

Тепловые машины

Содержание

1	МФТИ и «Физтех»	2
2	Всероссийская олимпиада школьников по физике	6
3	Московская олимпиада школьников по физике	11
4	«Покори Воробьёвы горы!»	16
5	«Росатом»	17
6	«Курчатов»	18

Напомним, что КПД цикла есть отношение работы за цикл к количеству теплоты, полученной в цикле от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}}.$$

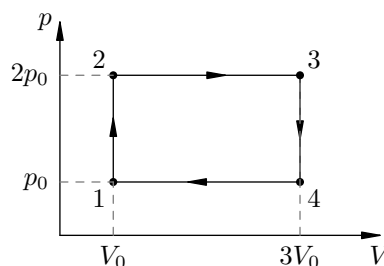
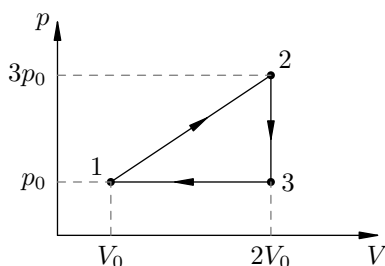
При этом работа A есть разность количества теплоты, полученного от нагревателя, и количества теплоты, переданного холодильнику:

$$A = Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}.$$

Соответственно,

$$\eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}}.$$

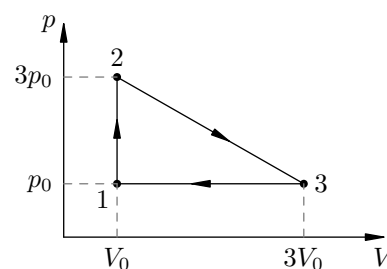
ЗАДАЧА 1. Вычислите КПД циклов, изображённых на рисунках. Рабочим телом служит идеальный одноатомный газ.



$\frac{23}{4} ; \frac{19}{2}$

ЗАДАЧА 2. Тепловой двигатель работает по циклу, состоящему из изохоры 1–2, участка 2–3 линейной зависимости давления от объёма и изобары 3–1 (см. рисунок; координаты точек 1, 2 и 3 указаны). Рабочим веществом служит одноатомный идеальный газ. Вычислите КПД этого двигателя.

$\frac{91}{5} = u$



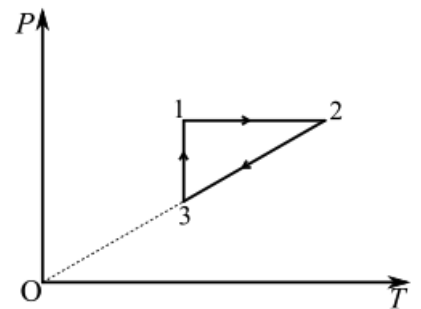
1 МФТИ и «Физтех»

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2017, 10) Одноатомный идеальный газ в количестве $\nu = 1$ моль участвует в прямом циклическом процессе, составленном из двух изотерм и двух изохор. При изохорическом нагревании газ получает $Q_1 = 1000$ Дж теплоты, при изотермическом расширении газ получает ещё $Q_2 = 500$ Дж теплоты. Известно, что минимальная температура в процессе $T_1 = 300$ К.

- 1) Найти максимальную температуру T_2 газа в цикле.
- 2) Найти работу A газа при расширении.
- 3) Найти КПД η цикла.

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{500}{1000} = 0.5$$

ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2017, 10–11) Рабочим веществом тепловой машины является гелий в количестве ν . Цикл машины изображён на диаграмме зависимости давления P от температуры T (см. рис.). Процесс 1–2 изобарный, процесс 2–3 идёт с прямо пропорциональной зависимостью давления от температуры, процесс 3–1 изотермический. Температуры в состояниях 2 и 1 отличаются в два раза. КПД машины равен η . Температура в состоянии 1 равна T_1 .



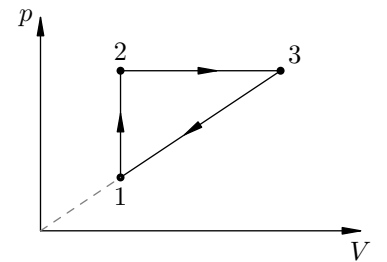
- 1) Найти работу газа за цикл.

2) Найти количество теплоты Q ($Q > 0$), отведённой от газа за цикл.

Замечание: единица количества вещества — моль.

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_{32}}{Q_{12} + Q_{23}} = 1 - \frac{C_V \nu (T_3 - T_2)}{C_P \nu (T_2 - T_1) + C_V \nu (T_3 - T_2)}$$

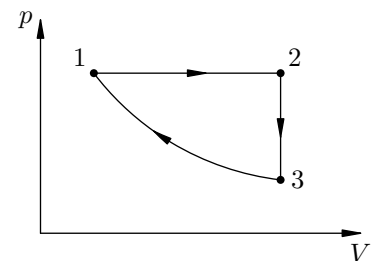
ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 2006) Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры 1–2, изобары 2–3 и участка 3–1 прямо пропорциональной зависимости давления от объёма (см. рисунок). Найти КПД цикла, если объём на изобаре изменяется в два раза. Рабочее вещество — одноатомный идеальный газ.



$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{C_V \nu (T_3 - T_1)}{C_P \nu (T_2 - T_1)}$$

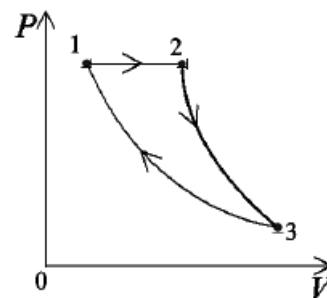
ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 2006) Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изобары 1–2, изохоры 2–3 и адиабаты 3–1 (см. рисунок). Найти КПД этого цикла, если объём на изобаре изменяется в 8 раз. Рабочее вещество — идеальный одноатомный газ.

Указание. В адиабатическом процессе температура T и объём V связаны уравнением $T^3 V^2 = \text{const}$.



$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{C_V \nu (T_3 - T_2)}{C_P \nu (T_2 - T_1)}$$

ЗАДАЧА 7. («Физтех», 2016, 10–11) Газообразный гелий совершает цикл, состоящий из изобарического расширения 1–2, адиабатического процесса 2–3 и изотермического сжатия 3–1 (см. рисунок). КПД цикла равен η .



1) Найти отношение работы газа за цикл к работе газа в процессе 2–3.

2) Найти отношение работы газа в процессе 2–3 к работе над газом при его сжатии.

$$\frac{(u-1)\xi}{\xi} = g \quad (z : u \frac{\xi}{\xi} = v \quad (1)$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2011) С идеальным одноатомным газом провели прямой цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Оказалось, что работа газа при изобарическом расширении равна A , а суммарное количество теплоты, полученное газом за цикл, равно Q .

- 1) Какое количество теплоты получил газ при изобарическом расширении?
- 2) Найдите КПД цикла.

$$\frac{V_2}{V_1} = u \quad (z : V \frac{z}{\xi} = \tau \text{ и } \phi - (1)$$

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2011) С идеальным одноатомным газом провели прямой цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Оказалось, что при изобарическом сжатии над газом совершили работу A ($A > 0$), а работа газа за цикл равна A_0 .

