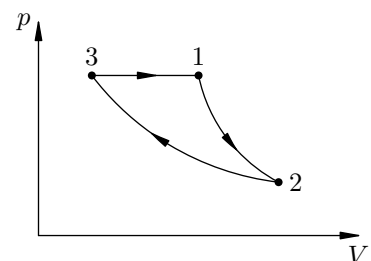
$$1) \frac{B}{\frac{8}{9} \text{ пар}}; 2) \eta = \frac{8}{1}$$

ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2014) Идеальный газ совершает цикл, состоящий из изотермического расширения, изохорического охлаждения и адиабатического сжатия, КПД которого равен η .

- 1) Во сколько раз работа газа при расширении больше работы газа за цикл?
- 2) Найдите отношение отведённого тепла к работе газа за цикл.

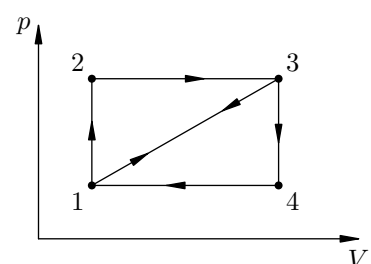
$$1) \frac{B}{\frac{1}{1-\eta} \text{ пар}}; 2) \frac{\mu}{1}$$

ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее тело в тепловой машине, работающей по циклу, состоящему из адиабатического расширения 1–2, изотермического сжатия 2–3 и изобарического расширения 3–1 (см. рисунок). КПД цикла равен η , при изотермическом сжатии над газом совершается работа A_T ($A_T > 0$). Какую работу совершает машина в указанном цикле?



$$\int_V \frac{u-1}{u} = V$$

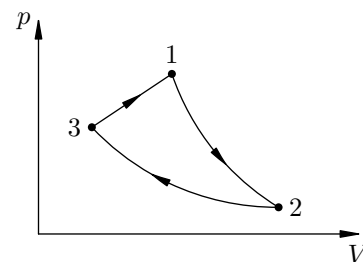
ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее вещество в тепловой машине. Цикл 1–2–3–1 состоит из изохоры 1–2, изобары 2–3 и участка 3–1 линейной зависимости давления от объёма (см. рисунок). КПД этого цикла равен η_1 . Второй цикл 1–3–4–1 состоит из участка 1–3 линейной зависимости давления от объёма, изохоры 3–4 и изобары 4–1. Найти КПД второго цикла.



$$\frac{1}{\eta_1} = \varepsilon \mu$$

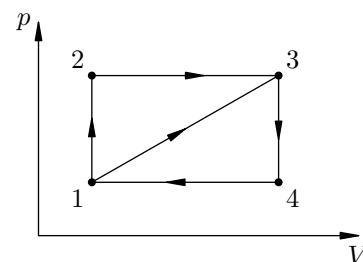
ЗАДАЧА 15. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее тело в тепловой машине, работающей по циклу 1–2–3–1, состоящему из адиабатического расширения 1–2, изотермического сжатия 2–3 и участка 3–1 линейной зависимости давления от объёма (см. рисунок). За цикл машина совершает работу A , КПД цикла равен η . Найти работу, совершаемую над газом в изотермическом процессе.

$$\boxed{V \frac{u}{u-1} = \text{const}}$$

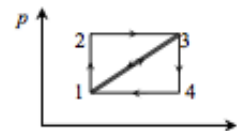


ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее тело в тепловой машине. Цикл 1–2–3–4–1 состоит из двух изохор 1–2 и 3–4 и двух изобар 2–3 и 4–1 (см. рисунок). Цикл 1–3–4–1 состоит из участка 1–3 линейной зависимости давления от объёма, изохоры 3–4 и изобары 4–1. Найти КПД цикла 1–2–3–4–1, если КПД цикла 1–3–4–1 равен η .

