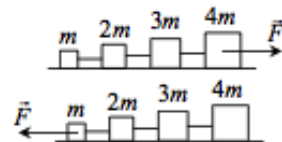


Связанные тела

ЗАДАЧА 1. Два тела массами m и $2m$ связаны лёгкой нерастяжимой нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности (тело массой m расположено левее). К телу массой m приложена горизонтальная сила F , направленная влево вдоль нити. Найдите силу натяжения нити.

$$\mathcal{A} \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}} = \mathcal{L}$$

ЗАДАЧА 2. («Росатом», 2011, 11) Четыре тела с массами m , $2m$, $3m$ и $4m$, находящиеся на гладкой горизонтальной поверхности, связаны невесомыми и нерастяжимыми нитями. На систему тел действует внешняя горизонтальная сила \vec{F} : один раз — на тело массой m , второй раз — на тело массой $4m$. Найти отношение сил натяжения нитей, связывающих грузы m и $2m$, в первом и втором случаях.

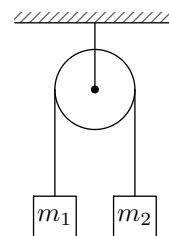


$$6 : 1$$

ЗАДАЧА 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Три одинаковых груза массы $m = 100$ г связаны попарно (1-й со 2-м, 2-й с 3-м) двумя лёгкими нерастяжимыми нитями. Верхний груз поднимают вверх с ускорением $a = 5$ м/с², два других поднимаются за ним. На сколько ньютонов различаются силы натяжения верхней и нижней нити? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с².

$$H \mathcal{E} \Gamma \mathcal{E} H$$

ЗАДАЧА 4. (Машина Атвуда) Грузы массами m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$) прикреплены к нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок (см. рисунок). Система предоставлена самой себе. Найдите ускорение грузов, силу натяжения нити T и вес системы P (силу давления на ось блока). Массами нити и блока пренебречь. Трение в системе отсутствует.



$$\mathcal{L} \mathcal{Z} = \mathcal{L} \cdot b \cdot \frac{\mathcal{Z} u + \Gamma u}{\mathcal{Z} u - \Gamma u} = \mathcal{L} \cdot b \cdot \frac{\mathcal{Z} u + \Gamma u}{\mathcal{Z} u - \Gamma u} = v$$

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2017, 9) Два груза массами $m_1 = 49$ г и $m_2 = 51$ г висят в поле тяжести на длинной нити, перекинутой через лёгкий блок, который может вращаться без трения. В начальный момент грузу m_1 сообщается скорость $v_0 = 20$ см/с, направленная вниз, а грузу m_2 сообщается такая же скорость, направленная вверх.

- 1) Найти ускорение грузов.
- 2) Найти максимальное смещение груза m_1 вниз.
- 3) Найти путь S , пройденный грузом m_1 через время $\tau = 3$ с после начала его движения. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с².

$$m \mathcal{C} \mathcal{O} \mathcal{S} = S \left(g \cdot m \mathcal{C} \mathcal{O} \Gamma = \frac{v \mathcal{Z}}{0 \mathcal{Z}} = \Gamma x \left(\mathcal{Z} \cdot \mathcal{Z} \mathcal{C} / m \mathcal{Z} \cdot 0 = b \cdot \frac{\Gamma u + \mathcal{Z} u}{\Gamma u - \mathcal{Z} u} = v \right) \right)$$

ЗАДАЧА 6. («Курчатов», 2017, 9–10) Невесомая нерастяжимая нить перекинута через идеальный неподвижный блок. К концам нити подвешены небольшие грузы: к правому — груз массой m_1 , к левому — груз массой m_2 , $m_1 > m_2$. Изначально грузы удерживают неподвижно на одном уровне, затем их отпускают.

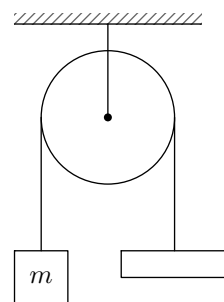
(9) Найдите скорости (модуль и направление) грузов в момент, когда расстояние между ними по вертикали составит h .

(10) Через какое время t после начала движения грузов расстояние между ними по вертикали составит h ?

Ускорение свободного падения g , трение пренебрежимо мало.