- 1) Какое количество теплоты отвели от газа при изобарическом сжатии?
- 2) Найдите КПД цикла.

$$\frac{V_2 + 0 V_1 z}{2 V_1 z} = u \quad (z : V \frac{z}{\xi} = \tau \text{ и } \phi - (1)$$

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2012) Идеальный одноатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изобар и двух адиабат. Найдите КПД цикла, если работа, совершённая над газом при изобарическом сжатии, в три раза меньше работы, совершённой газом при изобарическом расширении.

$$\frac{\xi}{z} = u$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2012) С идеальным одноатомным газом проводят циклический процесс, состоящий из двух изохор и двух адиабат. В процессе адиабатического расширения газ совершает работу A , а в процессе изохорического нагревания к газу подводят количество теплоты Q . КПД цикла равен η . Найдите отношение изменений температуры в процессах адиабатического расширения и сжатия.

$$\frac{V - \phi u}{V} = \frac{z L \nabla}{L \nabla}$$

ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2014) Идеальный газ совершает цикл, состоящий из адиабатического расширения, изотермического сжатия и изохорического нагревания. Работа газа при расширении в 9 раз больше работы газа за цикл.

- 1) Во сколько раз работа газа при расширении больше работы над газом при сжатии?
- 2) Найдите КПД цикла.

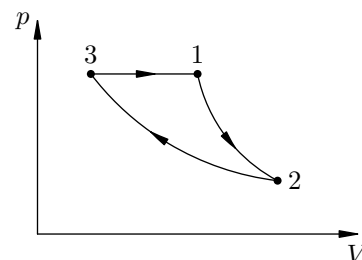
$$\frac{9}{1} = u \quad (z : \text{раз}; 2) \quad \frac{8}{9} \quad \text{и} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2014) Идеальный газ совершает цикл, состоящий из изотермического расширения, изохорического охлаждения и адиабатического сжатия, КПД которого равен η .

- 1) Во сколько раз работа газа при расширении больше работы газа за цикл?
- 2) Найдите отношение отведённого тепла к работе газа за цикл.

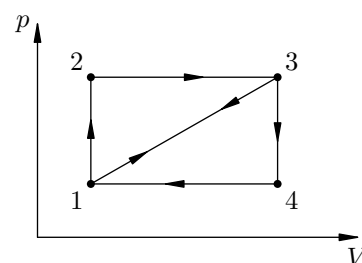
$$\frac{u}{u-1} \left(\gamma \text{ ; зад } \frac{u}{\gamma} \right) \text{ B (1)}$$

ЗАДАЧА 14. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее тело в тепловой машине, работающей по циклу, состоящему из адиабатического расширения 1–2, изотермического сжатия 2–3 и изобарического расширения 3–1 (см. рисунок). КПД цикла равен η , при изотермическом сжатии над газом совершается работа A_T ($A_T > 0$). Какую работу совершает машина в указанном цикле?



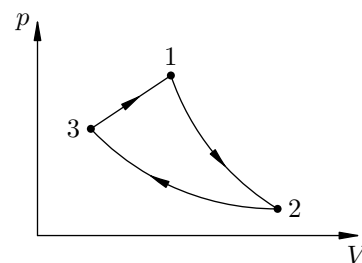
$$\frac{1}{\gamma} \frac{u-1}{u} = \gamma$$

ЗАДАЧА 15. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее вещество в тепловой машине. Цикл 1–2–3–1 состоит из изохоры 1–2, изобары 2–3 и участка 3–1 линейной зависимости давления от объёма (см. рисунок). КПД этого цикла равен η_1 . Второй цикл 1–3–4–1 состоит из участка 1–3 линейной зависимости давления от объёма, изохоры 3–4 и изобары 4–1. Найти КПД второго цикла.



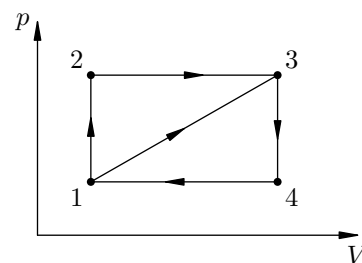
$$\frac{1}{\gamma} \frac{u-1}{u} = \gamma u$$

ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее тело в тепловой машине, работающей по циклу 1–2–3–1, состоящему из адиабатического расширения 1–2, изотермического сжатия 2–3 и участка 3–1 линейной зависимости давления от объёма (см. рисунок). За цикл машина совершает работу A , КПД цикла равен η . Найти работу, совершаемую над газом в изотермическом процессе.



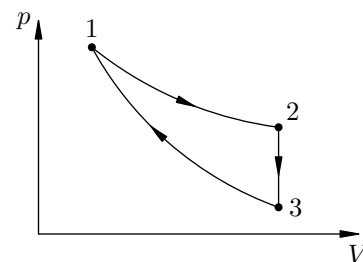
$$\gamma \frac{u}{u-1} = \frac{1}{\gamma}$$

ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 2005) Идеальный газ используется как рабочее тело в тепловой машине. Цикл 1–2–3–4–1 состоит из двух изохор 1–2 и 3–4 и двух изобар 2–3 и 4–1 (см. рисунок). Цикл 1–3–4–1 состоит из участка 1–3 линейной зависимости давления от объёма, изохоры 3–4 и изобары 4–1. Найти КПД цикла 1–2–3–4–1, если КПД цикла 1–3–4–1 равен η .



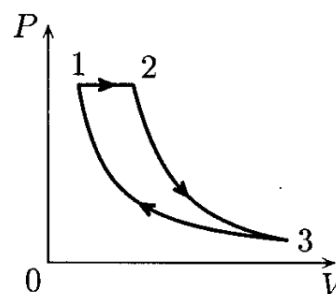
$$\frac{u+1}{u\gamma} = \gamma u$$

ЗАДАЧА 18. («Физтех», 2007) Тепловая машина работает по замкнутому циклу (см. рисунок). Процесс 1–2 — изотермический; 2–3 — изохорический; 3–1 — адиабатический. Рабочее вещество — ν молей одноатомного идеального газа. В процессе расширения к газу подводят количество теплоты Q . В процессе, где тепло от газа отводится, давление газа уменьшается в $\alpha = 3$ раза. Во всём цикле 1–2–3–1 машина совершает работу A . Найти минимальную температуру газа в цикле.



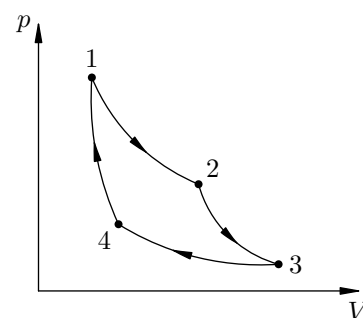
$$\frac{p_1 \alpha^\alpha}{V_1 - \alpha} = \frac{p_1 \alpha^{(\alpha-1)\alpha}}{(V_1 - \alpha) \alpha} = \text{const}$$

ЗАДАЧА 19. («Физтех», 2007) Тепловая машина работает по замкнутому циклу (см. рисунок). Процесс 1–2 — изобарический; 2–3 — адиабатический; 3–1 — изотермический. Рабочее вещество — ν молей одноатомного идеального газа. В процессе 1–2 объём газа увеличивается в $\beta = 5$ раз. В процессе изотермического сжатия от газа отводится количество теплоты Q ($Q > 0$). Во всём цикле 1–2–3–1 машина совершает работу A . Найти максимальную температуру газа в цикле.



$$\frac{p_1 \beta^\alpha}{V_1} = \text{const}$$

ЗАДАЧА 20. (МФТИ, 2007) Тепловая машина работает по циклу Карно, состоящему из двух изотерм 1–2 и 3–4 и двух адиабат 2–3 и 4–1 (см. рисунок). Рабочее вещество — ν молей идеального одноатомного газа. В процессе изотермического расширения машина совершает работу A_{12} , а в процессе адиабатического расширения — работу A_{23} . Какая работа совершается над газом в изотермическом процессе 3–4, если температура в нём равна T ?