$$\boxed{\frac{u+1}{u\gamma} = \eta}$$



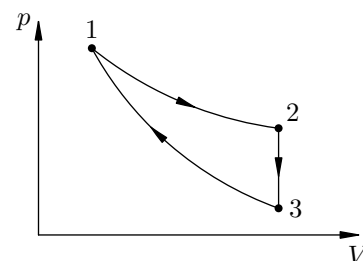
ЗАДАЧА 17. («Росатом», 2011, 11) На рисунке в координатах «давление–объём» показаны графики циклических процессов, проходящих с идеальным газом (график 1–2–3–4–1 представляет собой прямоугольник со сторонами, параллельными осям). Коэффициент полезного действия процесса 1–3–4–1 известен и равен η . Найти КПД процесса 1–2–3–1.



$$\boxed{\frac{u+1}{u} = \eta}$$

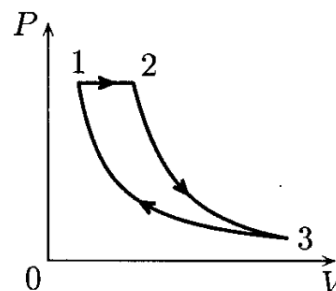
ЗАДАЧА 18. («Физтех», 2007) Тепловая машина работает по замкнутому циклу (см. рисунок). Процесс 1–2 — изотермический; 2–3 — изохорический; 3–1 — адиабатический. Рабочее вещество — ν молей одноатомного идеального газа. В процессе расширения к газу подводят количество теплоты Q . В процессе, где тепло от газа отводится, давление газа уменьшается в $\alpha = 3$ раза. Во всём цикле 1–2–3–1 машина совершает работу A . Найти минимальную температуру газа в цикле.

$$\boxed{\frac{\nu \alpha \varepsilon}{\nu - \delta} = \frac{\nu \alpha (1-\nu) \varepsilon}{(\nu - \delta) \gamma} = \eta_{\text{цикл}} L}$$

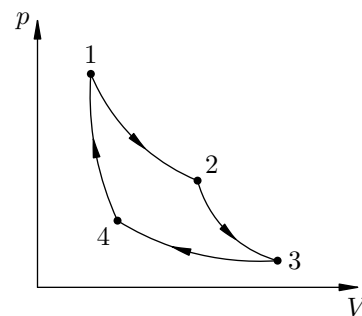


ЗАДАЧА 19. («Физтех», 2007) Тепловая машина работает по замкнутому циклу (см. рисунок). Процесс 1–2 — изобарический; 2–3 — адиабатический; 3–1 — изотермический. Рабочее вещество — ν молей одноатомного идеального газа. В процессе 1–2 объём газа увеличивается в $\beta = 5$ раз. В процессе изотермического сжатия от газа отводится количество теплоты Q ($Q > 0$). Во всём цикле 1–2–3–1 машина совершает работу A . Найти максимальную температуру газа в цикле.

$$\boxed{T_{\text{max}} \frac{\beta}{\beta + \delta} = \eta_{\text{цикл}} L}$$



ЗАДАЧА 20. (МФТИ, 2007) Тепловая машина работает по циклу Карно, состоящему из двух изотерм 1–2 и 3–4 и двух адиабат 2–3 и 4–1 (см. рисунок). Рабочее вещество — ν молей идеального одноатомного газа. В процессе изотермического расширения машина совершает работу A_{12} , а в процессе адиабатического расширения — работу A_{23} . Какая работа совершается над газом в изотермическом процессе 3–4, если температура в нём равна T ?

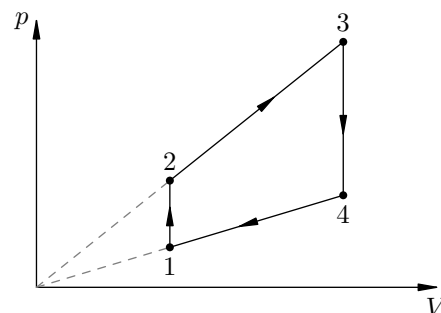


$$A_{34} = \frac{3\nu RT}{2} \ln 2$$

ЗАДАЧА 21. (МФТИ, 2007) Тепловая машина работает по циклу Карно, состоящему из двух изотерм 1–2 и 3–4 и двух адиабат 2–3 и 4–1 (см. рисунок предыдущей задачи). Работа сжатия в изотермическом процессе 3–4 равна A_{34} ($A_{34} > 0$), а работа сжатия в адиабатическом процессе 4–1 равна A_{41} ($A_{41} > 0$). Какую работу совершает машина за весь цикл 1–2–3–4–1? Рабочее вещество — ν молей идеального одноатомного газа. Изотермическое сжатие происходило при температуре T .