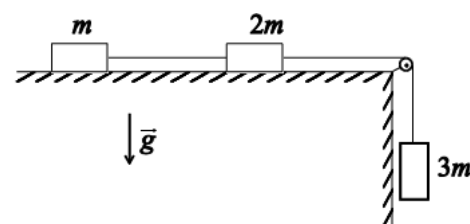
$$\frac{b(\tau u - \nu u)}{y(\tau u + \nu u)} \wedge = \tau \nu b \frac{\tau u + \nu u}{\tau u - \nu u} \wedge = a$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 2007) На достаточно длинной невесомой нити, перекинутой через блок, подвешены два груза (см. рисунок). Грузам сообщили некоторую начальную скорость, и систему предоставили самой себе. В некоторый момент скорость левого груза массой $m = 1$ кг направлена вниз и равна $v = 4$ м/с. Через время $t = 2$ с после этого груз остановился. Определите силу натяжения нити. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



$$H \tau I = \left(\frac{\tau}{a} + b\right) u = L$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2016, 9) Два груза массами m и $2m$, находящиеся на гладком горизонтальном столе, связаны нитью и соединены с грузом массой $3m$ другой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). Трением в оси блока можно пренебречь.

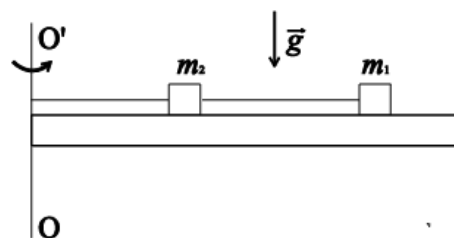


1) Найти ускорение грузов.

2) Во сколько раз сила натяжения нити между грузами на столе меньше силы натяжения другой нити?

$$(1) a = g \quad (2) \tau / b = g$$

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2016, 9) Два небольших по размерам бруска находятся на гладкой горизонтальной платформе. Бруски связаны нитью и привязаны другой нитью к оси OO' (см. рисунок). Расстояния брусков от оси OO' отличаются в 3 раза. Отношение масс брусков $m_2/m_1 = 3$. Система вращается вокруг вертикальной оси OO' . Найти отношение сил натяжения нитей между осью OO' и бруском m_2 и между грузами.



$$\tau = \nu L / \tau L$$

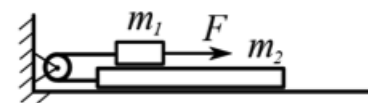
ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2018, 10) Систему из бруска массой $m_1 = m$ и доски массой $m_2 = 2m$, находящихся на горизонтальном столе, приводят в движение, прикладывая к доске горизонтальную силу F (см. рис.). Коэффициент трения между столом и доской и между горизонтальной поверхностью доски и бруском равен μ . Массой горизонтально натянутой нити, массой блока и трением в его оси пренебречь.



- 1) Найти ускорение a_1 доски, если бы не было трения.
- 2) Найти ускорение a_2 доски, если есть трение и параметры F , m , μ подобраны так, что есть движение.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3} \quad \left(\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3} \right)$$

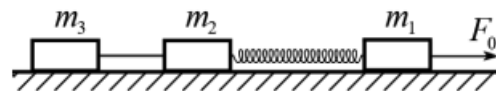
ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2018, 10) Систему из бруска массой $m_1 = 3m$ и доски массой $m_2 = m$, находящихся на горизонтальном столе, приводят в движение, прикладывая к бруску горизонтальную силу F (см. рис.). Коэффициент трения между столом и доской и между горизонтальной поверхностью доски и бруском равен μ . Массой горизонтально натянутой нити, массой блока и трением в его оси пренебречь.



- 1) Найти ускорение a_1 бруска, если бы не было трения.
- 2) Найти ускорение a_2 бруска, если есть трение и параметры F , m , μ подобраны так, что есть движение.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3} \quad \left(\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3} \right)$$

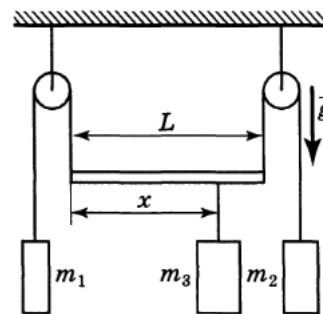
ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2018, 11) На гладкой горизонтальной поверхности стола находятся три бруска, соединённые лёгкой нитью и пружиной жёсткостью $k = 22$ Н/м (см. рис.). Масса пружины $m = 0,2$ кг и равномерно распределена вдоль оси ненапряжённой пружины. Массы брусков $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, $m_3 = 3m$. Под действием горизонтальной силы $F_0 = 2,1$ Н, приложенной к бруску m_1 , система движется по столу. При этом длина пружины увеличивается на 30% по сравнению с длиной ненапряжённой пружины.



