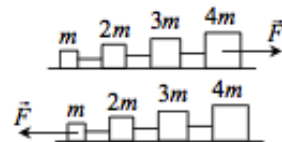


## Связанные тела

ЗАДАЧА 1. Два тела массами  $m$  и  $2m$  связаны лёгкой нерастяжимой нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности (тело массой  $m$  расположено левее). К телу массой  $m$  приложена горизонтальная сила  $F$ , направленная влево вдоль нити. Найдите силу натяжения нити.

$$\mathcal{A} \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{L}} = \mathcal{L}$$

ЗАДАЧА 2. («Росатом», 2011, 11) Четыре тела с массами  $m$ ,  $2m$ ,  $3m$  и  $4m$ , находящиеся на гладкой горизонтальной поверхности, связаны невесомыми и нерастяжимыми нитями. На систему тел действует внешняя горизонтальная сила  $\vec{F}$ : один раз — на тело массой  $m$ , второй раз — на тело массой  $4m$ . Найти отношение сил натяжения нитей, связывающих грузы  $m$  и  $2m$ , в первом и втором случаях.

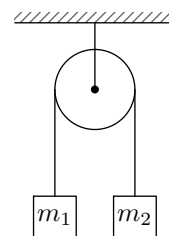


$$6 : 1$$

ЗАДАЧА 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Три одинаковых груза массы  $m = 100$  г связаны попарно (1-й со 2-м, 2-й с 3-м) двумя лёгкими нерастяжимыми нитями. Верхний груз поднимают вверх с ускорением  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>, два других поднимаются за ним. На сколько ньютонов различаются силы натяжения верхней и нижней нити? Ускорение свободного падения  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>.

$$H \mathcal{E} \Gamma \mathcal{H}$$

ЗАДАЧА 4. (Машина Атвуда) Грузы массами  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_1 > m_2$ ) прикреплены к нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок (см. рисунок). Система предоставлена самой себе. Найдите ускорение грузов, силу натяжения нити  $T$  и вес системы  $P$  (силу давления на ось блока). Массами нити и блока пренебречь. Трение в системе отсутствует.



$$\mathcal{L} \mathcal{Z} = \mathcal{L} \cdot b \cdot \frac{\mathcal{Z} u + \Gamma u}{\mathcal{Z} u - \Gamma u} = \mathcal{L} \cdot b \cdot \frac{\mathcal{Z} u + \Gamma u}{\mathcal{Z} u - \Gamma u} = v$$

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2017, 9) Два груза массами  $m_1 = 49$  г и  $m_2 = 51$  г висят в поле тяжести на длинной нити, перекинутой через лёгкий блок, который может вращаться без трения. В начальный момент грузу  $m_1$  сообщается скорость  $v_0 = 20$  см/с, направленная вниз, а грузу  $m_2$  сообщается такая же скорость, направленная вверх.

- 1) Найти ускорение грузов.
- 2) Найти максимальное смещение груза  $m_1$  вниз.
- 3) Найти путь  $S$ , пройденный грузом  $m_1$  через время  $\tau = 3$  с после начала его движения. Ускорение свободного падения считать равным  $10$  м/с<sup>2</sup>.

$$m \mathcal{C} \mathcal{O} \mathcal{S} = S \left( g \cdot m \mathcal{C} \mathcal{O} \Gamma = \frac{v \mathcal{Z}}{\mathcal{O} \mathcal{Z}} = \Gamma x \left( \mathcal{Z} \cdot \mathcal{Z} \mathcal{O} / m \mathcal{Z} \cdot \mathcal{O} = b \cdot \frac{\Gamma u + \mathcal{Z} u}{\Gamma u - \mathcal{Z} u} = v \right) \right)$$

ЗАДАЧА 6. («Курчатов», 2017, 9–10) Невесомая нерастяжимая нить перекинута через идеальный неподвижный блок. К концам нити подвешены небольшие грузы: к правому — груз массой  $m_1$ , к левому — груз массой  $m_2$ ,  $m_1 > m_2$ . Изначально грузы удерживают неподвижно на одном уровне, затем их отпускают.