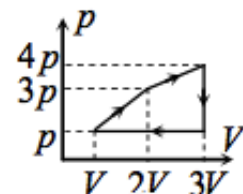
$$A_{41} = \frac{3\nu RT}{2} \ln 2$$

ЗАДАЧА 22. («Физтех», 2014, 11) Определите коэффициент полезного действия теплового двигателя, работающего по циклу, приведённому на графике. Процессы 1–2 и 3–4 — изохорические. В процессах 2–3 и 3–4 давление прямо пропорционально объёму. Рабочее тело — одноатомный идеальный газ. Известно, что $p_2/p_1 = V_4/V_2 = 6$. Ответ дайте в процентах, округлив до десятых.



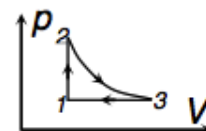
$$\eta = 20,5\%$$

ЗАДАЧА 23. («Росатом», 2015, 10) С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление–объём» приведён на рисунке. Найти КПД процесса. Все необходимые величины даны на рисунке.



$$\eta = \frac{11}{2}\%$$

ЗАДАЧА 24. («Росатом», 2013, 11) С одноатомным идеальным газом происходит циклический процесс, состоящий из изохоры (1–2), адиабаты (2–3) и изобары (3–1). Известно, что в изохорическом процессе давление газа возросло в два раза. Найти КПД цикла.



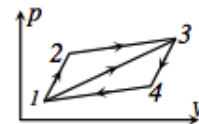
Указание. В адиабатическом процессе давление одноатомного идеального газа и его объём связаны соотношением $pV^{5/3} = \text{const}$.

$$\eta = \frac{8}{13}$$

ЗАДАЧА 25. («Росатом», 2013, 11) Какую максимальную работу можно совершить, используя айсберг массой $3 \cdot 10^6$ т в качестве холодильника и океан в качестве нагревателя? Считать, что температура айсберга равна $t_1 = 0^\circ\text{C}$, а температура воды в океане равна $t_2 = 12^\circ\text{C}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$ Дж/кг.

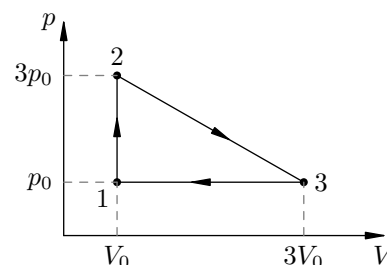
$$A_{\text{max}} = \lambda m \left(1 - \frac{t_1}{t_2}\right) = 3,4 \cdot 10^{11} \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА 26. («Росатом», 2012, 11) Известно, что КПД двигателя, работающего по циклическому процессу 1–2–3–4–1, график которого в координатах $p - V$ представляет собой параллелограмм, равен η . Найти КПД двигателя, работающего по циклическому процессу 1–3–4–1. Рабочее тело двигателя — одноатомный идеальный газ.



$$\frac{u-z}{u} = \eta u$$

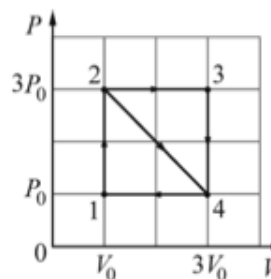
ЗАДАЧА 27. Тепловой двигатель работает по циклу, состоящему из изохоры 1–2, участка 2–3 линейной зависимости давления от объёма и изобары 3–1 (см. рисунок; координаты точек 1, 2 и 3 указаны). Рабочим веществом служит одноатомный идеальный газ. Вычислите КПД этого двигателя.



$$\frac{q_1}{V} = u$$

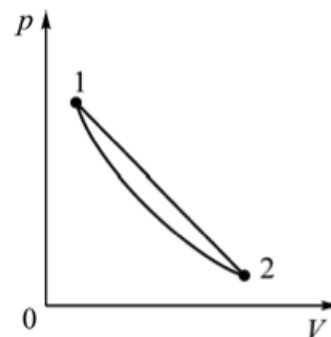
ЗАДАЧА 28. («Курчатов», 2015, 11) С одноатомным идеальным газом проводят циклы 1–2–3–4–1 и 1–2–4–1, показанные на рисунке. Найдите КПД обоих циклов. КПД какого из циклов больше и на сколько?