- 1) Найти ускорение системы.
- 2) Найти силу T натяжения нити.
- 3) Найти длину L_0 нерастянутой пружины.

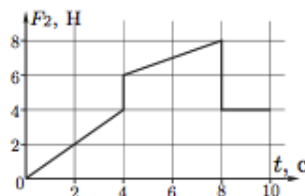
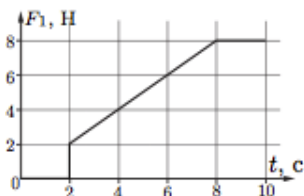
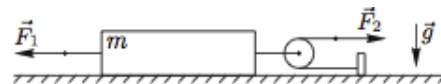
$$a = \frac{F_0}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{2,1}{6} = 0,35 \text{ м/с}^2 \quad \left(a = \frac{F_0}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{2,1}{6} = 0,35 \text{ м/с}^2 \right)$$

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 1995, ОЭ, 9) Система, изображённая на рисунке, предоставлена самой себе. При этом оказалось, что невесомый брус длины $L = 1$ м движется вверх с ускорением $g/2$, оставаясь всё время в горизонтальном положении. Определите расстояние x , на котором подвешено тело массы m_3 , если известно, что $m_1 = 2$ кг, $m_2 = 3$ кг. Трением можно пренебречь.



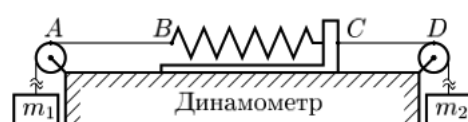
$$x = \frac{m_2 L}{m_1 + m_2} = \frac{3 \cdot 1}{2 + 3} = 0,6 \text{ м} \quad \left(x = \frac{m_2 L}{m_1 + m_2} = \frac{3 \cdot 1}{2 + 3} = 0,6 \text{ м} \right)$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2014, РЭ, 9) К системе, приведённой на рисунке справа, прикладывают в указанном направлении внешние силы F_1 и F_2 , графики зависимости которых от времени даны на рисунках снизу. Масса бруска $m = 1$ кг, коэффициент трения между плоскостью и бруском $\mu = 0,4$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Нити лёгкие, нерастяжимые и длинные. Блок невесомый. На какое расстояние переместится брусок за 10 секунд, если изначально он покоится?



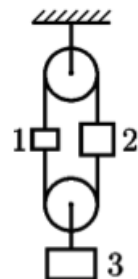
р 9г

ЗАДАЧА 15. (Всеросс., 2009, РЭ, 10) В установке (рис.) масса динамометра равна M , а массы грузов — m_1 и m_2 . Коэффициент трения между динамометром и поверхностью стола равен μ . Участки AB и CD нити горизонтальны. Массами обеих нитей, блоков, а также пружинки можно пренебречь. Найдите показания динамометра, если они постоянны.



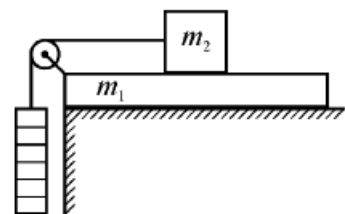
$$\left. \begin{aligned} &Nt + \tau u < \tau u \text{ игсэ} & \cdot \frac{N + \tau u + \tau u}{N(\tau - 1) + \tau u \tau} \delta \tau u \\ &Nt + \tau u < \tau u \text{ игсэ} & \cdot \frac{N + \tau u + \tau u}{N(\tau + 1) + \tau u \tau} \delta \tau u \\ &Nt \geq |\tau u - \tau u| \text{ игсэ} & \cdot \delta \tau u \end{aligned} \right\} = d$$

ЗАДАЧА 16. (МОШ, 2007, 10) В системе, изображённой на рисунке, грузы 1 и 2 прикреплены к нитям, массы грузов 1, 2 и 3 равны M , $2M$ и $3M$ соответственно. Найдите их ускорения. Трение отсутствует. Блоки невесомы, нити невесомы и нерастяжимы, не лежащие на блоках участки нитей вертикальны.



$$0 = \varepsilon v; \frac{\varepsilon}{b} = \tau v; \frac{\varepsilon}{b} - \tau v = \tau v; \text{синя онычкыльпоя оыгннеявяляюгю верпкыльпюю}$$