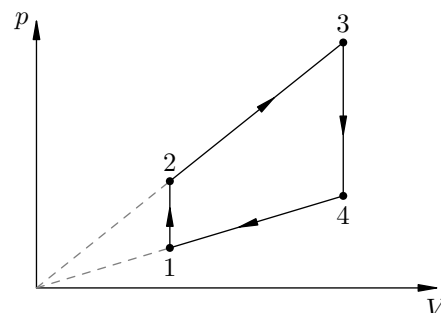


$$A_{34} = \frac{3\nu RT A_{12}}{3\nu RT A_{12} + 2A_{23}}$$

ЗАДАЧА 21. (МФТИ, 2007) Тепловая машина работает по циклу Карно, состоящему из двух изотерм 1–2 и 3–4 и двух адиабат 2–3 и 4–1 (см. рисунок предыдущей задачи). Работа сжатия в изотермическом процессе 3–4 равна A_{34} ($A_{34} > 0$), а работа сжатия в адиабатическом процессе 4–1 равна A_{41} ($A_{41} > 0$). Какую работу совершает машина за весь цикл 1–2–3–4–1? Рабочее вещество — ν молей идеального одноатомного газа. Изотермическое сжатие происходило при температуре T .

$$A = \frac{2A_{34}A_{41}}{3\nu RT}$$

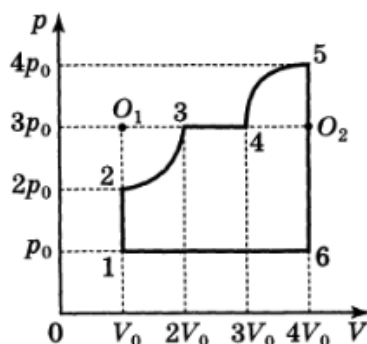
ЗАДАЧА 22. («Физтех», 2014, 11) Определите коэффициент полезного действия теплового двигателя, работающего по циклу, приведённому на графике. Процессы 1–2 и 3–4 — изохорические. В процессах 2–3 и 3–4 давление прямо пропорционально объёму. Рабочее тело — одноатомный идеальный газ. Известно, что $p_2/p_1 = V_4/V_2 = 6$. Ответ дайте в процентах, округлив до десятых.



$$20,5\%$$

2 Всероссийская олимпиада школьников по физике

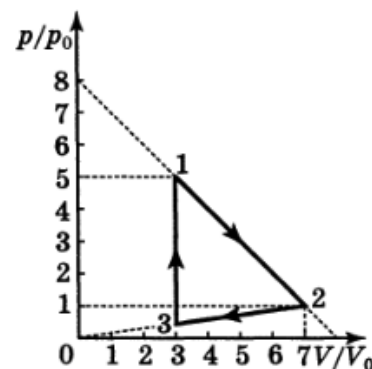
ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 1993, ОЭ, 10) Определить КПД цикла, показанного на рисунке. Газ идеальный одноатомный. Участки 2–3 и 4–5 на чертеже представляют собой дуги окружностей с центрами в точках O_1 и O_2 .



$$\frac{1}{\gamma} = \mu$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 1999, ОЭ, 10) В тепловой машине ν молей идеального одноатомного газа совершают замкнутый цикл, состоящий из процессов 1–2 и 2–3, в которых давление p газа линейно зависит от занимаемого им объёма V , и изохорического процесса 3–1 (рис.). Величины p_0 и V_0 считайте известными. Найдите:

- 1) температуру и давление газа в точке 3;
- 2) работу A , совершаемую газом за цикл;
- 3) коэффициент полезного действия η тепловой машины.



$$\frac{\varepsilon \gamma}{8} = \mu : \rho_{\Lambda}^{\circ} d \frac{L}{F \rho} = V : \rho_{\Lambda}^{\circ} d \frac{L}{F \rho} = \varepsilon L$$

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2003, ОЭ, 10) Для повышения мощности дизельных двигателей используются устройства, называемые турбокомпрессор и интеркулер. Турбокомпрессор позволяет увеличить начальное давление воздуха, подаваемого в цилиндры двигателя, а интеркулер — охлаждать сжатый воздух (рис.). Какого (во сколько раз) максимального увеличения мощности двигателя можно достичь при помощи

- 1) одного турбокомпрессора?
- 2) турбокомпрессора и интеркулера вместе?



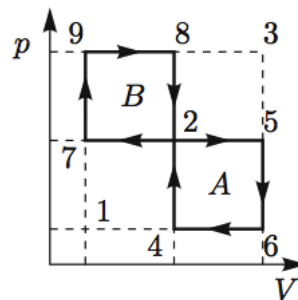
Считайте, что турбокомпрессор сжимает воздух адиабатически, интеркулер охлаждает его изобарически, используя для этого забортный воздух, КПД двигателя не зависит от начального давления воздуха в цилиндрах, а мощность пропорциональна максимально возможному количеству сжигаемого топлива за цикл. В решении используйте следующие обозначения: p_1 —

давление окружающего воздуха, T_1 — его температура, V_1 — объём цилиндров, а давление на выходе компрессора $p_2 = Kp_1$, причём $K = 2$.

Примечание. Уравнение адиабаты: $pV^\gamma = \text{const}$. Для воздуха $\gamma = 1,40$.

$$\boxed{1) P^{\max}/P_0 = K^{1/\gamma}; 2) P^{\max}/P_0 = K = 2}$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) Идеальный одноатомный газ совершает циклический процесс A , состоящий из двух изохор и двух изобар. Затем тот же газ совершает аналогичный процесс B (рис.). КПД какого процесса больше? Полагая КПД процесса A заданным и равным η_A , вычислите η_B . В обоих процессах $\Delta p_{21} = \Delta p_{32} = \Delta p$ и $\Delta V_{21} = \Delta V_{32} = \Delta V$, но их числовые значения неизвестны.

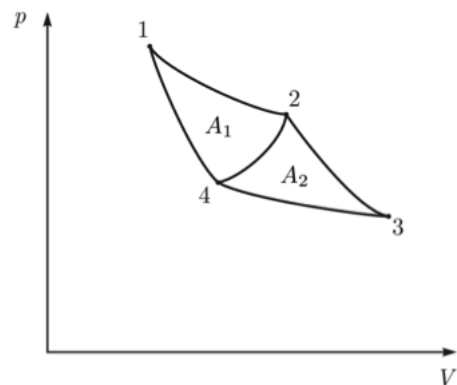


$$\boxed{\eta_B > \frac{\nu u + 1}{\nu u} = \eta_A}$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2014, РЭ, 10) Рабочим телом тепловой машины является идеальный одноатомный газ. Цикл состоит из изобарного расширения (1, 2), адиабатического расширения (2, 3) и изотермического сжатия (3, 1). Модуль работы при изотермическом сжатии равен A_{31} . Определите, чему может быть равна работа газа при адиабатическом расширении A_{23} , если у указанного цикла КПД $\eta \leq 40\%$.

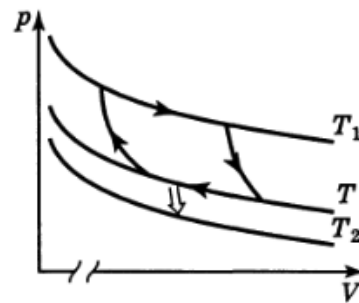
$$\boxed{\frac{5}{3} A_{31} > A_{23} \leq \frac{5}{3} A_{31}}$$

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2015, РЭ, 10) На pV -диаграмме (см. рисунок) изображены три замкнутых процесса, происходящих с идеальным газом: 1-2-4-1, 2-3-4-2 и 1-2-3-4-1. На участках 1-2 и 3-4 температура газа постоянна, а на участках 2-3 и 4-1 газ теплоизолирован. Известно, что в процессе 1-2-4-1 совершается работа $A_1 = 5$ Дж, а в процессе 2-3-4-2 — работа $A_2 = 4$ Дж. Найдите коэффициент полезного действия процесса 1-2-3-4-1, если коэффициенты полезного действия процессов 1-2-4-1 и 2-3-4-2 равны.