Молярная теплоёмкость одноатомного идеального газа при постоянном объёме $C_V = 3R/2$.



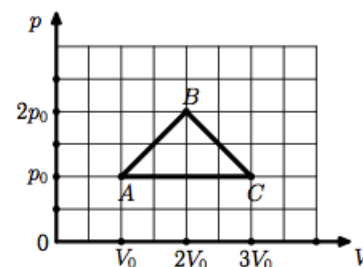
$$\frac{q_1}{V} = z u \cdot \frac{6}{z} = \eta u$$

ЗАДАЧА 29. (МФО, 2012, 11) Рабочим телом теплового двигателя является $\nu = 1$ моль гелия. Цикл работы тепловой машины состоит из линейного в pV -координатах участка 1–2 и изотермы 2–1. Максимальный объём гелия в цикле в 7 раз больше минимального. Минимальная температура гелия в цикле составляет $T_0 = 280$ К. Какое количество теплоты было получено гелием в данном цикле от нагревателя? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



$$q_{12} \approx 0,6 \nu R T_0 \ln \frac{7}{2} = +Q$$

ЗАДАЧА 30. (МФО, 2015, 11) Над идеальным одноатомным газом совершается циклический процесс $ABCA$, изображённый на pV -диаграмме в виде треугольника с вершинами $A(p_0; V_0)$, $B(2p_0; 2V_0)$, $C(p_0; 3V_0)$. Определите, на каких участках цикла происходит теплообмен с нагревателями, на каких — с холодильниками. Чему равно количество теплоты, полученное газом от нагревателя? А отданное холодильнику?

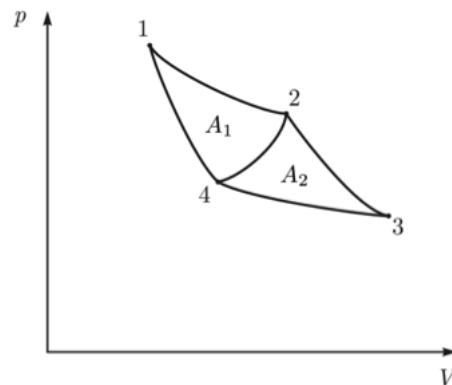


$$\text{Нагр. — } ABK, \text{ хол. — } KCA, \text{ где } K \text{ — середина } BC; Q^+ = \frac{2}{13} p_0 V_0, Q^- = \frac{2}{11} p_0 V_0$$

ЗАДАЧА 31. (МФО, 2013, 11) Идеальный газ сначала изотермически расширяют, затем охлаждают при постоянном объёме, пока его температура (в кельвинах) не уменьшится в два раза, после чего газ изотермически сжимают до первоначального объёма и, наконец, завершая циклический процесс, изохорно возвращают в исходное состояние, сообщая такое же количество теплоты, что и при изотермическом расширении. Определите КПД этого цикла.

$$\frac{\eta}{\tau} = u$$

ЗАДАЧА 32. (Всеросс., 2015, регион, 10) На pV -диаграмме (см. рисунок) изображены три замкнутых процесса, происходящих с идеальным газом: 1–2–4–1, 2–3–4–2 и 1–2–3–4–1. На участках 1–2 и 3–4 температура газа постоянна, а на участках 2–3 и 4–1 газ теплоизолирован. Известно, что в процессе 1–2–4–1 совершается работа $A_1 = 5$ Дж, а в процессе 2–3–4–2 — работа $A_2 = 4$ Дж. Найдите коэффициент полезного действия процесса 1–2–3–4–1, если коэффициенты полезного действия процессов 1–2–4–1 и 2–3–4–2 равны.