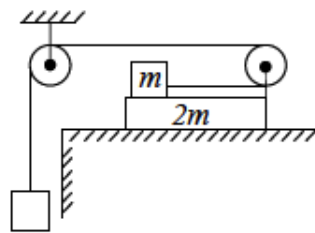
ЗАДАЧА 17. (МОШ, 2017, 10) На горизонтальном столе лежит доска массой $m_1 = 1$ кг, на которой находится брусок массой $m_2 = 2$ кг. К бруску привязана лёгкая нерастяжимая нить, второй конец которой перекинут через идеальный блок, закреплённый на краю доски. Коэффициент трения между доской и бруском $\mu = 0,2$. Вертикальный участок нити начинают аккуратно нагружать одинаковыми гирьками массами $\Delta m = 75$ г каждая. При каком минимальном количестве n гирек система придёт в движение? Найдите модули и направления ускорений, с которыми в этом случае начнут двигаться доска и брусок. Трением между доской и поверхностью стола можно пренебречь, модуль ускорения свободного падения можно принять равным $g = 10$ м/с².



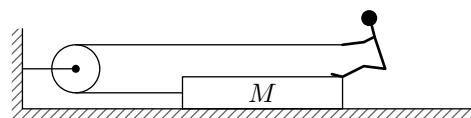
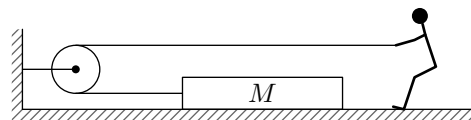
$$\left(\text{оыгю} \right) \tau v / m \angle \tau v \approx \tau v \frac{\tau v \Delta m + \tau v}{\tau v \Delta m + \tau v} = \tau v; \left(\text{впкккк} \right) \tau v / m \angle \tau v \approx \tau v \frac{\tau v \Delta m + \tau v}{\tau v \Delta m + \tau v} = \tau v; g = u$$

Задача 18. (МОШ, 2017, 11) На доске массой $2m$ лежит брусок массой m . Коэффициент трения между доской и столом μ , а между доской и грузом — 4μ . При какой минимальной массе M груза, прикрепленного к вертикальному участку нити, начнётся проскальзывание между доской и бруском?

$$\frac{m - \mu}{4\mu mg} = M$$

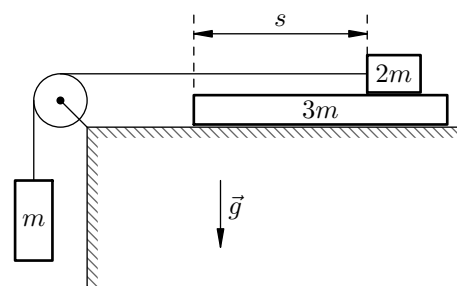


Задача 19. (МФТИ, 1998) Человеку массой m требуется подтянуть к стене ящик массой $M = 3m$ с помощью каната, перекинутого через блок. Если человек стоит на горизонтальном полу, то для достижения цели ему нужно тянуть канат с минимальной силой $F_1 = 600$ Н (см. рисунок). С какой минимальной силой F_2 придётся тянуть этому человеку канат, если он упрётся в ящик ногами? Части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами блока и каната пренебречь.



$$F_2 = \frac{M + m}{2} F_1 = 400 \text{ Н}$$

Задача 20. (МФТИ, 2001) Систему из груза массой m , бруска массой $2m$ и доски массой $3m$ удерживают в покое (см. рисунок). Брусок находится на расстоянии $s = 49$ см от края доски. Систему отпускают, и брусок движется по доске, а доска — по горизонтальной поверхности стола. Коэффициент трения скольжения между бруском и доской $\mu_1 = 0,35$, а между доской и столом $\mu_2 = 0,10$.



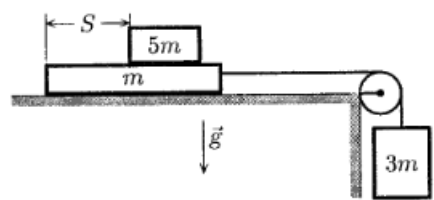
1) Определить ускорение бруска относительно стола при движении бруска по доске.

2) Через какое время брусок достигнет края доски?