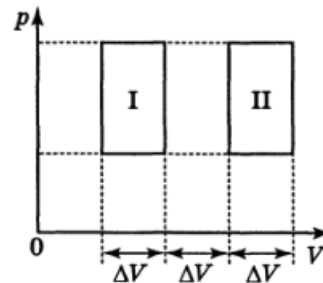
$$\boxed{0,36 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 = \eta}$$

ЗАДАЧА 29. (Всеросс., 1996, финал, 10) Рабочее вещество тепловой машины совершает цикл Карно (рис.) между изотермами T и T_1 ($T_1 > T$). Холодильником является резервуар, температура которого постоянна и равна $T_2 = 200$ К ($T_2 < T$). Теплообмен между рабочим веществом и холодильником осуществляется посредством теплопроводности. Количество теплоты, отдаваемое в единицу времени холодильнику, $q = a(T - T_2)$, где $a = 1$ кВт/К. Теплообмен рабочего вещества с нагревателем происходит непосредственно при $T_1 = 800$ К. Полагая, что продолжительность изотермических процессов одинакова, а адиабатических — весьма мала, найдите температуру «холодной» изотермы T , при которой мощность N тепловой машины наибольшая. Определите наибольшую мощность тепловой машины.



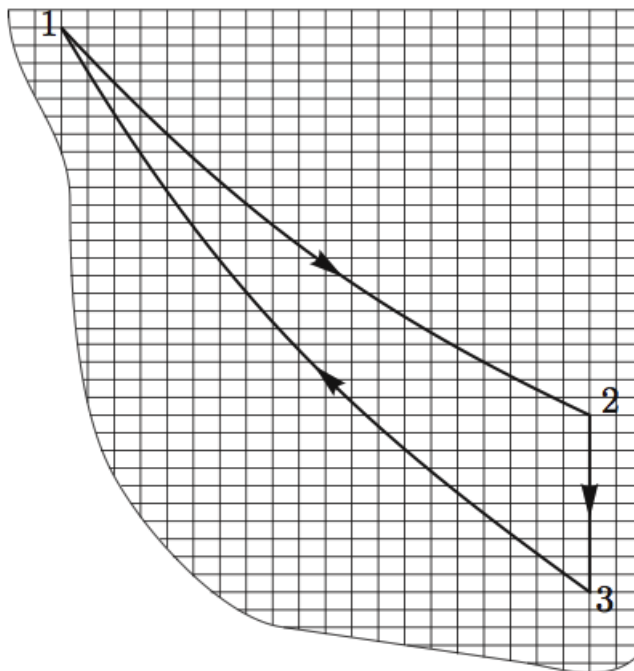
$$T = \sqrt[3]{T_1 T_2} = \sqrt[3]{800 \cdot 200} = 400 \text{ К}; N_{\text{max}} = \frac{2}{3} a (T_1 - T_2) = \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot (800 - 200) = 133.3 \text{ кВт}$$

ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 1998, финал, 10) В тепловой машине в качестве рабочего тела используется один моль идеального одноатомного газа. На рисунке представлены циклы I и II, совершаемые этим газом. Найдите коэффициенты полезного действия (КПД) η_1 и η_2 этих циклов, если их отношение равно $\alpha = \eta_1/\eta_2 = 1,6$.



$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{P_1}{P_2} = 1,6$$

ЗАДАЧА 31. (Всеросс., 2001, финал, 10–11) Говорят, что в архиве лорда Кельвина нашли обрывок рукописи, на котором был изображён замкнутый цикл для $\nu = 1$ моль гелия в координатах p, V (рис.). Цикл состоял из изотермы 1–2, изохоры 2–3 и адиабаты 3–1. КПД данного цикла $\eta = 0,125$. Найдите объём газа в изохорическом процессе, если на рисунке ось давления вертикальна, а ось объёма горизонтальна. Масштаб по оси объёма: 1 дел = 0,5 л; по оси давления: 1 дел = 5 кПа.

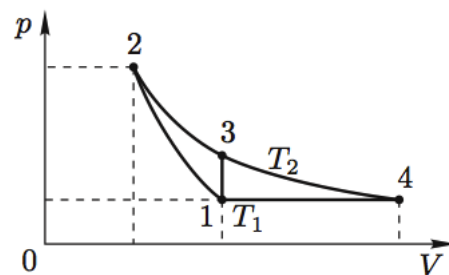


□ $\eta \approx 12,5\%$

ЗАДАЧА 32. (Всеросс., 2002, финал, 10) Летом при температуре в помещении $t_1 = 27^\circ\text{C}$ промышленный морозильник при работе на полную мощность поддерживал температуру в камере $t_2 = -23^\circ\text{C}$. Зимой температура в помещении упала до значения $t_3 = 7^\circ\text{C}$. Из-за отказа реле агрегат вновь заработал на полную мощность. Какой при этом стала температура t_k в камере? Считайте агрегат идеальной машиной.

□ $t_k = 17^\circ\text{C}$

ЗАДАЧА 33. (Всеросс., 2006, финал, 10) Рассмотрите два цикла, совершаемых над идеальным газом (рис.). В первом из них газ адиабатически сжимают из состояния 1 до состояния 2, затем изотермически расширяют до состояния 3 и наконец изохорически возвращают в исходное состояние 1. КПД такого цикла обозначим η_V . Во втором цикле газ адиабатически сжимают из состояния 1 до состояния 2, затем изотермически расширяют до состояния 4 и наконец изобарически возвращают в исходное состояние 1. КПД такого цикла обозначим η_p . Сравните η_V и η_p .

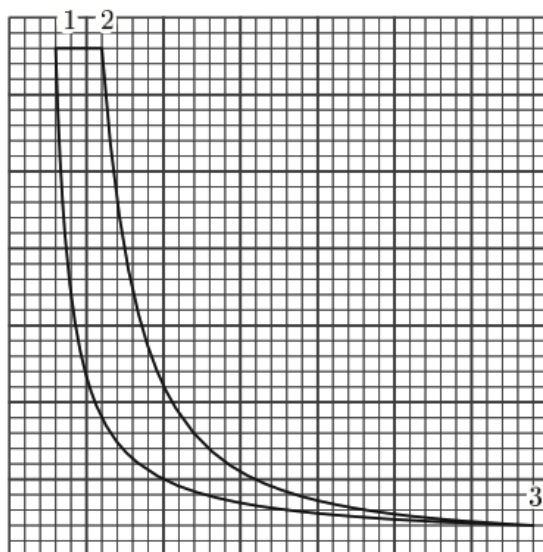


Примечание. В адиабатическом процессе $pV^\gamma = \text{const}$, где $\gamma = C_p/C_V$. При изотермическом расширении идеального газа от объёма V_a до объёма V_b им совершается работа

$$A_{ab} = \nu RT \ln \frac{V_b}{V_a}.$$

$$\boxed{dU = \Delta U}$$

ЗАДАЧА 34. (Всеросс., 2009, финал, 10) Говорят, что в архиве лорда Кельвина нашли p, V -диаграмму замкнутого циклического процесса тепловой машины (рис.). Процесс 1–2 — изобара, 2–3 — адиабата, 3–1 — изотерма. От времени чернила выцвели, и координатные оси на диаграмме исчезли. Известно, что рабочим веществом машины был идеальный газ (гелий) количеством $\nu = 2$ моля. Масштаб по оси давления — 1 мал. кл. = 1 атм, по оси объёма — 1 мал. кл. = 1 л.