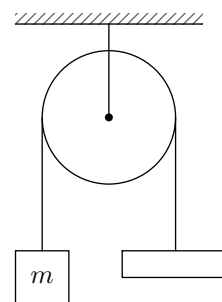
(9) Найдите скорости (модуль и направление) грузов в момент, когда расстояние между ними по вертикали составит  $h$ .

(10) Через какое время  $t$  после начала движения грузов расстояние между ними по вертикали составит  $h$ ?

Ускорение свободного падения  $g$ , трение пренебрежимо мало.

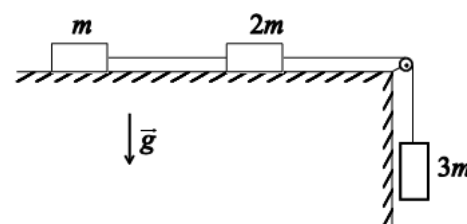
$$\frac{b(\tau u - \nu u)}{y(\tau u + \nu u)} \wedge = \tau \nu b \frac{\tau u + \nu u}{\tau u - \nu u} \wedge = a$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 2007) На достаточно длинной невесомой нити, перекинутой через блок, подвешены два груза (см. рисунок). Грузам сообщили некоторую начальную скорость, и систему предоставили самой себе. В некоторый момент скорость левого груза массой  $m = 1$  кг направлена вниз и равна  $v = 4$  м/с. Через время  $t = 2$  с после этого груз остановился. Определите силу натяжения нити. Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



$$H \tau I = \left(\frac{\tau}{a} + b\right) u = L$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2016, 9) Два груза массами  $m$  и  $2m$ , находящиеся на гладком горизонтальном столе, связаны нитью и соединены с грузом массой  $3m$  другой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). Трением в оси блока можно пренебречь.

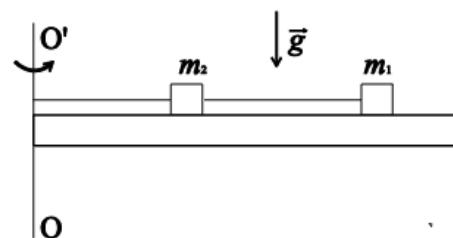


1) Найти ускорение грузов.

2) Во сколько раз сила натяжения нити между грузами на столе меньше силы натяжения другой нити?

$$(1) a = g \quad (2) \tau / b = g$$

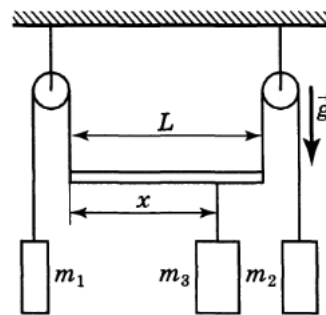
ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2016, 9) Два небольших по размерам бруска находятся на гладкой горизонтальной платформе. Бруски связаны нитью и привязаны другой нитью к оси  $OO'$  (см. рисунок). Расстояния брусков от оси  $OO'$  отличаются в 3 раза. Отношение масс брусков  $m_2/m_1 = 3$ . Система вращается вокруг вертикальной оси  $OO'$ . Найти отношение сил натяжения нитей между осью  $OO'$  и бруском  $m_2$  и между грузами.



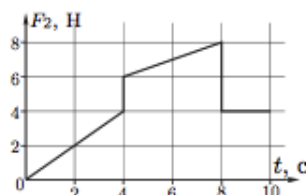
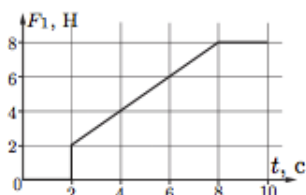
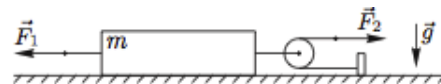
$$\tau = \nu L / \tau L$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 1995, ОЭ, 9) Система, изображённая на рисунке, предоставлена самой себе. При этом оказалось, что невесомый брус длины  $L = 1$  м движется вверх с ускорением  $g/2$ , оставаясь всё время в горизонтальном положении. Определите расстояние  $x$ , на котором подвешено тело массы  $m_3$ , если известно, что  $m_1 = 2$  кг,  $m_2 = 3$  кг. Трением можно пренебречь.