Считать, что за время опыта доска не достигает блока. Массу нити, блока и трение в оси блока не учитывать.

$$s \approx \frac{6(2\mu_1 g + \mu_2 g - 1)}{g} \Lambda = 7 \left(\frac{2\mu_1 g + \mu_2 g - 1}{g} \right) \approx 6 \frac{g}{1\mu_1 g - 1} = 1v \quad (1)$$

Задача 21. (МФТИ, 2001) Систему из доски массой m , бруска массой $5m$ и груза массой $3m$ удерживают в покое (см. рисунок). Затем систему отпускают, и доска движется по горизонтальной поверхности стола, а брусок движется по доске. Через время $t = 1,4$ с брусок достигает края доски, а доска ещё не доходит до блока. Коэффициент трения скольжения бруска о доску $\mu_1 = 0,1$, а доски о стол $\mu_2 = 0,3$.



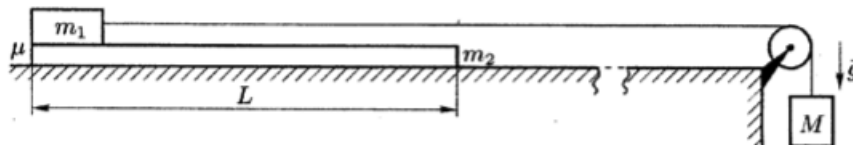
1) Определить ускорение бруска относительно стола при движении бруска по доске.

2) На каком расстоянии от края доски находился брусок до начала движения?

Массу нити, блока и трение в оси блока не учитывать.

$$s \approx \frac{6(2\mu_1 g + \mu_2 g - 1)}{g} \Lambda = 7 \left(\frac{2\mu_1 g + \mu_2 g - 1}{g} \right) \approx 6 \frac{g}{1\mu_1 g - 1} = v \quad (1)$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2010, финал, 10) На длинном гладком горизонтальном столе лежит доска массы m_2 и длины L , на левом конце которой находится груз массы m_1 . Коэффициент трения между грузом и доской равен μ . Трение между доской и столом отсутствует. Груз m_1 связан с грузом M длинной невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок (рис.). Система начинает двигаться из состояния покоя.



1) При каких значениях коэффициента трения μ груз m_1 и доска m_2 будут двигаться как единое целое (без проскальзывания)?

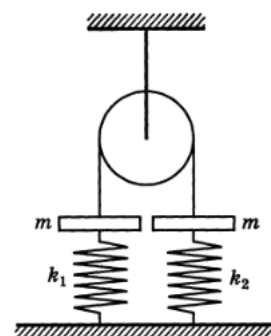
2) Найдите минимальное значение коэффициента трения μ_{\min} , при котором возможно движение без проскальзывания.

3) Пусть $\mu = \mu_{\min}/2$. В этом случае груз m_1 и доска m_2 будут двигаться с разными ускорениями. Через какое время t после начала движения груз соскользнёт с доски?

Считайте, что $m_1 = M = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг. Длину доски L примите равной 1 м. Известно, что длина груза много меньше L . Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

$$\frac{6}{1} \text{ с} = t \quad \left(\frac{z}{l} = \frac{(2m_1 + m_2 + M) g}{2m_1 g} = \frac{m_2 + M}{m_1} \leq t \right)$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 1994, финал, 10) Система грузов изображена на рисунке. Пружины одним концом прикреплены к неподвижной опоре, а другим — к грузам массы m . Блок и нить в этой системе невесомы, а пружины изначально не деформированы. Левый груз опускают вниз на расстояние x и затем без толчка отпускают. Найдите ускорения грузов сразу после того, как его отпустили. Жёсткости пружин равны k_1 и k_2 , причем $k_1 > k_2$.



$$g + \frac{m}{k_2 x} = a_1, \quad g - \frac{m}{k_1 x} = a_2 \quad \text{или} \quad \frac{2m}{x(k_1 + k_2)} = a_1 = a_2, \quad \text{где} \quad \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} > x$$

ЗАДАЧА 24. («Росатом», 2014, 9–10) Два стержня соединены в форме буквы «Г». Один из стержней расположен горизонтально, другой — вертикально. На стержни надеты маленькие невесомые колечки, которые могут без трения перемещаться по стержням. К колечкам прикреплена невесомая нить. На нить надета массивная бусинка, которая может без трения перемещаться по нити. В начальный момент бусинку удерживают так, что нить натянута, длина её горизонтального участка равна l , а вертикального — $2l$. Бусинку отпускают. Найдите её ускорение. Через какое время бусинка достигнет вертикального стержня?



$$\frac{6}{1} \sqrt{\frac{z}{l}} = t, \quad \frac{z}{b} = v$$