- 1) Восстановите положение координатных осей и вычислите максимальное давление газа в данном циклическом процессе.
- 2) Вычислите максимальную и минимальную температуры газа в цикле.
- 3) Найдите работу A_T на изотерме 3–1.
- 4) Найдите КПД цикла η .

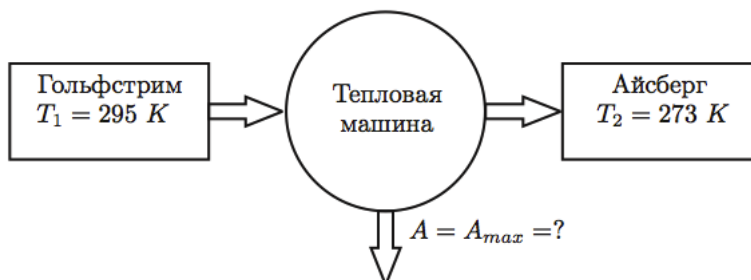
Примечание. Универсальная газовая постоянная $R = 0,082$ л · атм/(моль · К).

$$\boxed{p_1 = p_{\text{max}} = 32 \text{ атм}, V_1 = 1 \text{ л}; T_{\text{max}} = 780 \text{ К}, T_{\text{min}} = 195 \text{ К}; A_T = -11,2 \text{ кДж}; n = 5,4 \text{ моль}}$$

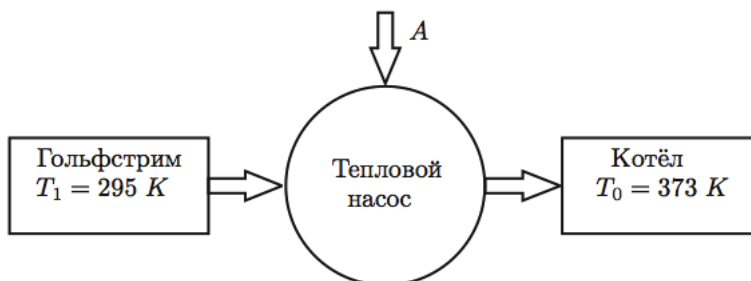
ЗАДАЧА 35. (Всеросс., 2011, финал, 10) Гигантский айсберг массой $m = 9 \cdot 10^8$ кг (куб $100 \times 100 \times 100$ м³), имеющий температуру $T_2 = 273$ К, дрейфует в течении Гольфстрим, температура

воды которого $T_1 = 295 \text{ K}$.

1) Пренебрегая прямым теплообменом между айсбергом и тёплой водой, найдите максимальную работу тепловой машины, использующей Гольфстрим в качестве нагревателя и айсберг в качестве холодильника, за то время, пока весь айсберг не растает (рис.).



2) Определите, сколько воды можно испарить в котле за счёт работы, количество которой найдено в первом пункте, если использовать её в тепловом насосе для «перекачки» тепловой энергии из течения Гольфстрим в котёл с температурой $T_0 = 373 \text{ K}$ (рис.).



Теплота плавления льда $q = 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, теплота испарения воды $\lambda = 2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$.

$$\eta_{\text{max}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{273 - 295}{273} \approx -0,081 \text{ (неверно)}$$

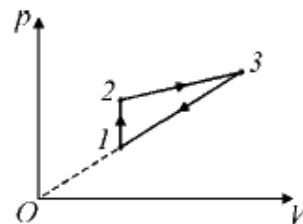
3 Московская олимпиада школьников по физике

Задача 36. (МОШ, 2006, 10) Идеальный одноатомный газ (количество вещества ν) участвует в циклическом процессе, состоящем из двух изотерм и двух изохор. При изохорическом нагревании газ получает количество теплоты Q_1 , а при изотермическом расширении — количество теплоты Q_2 . Минимальная температура газа в данном циклическом процессе равна T_{min} . Найдите:

- а) максимальную температуру газа;
- б) количества теплоты, отданные газом при изохорическом охлаждении и изотермическом сжатии;
- в) работу, совершённую газом на каждой из стадий процесса;
- г) КПД теплового двигателя, работающего по рассматриваемому циклу.

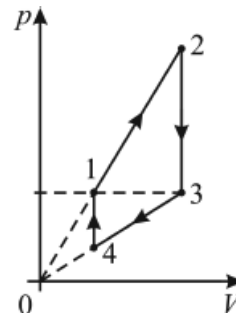
См. конец листка

Задача 37. (МОШ, 2017, 11) В тепловом двигателе, рабочим телом которого является один моль идеального одноатомного газа, совершается циклический процесс, изображённый на рисунке, где 1–2 — изохорный процесс. Работа газа за один цикл составляет $A = 60$ Дж, температуры газа в состояниях 1 и 3 равны $T_1 = 320$ К и $T_3 = 350$ К соответственно. Найдите коэффициент полезного действия цикла. Чему равна молярная теплоёмкость в процессе 3–1?



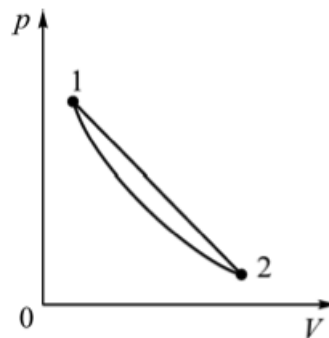
$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{(T_3 - T_1) \nu R}{\nu R T_1} = \frac{T_3 - T_1}{T_1} = \frac{350 - 320}{320} = \frac{30}{320} = \frac{3}{32} = 0,09375$$

Задача 38. (МОШ, 2010, 11) На pV -диаграмме представлен цикл 1–2–3–4, который проводится с идеальным одноатомным газом. Участки 2–3 и 4–1 цикла соответствуют изохорным процессам, на участках 1–2 и 3–4 цикла давление газа изменяется прямо пропорционально его объёму. Давление газа в состояниях 1 и 3 одинаково. Найдите КПД этого цикла, если отношение максимального объёма газа к его минимальному объёму равно $n = 1,5$.



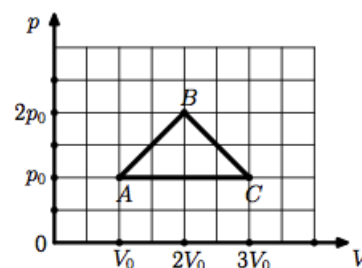
$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{p_1 V_1 (n-1) + p_1 V_1 (n-1)}{p_1 V_1 n} = \frac{2(n-1)}{n} = \frac{2(1,5-1)}{1,5} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3} \approx 0,667$$

Задача 39. (МОШ, 2012, 11) Рабочим телом теплового двигателя является $\nu = 1$ моль гелия. Цикл работы тепловой машины состоит из линейного в pV -координатах участка 1–2 и изотермы 2–1. Максимальный объём гелия в цикле в 7 раз больше минимального. Минимальная температура гелия в цикле составляет $T_0 = 280$ К. Какое количество теплоты было получено гелием в данном цикле от нагревателя? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



$$Q_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{7V_1} (p_1 - p_1 \frac{V}{7V_1}) dV = p_1 V_1 \left[\frac{V}{V_1} - \frac{V^2}{14V_1^2} \right]_{V_1}^{7V_1} = p_1 V_1 \left(6 - \frac{48}{14} \right) = p_1 V_1 \frac{24}{7}$$

Задача 40. (МОШ, 2015, 11) Над идеальным одноатомным газом совершается циклический процесс $ABCA$, изображённый на pV -диаграмме в виде треугольника с вершинами $A(p_0; V_0)$, $B(2p_0; 2V_0)$, $C(p_0; 3V_0)$. Определите, на каких участках цикла происходит теплообмен с нагревателями, на каких — с холодильниками. Чему равно количество теплоты, полученное газом от нагревателя? А отданное холодильнику?



$$Q_{AB} = \int_{V_0}^{2V_0} p dV = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{2p_0 V_0}{V} dV = 2p_0 V_0 \ln 2 > 0$$

Задача 41. (МОШ, 2013, 11) Идеальный газ сначала изотермически расширяют, затем охлаждают при постоянном объёме, пока его температура (в кельвинах) не уменьшится в два раза, после чего газ изотермически сжимают до первоначального объёма и, наконец, завершая циклический процесс, изохорно возвращают в исходное состояние, сообщая такое же количество теплоты, что и при изотермическом расширении. Определите КПД этого цикла.