$$\text{р 9'0} = \frac{z_{uu} + \Gamma_{uu}}{\Gamma z_{uu}} = x$$



ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2014, РЭ, 9) К системе, приведённой на рисунке справа, прикладывают в указанном направлении внешние силы  $F_1$  и  $F_2$ , графики зависимости которых от времени даны на рисунках снизу. Масса бруска  $m = 1$  кг, коэффициент трения между плоскостью и бруском  $\mu = 0,4$ , ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Нити лёгкие, нерастяжимые и длинные. Блок невесомый. На какое расстояние переместится брусок за 10 секунд, если изначально он покоится?



р 9Г

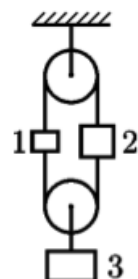
ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2009, РЭ, 10) В установке (рис.) масса динамометра равна  $M$ , а массы грузов —  $m_1$  и  $m_2$ . Коэффициент трения между динамометром и поверхностью стола равен  $\mu$ . Участки  $AB$  и  $CD$  нити горизонтальны. Массами обеих нитей, блоков, а также пружинки можно пренебречь. Найдите показания динамометра, если они постоянны.



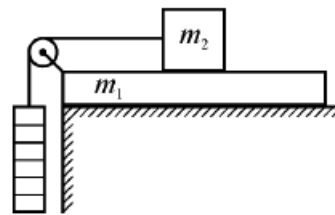
$$\left. \begin{array}{l} \mu N + \Gamma_{uu} < z_{uu} \text{ илсэ} \\ \mu N + z_{uu} < \Gamma_{uu} \text{ илсэ} \\ \mu N \geq |z_{uu} - \Gamma_{uu}| \text{ илсэ} \end{array} \right\} = \mathcal{A}$$

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2007, 10) В системе, изображённой на рисунке, грузы 1 и 2 прикреплены к нитям, массы грузов 1, 2 и 3 равны  $M$ ,  $2M$  и  $3M$  соответственно. Найдите их ускорения. Трение отсутствует. Блоки невесомы, нити невесомы и нерастяжимы, не лежащие на блоках участки нитей вертикальны.

$$0 = \varepsilon v, \frac{\varepsilon}{\beta} = z v, \frac{\varepsilon}{\beta} - \Gamma v = \text{внз: } \Gamma \text{ вназ: } \Gamma \text{ вназ: } \Gamma$$

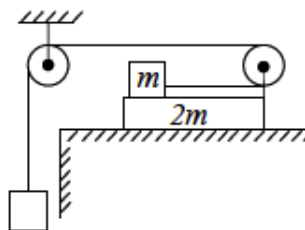


ЗАДАЧА 14. (МОШ, 2017, 10) На горизонтальном столе лежит доска массой  $m_1 = 1$  кг, на которой находится брусок массой  $m_2 = 2$  кг. К бруску привязана лёгкая нерастяжимая нить, второй конец которой перекинут через идеальный блок, закреплённый на краю доски. Коэффициент трения между доской и бруском  $\mu = 0,2$ . Вертикальный участок нити начинают аккуратно нагружать одинаковыми гирьками массами  $\Delta m = 75$  г каждая. При каком минимальном количестве  $n$  гирек система придёт в движение? Найдите модули и направления ускорений, с которыми в этом случае начнут двигаться доска и брусок. Трением между доской и поверхностью стола можно пренебречь, модуль ускорения свободного падения можно принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