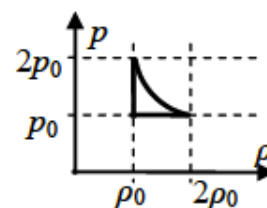


$$\eta_{31} = \tau \left(\frac{\tau V}{\tau V} \right) - \tau = u$$

ЗАДАЧА 33. (Всеросс., 2014, регион, 10) Рабочим телом тепловой машины является идеальный одноатомный газ. Цикл состоит из изобарного расширения (1, 2), адиабатического расширения (2, 3) и изотермического сжатия (3, 1). Модуль работы при изотермическом сжатии равен A_{31} . Определите, чему может быть равна работа газа при адиабатическом расширении A_{23} , если у указанного цикла КПД $\eta \leq 40\%$.

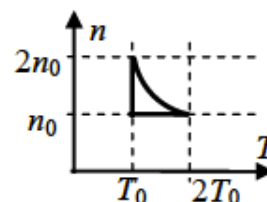
$$\frac{A_{23}}{A_{31}} > A_{23} \leq A_{31}$$

ЗАДАЧА 34. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «давление–плотность» показан на рисунке. Найти максимальный КПД этой тепловой машины (т. е. в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы — гипербола $p\rho = \text{const}$.



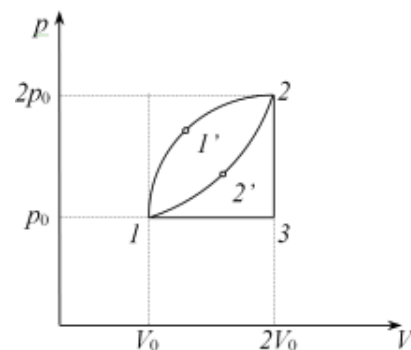
$$\frac{\eta}{\tau} = u$$

ЗАДАЧА 35. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «концентрация молекул — температура» показан на рисунке. Найти максимальный КПД этой тепловой машины (т. е. в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы — гипербола $nT = \text{const}$.



$$\eta_{31} \approx (\tau \tau - \tau) \frac{\tau}{\tau} = u$$

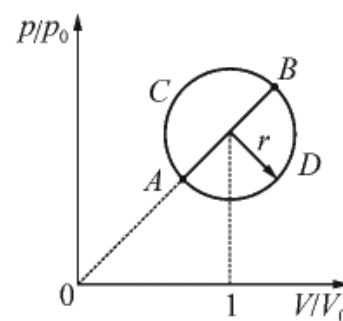
Задача 39. (МФО, 2016, 11) А) Определите КПД η циклического процесса $11'231$, который совершается с одноатомным идеальным газом. pV -диаграмма цикла изображена на рисунке. Кривая $11'2$ на диаграмме — четверть дуги окружности (при соответствующем выборе масштабов). Объём газа в цикле меняется в диапазоне от V_0 до $2V_0$, давление меняется в диапазоне от p_0 до $2p_0$. Минимальная температура газа равна $T_0 = 120$ К, а количество вещества составляет $\nu = 1$ моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



Б) Разделим данный цикл некоторой дугой $12'2$ так, как показано на рисунке. КПД цикла $12'231$ равен η_1 . Определите КПД цикла $11'22'1$.

$$\frac{\eta_1 - 1}{\eta_1 - \eta} = \eta_1 \quad ; \quad \eta_1 \approx \frac{\nu + 11}{\nu} = \eta \quad (\text{A})$$

Задача 40. (МФО, 2016, 11) Две тепловые машины используют в качестве рабочего тела постоянное количество одноатомного идеального газа. Циклы, по которым работают эти машины, при изображении в координатах «давление–объём» при некотором выборе масштабов являются двумя половинами одной окружности: первая машина работает по циклу $ACBA$, а вторая — по циклу $ABDA$ (см. рисунок). Диаметр AB этой окружности лежит на прямой, проходящей через начало координат, и обладает тем свойством, что на участке цикла ACB газ только получает теплоту от нагревателя, а на участке BDA — только отдаёт теплоту холодильнику. Центр окружности соответствует объёму V_0 , радиус окружности при выбранном масштабе равен $r = 1/\sqrt{10}$. Во сколько раз максимально возможный КПД второй машины отличается от максимально возможного КПД первой машины?



$$\eta_1 \approx \frac{2\sqrt{10}}{\pi} + 1 = \frac{\eta_2}{\eta} \quad (\text{B})$$