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{p_1 V_1 \ln 2}{p_1 V_1 \ln 2} = 1$$

ЗАДАЧА 42. (МОШ, 2010, 10) Автомобиль «Камаз» проехал из Санкт-Петербурга в Москву за время $t = 16$ часов, пройдя по дороге 720 км и истратив объём $V = 200$ л дизельного топлива. Движительная установка автомобиля состоит из дизельного двигателя внутреннего сгорания, трансмиссии и шасси.

Найдите КПД (эффективность) автомобиля и его среднюю механическую мощность на всём пути, считая, что механические потери в трансмиссии и шасси составляют $\alpha = 5\%$, а двигатель работает по циклу Дизеля, рабочим телом которого является идеальный трёхатомный газ (теплоёмкость одного моля такого газа в изохорном процессе равна $C_V = 3R$). Цикл Дизеля состоит из четырёх процессов: адиабатного сжатия рабочего тела, изобарного подвода теплоты к рабочему телу, адиабатного расширения рабочего тела и его изохорного охлаждения, в конце которого осуществляется выпуск продуктов сгорания топлива в атмосферу. Удельная теплота сгорания дизельного топлива $q = 42$ МДж/кг, а его плотность $\rho = 0,82$ кг/л. Максимальный объём камеры сгорания — 6000 мл, минимальный — 375 мл, максимальный объём в изобарном процессе — 1500 мл, максимальное давление — 40 атм, максимальное давление при изохорном охлаждении — 6 атм.

$$\eta_{\text{Дизеля}} = \frac{q}{A_{\text{Дизеля}}} = \frac{q}{C_V \Delta T} = \left(\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \varepsilon_2} - 1 \right) (\nu - 1) = \eta$$

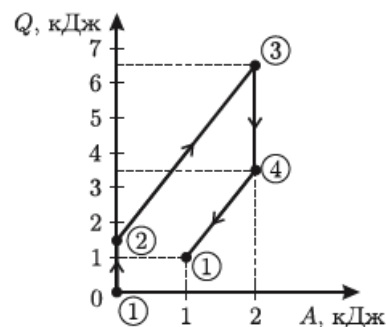
ЗАДАЧА 43. (МОШ, 2008, 11) Цикл тепловой машины состоит из двух изобар и двух изотерм, при этом работа при изобарическом расширении такая же, как и при изотермическом. Найдите КПД такого цикла, если рабочим веществом является гелий, а максимальная температура в процессе вдвое больше минимальной.

$$\frac{\eta}{T} = \eta$$

ЗАДАЧА 44. (МОШ, 2008, 11) С порцией гелия проводят циклический процесс, состоящий из изобарного расширения, изохорного охлаждения и адиабатного сжатия. Может ли КПД такого цикла η оказаться больше 50%? Чему равен максимально возможный КПД такого цикла?

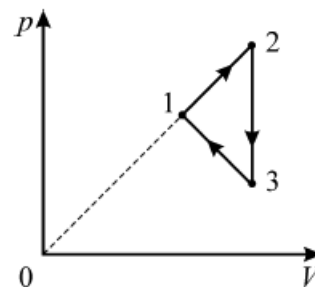
$$\eta_{\text{max}} = 40\%$$

ЗАДАЧА 45. (МОШ, 2009, 11) На рисунке изображён график циклического равновесного процесса 1–2–3–4–1, проводимого над идеальным одноатомным газом в количестве $\nu = 0,5$ моль. По горизонтальной оси отложена работа A , совершённая газом с момента начала процесса, по вертикальной оси — полученное газом количество теплоты Q . Перерисуйте график в координатах «давление p — объём V » и определите КПД, а также максимальную и минимальную температуры газа в данном цикле.



$$\eta \approx 7\% \approx \frac{A}{Q} = \frac{A_{\text{max}}}{Q_{\text{max}}} = \frac{1}{2} = \eta$$

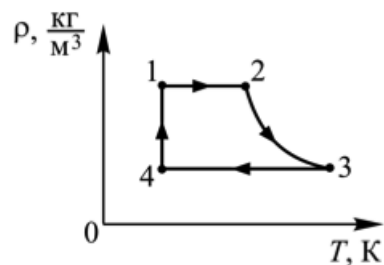
ЗАДАЧА 46. (МОШ, 2017, 11) С одним молем идеального одноатомного газа происходит циклический процесс 1–2–3–1, график которого приведен на pV -диаграмме. Температуры газа в состояниях 1, 2 и 3 равны $T_1 = 4T_0$, $T_2 = 9T_0$ и $T_3 = 3T_0$ соответственно.



- 1) Чему равна работа, совершаемая газом за один цикл?
- 2) Определите КПД этого процесса.

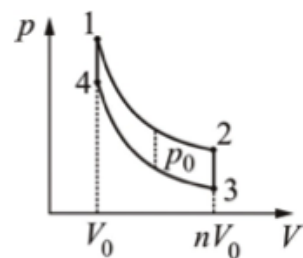
$$A = \nu R T_0; \eta \approx 9,5\%$$

Задача 47. (МОШ, 2011, 11) С одним молем одноатомного идеального газа совершают циклический процесс 1–2–3–4–1, как показано на рисунке в координатах ρT (плотность–температура). Участок 2–3 — гипербола. Температуры в точках 1, 2 и 3 равны, соответственно, $T_1 = 300$ К, $T_2 = 500$ К, $T_3 = 800$ К. На участке 4–1 газ отдаёт холодильнику количество теплоты $Q_{41} \approx 1172$ Дж. Найти КПД цикла.



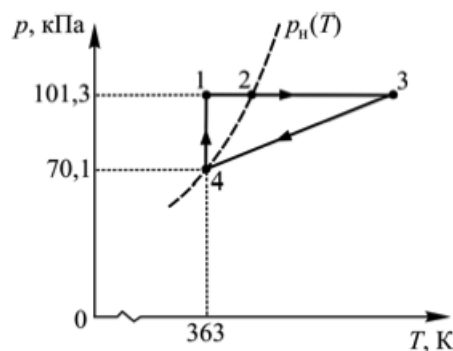
$$\eta_{\text{КПД}} \approx \frac{1L\varepsilon - \varepsilon L\varepsilon - \varepsilon L\varepsilon}{\left(\frac{\varepsilon L}{\varepsilon L} \text{ или } 1L - \varepsilon L - \varepsilon L\right)\varepsilon} = u \text{ или } \eta_{\text{КПД}} \approx \frac{1L\varepsilon - \varepsilon L\varepsilon - \varepsilon L\varepsilon}{\left(\frac{\varepsilon L}{\varepsilon L} - \varepsilon L - \varepsilon L\right)\varepsilon} = u$$

Задача 48. (МОШ, 2013, 11) Над идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1–2–3–4–1, график которого изображён на pV -диаграмме. Минимальный объём газа равен V_0 , а максимальный — в n раз больше. Участки 2–3 и 4–1 — изохоры, участок 3–4 — адиабата, а участок 1–2 получен из участка 3–4 сдвигом на отрезок длиной p_0 вверх вдоль оси давления. Определите количества теплоты, полученные или отданные на участках 1–2, 2–3, 4–1, а также КПД этого цикла.