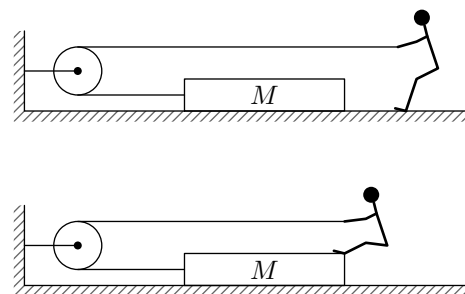
$$(оверх) \frac{2}{n} \Delta m g \approx \mu \frac{m_2 g + m_1 g}{1} = \mu g (m_2 + m_1) \Rightarrow n \approx \frac{m_2 + m_1}{\frac{2}{n} \Delta m} = \frac{m_2 + m_1}{2 \Delta m} n^2 \Rightarrow n \approx \sqrt{\frac{m_2 + m_1}{2 \Delta m}} = \sqrt{\frac{1 + 2}{2 \cdot 0,075}} = \sqrt{10} \approx 3,16 \Rightarrow n = 4$$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2017, 11) На доске массой  $2m$  лежит брусок массой  $m$ . Коэффициент трения между доской и столом  $\mu$ , а между доской и грузом —  $4\mu$ . При какой минимальной массе  $M$  груза, прикрепленного к вертикальному участку нити, начнётся проскальзывание между доской и бруском?



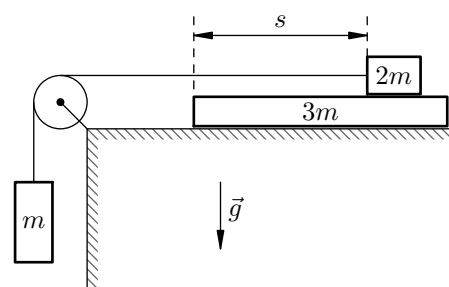
$$\frac{m - \mu M}{m + 2m} = \mu$$

ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 1998) Человеку массой  $m$  требуется подтянуть к стене ящик массой  $M = 3m$  с помощью каната, перекинутого через блок. Если человек стоит на горизонтальном полу, то для достижения цели ему нужно тянуть канат с минимальной силой  $F_1 = 600$  Н (см. рисунок). С какой минимальной силой  $F_2$  придётся тянуть этому человеку канат, если он упрётся в ящик ногами? Части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами блока и каната пренебречь.



$$F_2 = \frac{2}{3} F_1 = \frac{2}{3} \cdot 600 = 400 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 2001) Систему из груза массой  $m$ , бруска массой  $2m$  и доски массой  $3m$  удерживают в покое (см. рисунок). Брусок находится на расстоянии  $s = 49$  см от края доски. Систему отпускают, и брусок движется по доске, а доска — по горизонтальной поверхности стола. Коэффициент трения скольжения между бруском и доской  $\mu_1 = 0,35$ , а между доской и столом  $\mu_2 = 0,10$ .



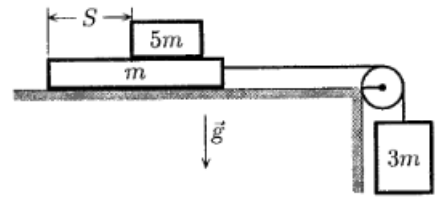
1) Определить ускорение бруска относительно стола при движении бруска по доске.

2) Через какое время брусок достигнет края доски?

Считать, что за время опыта доска не достигает блока. Массу нити, блока и трение в оси блока не учитывать.

$$s \approx \frac{6(2\mu_1 g + 1\mu_2 g - 1)}{s g} \Lambda = t \left( \frac{2}{3} g \right) \approx \frac{6}{1\mu_2 g - 1} = \frac{6}{10 - 1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow t = \frac{3}{2} s = \frac{3}{2} \cdot 49 = 73,5 \text{ с}$$

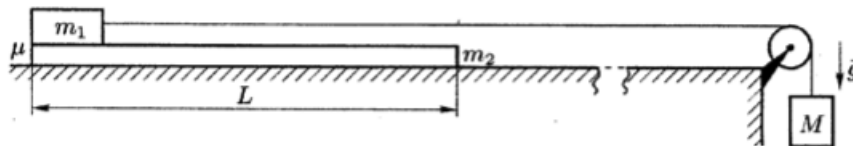
ЗАДАЧА 18. (МФТИ, 2001) Систему из доски массой  $m$ , бруска массой  $5m$  и груза массой  $3m$  удерживают в покое (см. рисунок). Затем систему отпускают, и доска движется по горизонтальной поверхности стола, а брусок движется по доске. Через время  $t = 1,4$  с брусок достигает края доски, а доска ещё не доходит до блока. Коэффициент трения скольжения бруска о доску  $\mu_1 = 0,1$ , а доски о стол  $\mu_2 = 0,3$ .