$$\frac{\varepsilon - u\varepsilon}{\varepsilon - u\varepsilon} = u : 0\Lambda^0 d \frac{\varepsilon}{\varepsilon} = \varepsilon \varepsilon \varepsilon : 0\Lambda^0 d u \frac{\varepsilon}{\varepsilon} - = \varepsilon \varepsilon \varepsilon : 0\Lambda^0 d (1 - u) \frac{\varepsilon}{\varepsilon} = \varepsilon \varepsilon \varepsilon$$

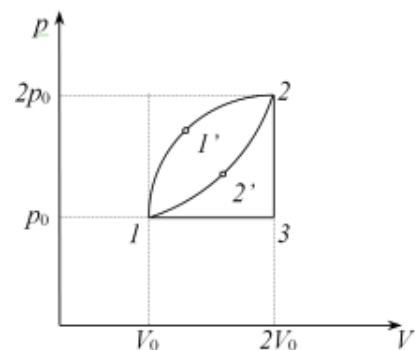
Задача 49. (МОШ, 2011, 11) Рабочим телом тепловой машины служит некоторое количество воды. Цикл, по которому работает машина, показан на рисунке в pT -координатах (пунктиром изображена зависимость давления насыщенных паров воды от температуры). Он состоит из изобарического (1–2–3), изохорического (3–4) и изотермического (4–1) участков. Найдите КПД этого цикла, считая воду практически несжимаемой жидкостью.



Напоминания: $p_1 = 101,3$ кПа — нормальное атмосферное давление, удельная теплота парообразования воды (при 100°C) $L \approx 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг, молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль, удельная теплоёмкость воды $c \approx 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), универсальная газовая постоянная $R \approx 8,31$ Дж/(моль · К), теплоёмкость одного моля водяного пара при постоянном давлении равна $4R$.

$$\eta_{\text{КПД}} \approx u$$

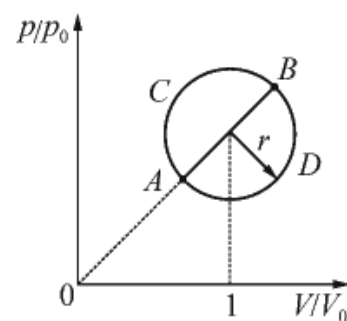
Задача 50. (МОШ, 2016, 11) А) Определите КПД η циклического процесса $11'231$, который совершается с одноатомным идеальным газом. pV -диаграмма цикла изображена на рисунке. Кривая $11'2$ на диаграмме — четверть дуги окружности (при соответствующем выборе масштабов). Объём газа в цикле меняется в диапазоне от V_0 до $2V_0$, давление меняется в диапазоне от p_0 до $2p_0$. Минимальная температура газа равна $T_0 = 120$ К, а количество вещества составляет $\nu = 1$ моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



Б) Разделим данный цикл некоторой дугой $12'2$ так, как показано на рисунке. КПД цикла $12'231$ равен η_1 . Определите КПД цикла $11'22'1$.

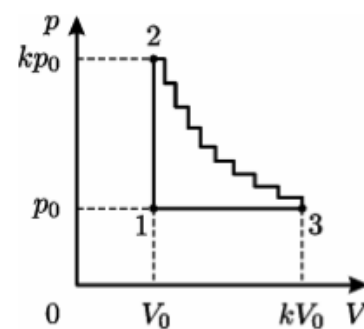
$$\frac{\eta_1 - \eta}{\eta_1 - \eta} = \eta_1 \quad ; \quad \eta_1 \approx \frac{\nu + 11}{\nu} = \eta \quad (\text{A})$$

Задача 51. (МОШ, 2016, 11) Две тепловые машины используют в качестве рабочего тела постоянное количество одноатомного идеального газа. Циклы, по которым работают эти машины, при изображении в координатах «давление–объём» при некотором выборе масштабов являются двумя половинами одной окружности: первая машина работает по циклу $ACBA$, а вторая — по циклу $ABDA$ (см. рисунок). Диаметр AB этой окружности лежит на прямой, проходящей через начало координат, и обладает тем свойством, что на участке цикла ACB газ только получает теплоту от нагревателя, а на участке BDA — только отдаёт теплоту холодильнику. Центр окружности соответствует объёму V_0 , радиус окружности при выбранном масштабе равен $r = 1/\sqrt{10}$. Во сколько раз максимально возможный КПД второй машины отличается от максимально возможного КПД первой машины?



$$\eta_1 \approx \frac{51 \wedge 8}{x} + 1 = \frac{\eta_2}{\eta_1}$$

Задача 52. (МОШ, 2007, 11) Над ν молями идеального одноатомного газа проводят циклический процесс, график которого изображён на pV -диаграмме. Цикл состоит из вертикального (1–2) и горизонтального (3–1) участков и «лестницы» (2–3) из n ступенек, на каждой из которых давление и объём газа изменяются в одно и то же количество раз. Отношение максимального давления газа к минимальному равно k ; отношение максимального объёма к минимальному также равно k . Найдите КПД тепловой машины, работающей по данному циклу.



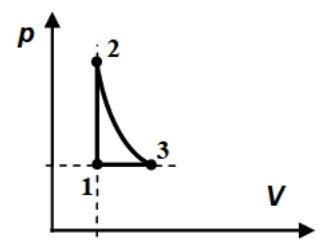
$$\frac{(\gamma - 1) \frac{5}{6} + (\gamma - 1) \frac{1}{6}}{(\gamma - 1) - (\gamma - 1) \frac{1}{6}} = \eta$$

4 «Покори Воробьёвы горы!»

ЗАДАЧА 53. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) В морозильной камере поддерживается постоянная температура $t_1 = -18^\circ\text{C}$, а радиатор холодильника при этом имеет температуру $t_2 = +33^\circ\text{C}$. Известно, что рабочее тело холодильной установки совершает цикл Карно (составленный из двух изотерм и двух адиабат), а его сжатие обеспечивается электродвигателем, который потребляет мощность $P = 20$ Вт. КПД электродвигателя (с учетом всех потерь) $\eta_M = 30\%$. Какое количество тепла поступает в морозильную камеру от внешней среды за время $\tau = 1$ мин в этом режиме?

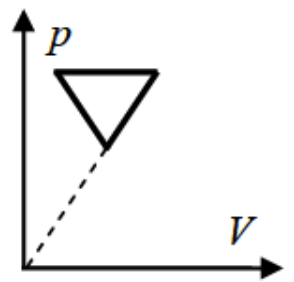
$$Q_2 = P \tau \eta_M \frac{t_2 - t_1}{t_2} = 432 \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА 54. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) На рисунке представлена pV -диаграмма процесса над идеальным одноатомным газом, некоторое количество которого является рабочим телом тепловой машины. В этом цикле расширение газа происходит адиабатически. Давление газа в точке 2 на $n\%$ больше его давления в точке 1, а объём в точке 3 — на $k\%$ больше объёма в точке 1. Известно, что n и k связаны соотношением $n/k = 8/3$. Найти КПД цикла.



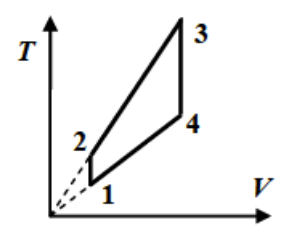
$$\eta = 1 - \frac{1}{n^{\frac{5}{3}}} = \frac{1}{3}$$

ЗАДАЧА 55. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) На рисунке в координатах p - V представлен цикл одноатомного идеального газа, являющегося рабочим телом тепловой машины. Диаграмма цикла имеет вид равнобедренного треугольника, основание которого параллельно оси объёмов, а продолжение одной из сторон проходит через начало координат. Известно, что при изобарном расширении абсолютная температура газа возрастает в $n = 2$ раза. Найти КПД этого цикла.