- 1) Определить ускорение бруска относительно стола при движении бруска по доске.
- 2) На каком расстоянии от края доски находился брусок до начала движения? Массу нити, блока и трение в оси блока не учитывать.

$$a_{\text{бруска}} \approx \frac{g(\mu_2 - \mu_1)}{5} = g \frac{0,3 - 0,1}{5} = 0,04g = 0,4 \text{ м/с}^2$$

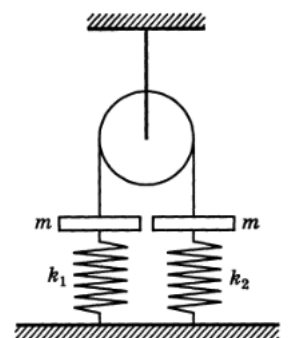
ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2010, финал, 10) На длинном гладком горизонтальном столе лежит доска массы  $m_2$  и длины  $L$ , на левом конце которой находится груз массы  $m_1$ . Коэффициент трения между грузом и доской равен  $\mu$ . Трение между доской и столом отсутствует. Груз  $m_1$  связан с грузом  $M$  длинной невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок (рис.). Система начинает двигаться из состояния покоя.



- 1) При каких значениях коэффициента трения  $\mu$  груз  $m_1$  и доска  $m_2$  будут двигаться как единое целое (без проскальзывания)?
- 2) Найдите минимальное значение коэффициента трения  $\mu_{\min}$ , при котором возможно движение без проскальзывания.
- 3) Пусть  $\mu = \mu_{\min}/2$ . В этом случае груз  $m_1$  и доска  $m_2$  будут двигаться с разными ускорениями. Через какое время  $t$  после начала движения груз соскользнет с доски? Считайте, что  $m_1 = M = 1$  кг,  $m_2 = 2$  кг. Длину доски  $L$  примите равной 1 м. Известно, что длина груза много меньше  $L$ . Ускорение свободного падения примите равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

$$t = \sqrt{\frac{2L}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{10}} = 0,447 \text{ с}$$

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 1994, финал, 10) Система грузов изображена на рисунке. Пружины одним концом прикреплены к неподвижной опоре, а другим — к грузам массы  $m$ . Блок и нить в этой системе невесомы, а пружины изначально не деформированы. Левый груз опускают вниз на расстояние  $x$  и затем без толчка отпускают. Найдите ускорения грузов сразу после того, как его отпустили. Жёсткости пружин равны  $k_1$  и  $k_2$ , причем  $k_1 > k_2$ .



$$a_1 = \frac{g}{2} \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right), \quad a_2 = \frac{g}{2} \left( \frac{k_1 + k_2}{k_1 + k_2} \right) = \frac{g}{2}$$

Задача 21. («Росатом», 2014, 9–10) Два стержня соединены в форме буквы «Г». Один из стержней расположен горизонтально, другой — вертикально. На стержни надеты маленькие невесомые колечки, которые могут без трения перемещаться по стержням. К колечкам прикреплена невесомая нить. На нить надета массивная бусинка, которая может без трения перемещаться по нити. В начальный момент бусинку удерживают так, что нить натянута, длина её горизонтального участка равна  $l$ , а вертикального —  $2l$ . Бусинку отпускают. Найти её ускорение. Через какое время бусинка достигнет вертикального стержня?



$$\frac{b}{l} \wedge z = \uparrow \frac{z \wedge}{b} = v$$