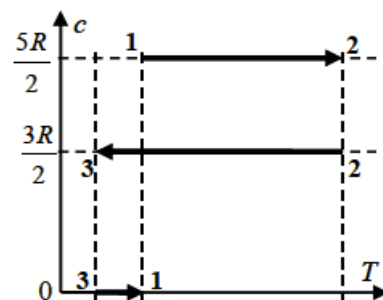
$$\eta = \frac{1}{1+n} = \frac{1}{3}$$

ЗАДАЧА 56. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) На рисунке представлена TV -диаграмма цикла, в котором участвует постоянное количество одноатомного идеального газа. КПД этого цикла равен $\eta = 8\%$. Известно, что температура в состоянии 4 во столько же раз больше температуры в состоянии 2, во сколько последняя больше температуры в состоянии 1 $T_1 = 250$ К. Найти T_4 .



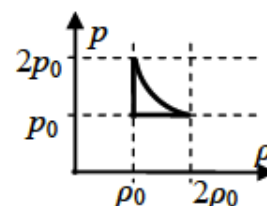
$$T_4 = T_1 \sqrt{\frac{2(2-\eta)}{1-\eta}} = 432 \text{ К}$$

ЗАДАЧА 57. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Рабочим телом тепловой машины является 1 моль одноатомного идеального газа, совершающий циклический процесс, диаграмма которого в координатах «теплоёмкость — температура» показана на рисунке. Известно, что максимальная абсолютная температура газа в цикле больше минимальной в $n = 4\sqrt{2}$ раз. Найти КПД цикла. Уравнение адиабаты для одноатомного идеального газа $pV^{5/3} = \text{const}$.



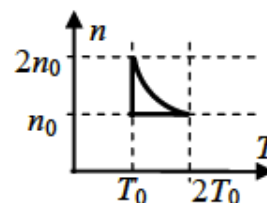
$$\eta \approx \frac{(1-\epsilon/\tau)01}{2-\epsilon/\tau} = \frac{(\epsilon/\tau)^{u-1}}{(1-u)\epsilon} - 1 = \eta$$

ЗАДАЧА 58. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «давление-плотность» показан на рисунке. Найти максимальный КПД этой тепловой машины (т. е. в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы — гипербола $p\rho = \text{const}$.



$$\frac{\epsilon 1}{1} = \eta$$

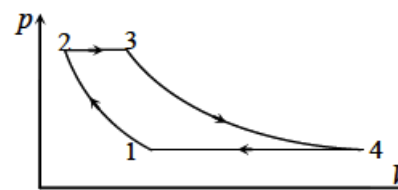
ЗАДАЧА 59. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Постоянное количество гелия является рабочим телом тепловой машины, цикл которой в координатах «концентрация молекул — температура» показан на рисунке. Найти максимальный КПД этой тепловой машины (т. е. в пренебрежении всеми потерями, кроме передачи тепла холодильнику). Криволинейный участок диаграммы — гипербола $nT = \text{const}$.



$$\eta \approx (\tau^u - 1) \frac{\epsilon}{2} = \eta$$

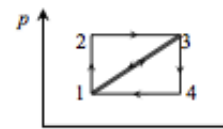
5 «Росатом»

ЗАДАЧА 60. («Росатом», 2017, 11) С идеальным газом проводят циклический процесс 1–2–3–4–1, состоящий из двух изотерм (1–2 и 3–4) и двух изобар (2–3 и 4–1; см. рисунок). Известно, что отношение температур на изотермах 1–2 и 3–4 равно $T_{34}/T_{12} = 2$, а на участке изотермического расширения газ получал в 3 раза больше тепла, чем на участке изобарического нагревания 2–3. Найти КПД цикла.



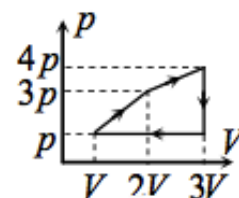
$$\frac{\epsilon}{\epsilon} = \eta$$

ЗАДАЧА 61. («Росатом», 2011, 11) На рисунке в координатах «давление-объём» показаны графики циклических процессов, проходящих с идеальным газом (график 1–2–3–4–1 представляет собой прямоугольник со сторонами, параллельными осям). Коэффициент полезного действия процесса 1–3–4–1 известен и равен η . Найти КПД процесса 1–2–3–1.



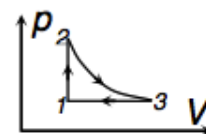
$$\frac{u+1}{u} = \eta$$

ЗАДАЧА 62. («Росатом», 2015, 10) С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление-объём» приведён на рисунке. Найти КПД процесса. Все необходимые величины даны на рисунке.



$$\frac{\eta}{\tau} = \frac{1}{2}$$

ЗАДАЧА 63. («Росатом», 2013, 11) С одноатомным идеальным газом происходит циклический процесс, состоящий из изохоры (1–2), адиабаты (2–3) и изобары (3–1). Известно, что в изохорическом процессе давление газа возросло в два раза. Найти КПД цикла.



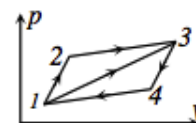
Указание. В адиабатическом процессе давление одноатомного идеального газа и его объём связаны соотношением $pV^{5/3} = \text{const}$.

$$\frac{\eta}{\tau} = \frac{1}{2}$$

ЗАДАЧА 64. («Росатом», 2013, 11) Какую максимальную работу можно совершить, используя айсберг массой $3 \cdot 10^6$ т в качестве холодильника и океан в качестве нагревателя? Считать, что температура айсберга равна $t_1 = 0^\circ\text{C}$, а температура воды в океане равна $t_2 = 12^\circ\text{C}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$ Дж/кг.

$$\eta_{\text{max}} = \left(1 - \frac{t_1}{t_2}\right) \lambda m = \eta_{\text{max}}$$

ЗАДАЧА 65. («Росатом», 2012, 11) Известно, что КПД двигателя, работающего по циклическому процессу 1–2–3–4–1, график которого в координатах $p - V$ представляет собой параллелограмм, равен η . Найти КПД двигателя, работающего по циклическому процессу 1–3–4–1. Рабочее тело двигателя — одноатомный идеальный газ.

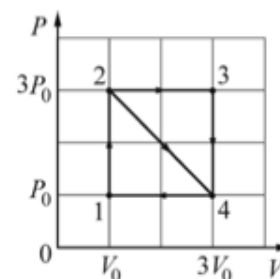


$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{1}{2}$$

6 «Курчатов»

ЗАДАЧА 66. («Курчатов», 2015, 11) С одноатомным идеальным газом проводят циклы 1–2–3–4–1 и 1–2–4–1, показанные на рисунке. Найдите КПД обоих циклов. КПД какого из циклов больше и на сколько?

Молярная теплоёмкость одноатомного идеального газа при постоянном объёме $C_V = 3R/2$.



$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{1}{2}, \frac{6}{7} = \eta_1$$

Ответ к задаче 36

$$\text{а) } T_{\max} = T_{\min} + \frac{2Q_1}{3\nu R};$$

$$\text{б) } Q_3 = Q_1; Q_4 = \frac{U_{\min}Q_2}{U_{\min} + Q_1};$$

$$\text{в) } A_1 = 0, A_2 = Q_2, A_3 = 0, A_4 = -\frac{U_{\min}Q_2}{U_{\min} + Q_1};$$

$$\text{г) } \eta = \frac{Q_1Q_2}{(Q_1 + Q_2)(U_{\min} + Q_1)}.$$

Здесь обозначено $U_{\min} = \frac{3}{2}\nu RT_{\min}$.