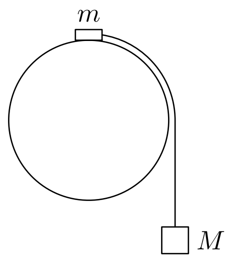
Соскальзывание со сферы

Задача 1. Гладкая сфера радиуса R закреплена на горизонтальном столе. Маленький шарик начинает движение из верхней точки сферы без начальной скорости. На какой высоте над поверхностью стола шарик оторвётся от сферы?

$\boxed{h = \frac{5}{3}R}$

Задача 2. (*ЕГЭ, 2012*) Система из грузов m и M и связывающей их лёгкой нерастяжимой нити в начальный момент покоится в вертикальной плоскости, проходящей через центр закреплённой сферы. Груз m находится на вершине сферы (см. рисунок). В ходе возникшего движения груз m отрывается от поверхности сферы, пройдя по ней дугу 30°. Найдите массу M, если $m = 100$ г. Размеры груза m ничтожно малы по сравнению с радиусом сферы. Трением пренебречь.



а) $M = m\frac{3\cos\alpha - 2}{2\alpha - \cos\alpha}$, где $\alpha = \frac{\pi}{6}$; $M \approx 329$ г

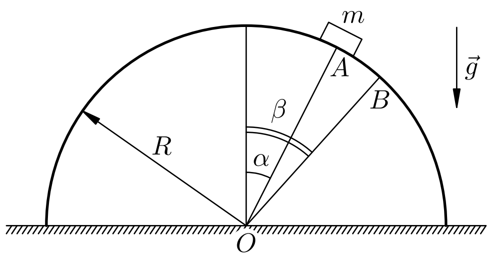
Задача 3. (*МФТИ, 1994*) Небольшой шарик соскальзывает без начальной скорости и без трения с верхней точки сферы, закреплённой на горизонтальной поверхности стола.

а) Под каким углом к поверхности стола шарик ударится о стол?

б) На какую максимальную высоту поднимется шарик после упругого удара о стол, если радиус сферы равен R?

а) $\alpha = \arccos\frac{\sqrt{6}}{9}$; б) $h = \frac{50}{27}R$

Задача 4. (*МФТИ, 2001*) Полушар радиусом R покоится на горизонтальной поверхности стола. В точку A на полушаре помещают небольшую по сравнению с размерами полушара шайбу массой m и отпускают (см. рисунок). Шайба скользит без трения и оказывается в точке B, а полушар при этом остаётся неподвижным. Радиусы OA и OB составляют с вертикалью углы α и β, такие, что $\cos\alpha = 5/6$, $\cos\beta = 2/3$.



1) Найти скорость шайбы в точке B.

2) Найти силу трения между полушаром и столом при прохождении шайбой точки B.

1) $v = \sqrt{\frac{gR}{3}}$; б) $F_{тр} = mg\frac{\sqrt{5}}{9}$

Задача 5. (*«Физтех», 2012*) Небольшая шайба массой m соскальзывает без начальной скорости с вершины гладкого закреплённого полушара. Найдите касательную составляющую ускорения шайбы (в единицах g) в момент, когда шайба действует на полушар с силой $mg/2$.

$\boxed{a_\tau = \frac{\sqrt{11}}{6}g}$

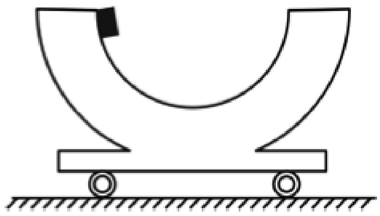
Задача 6. (*МОШ, 2015, 10*) В вертикальной плоскости закреплено круглое кольцо радиусом R, на которое в верхней точке надета бусинка массой m. После небольшого толчка бусинка начинает соскальзывать вниз по кольцу под действием силы тяжести. Всеми силами трения можно пренебречь.

1) С какой силой бусинка давит на кольцо в точке, расположенной на его горизонтальном диаметре?

2) Чему равен модуль импульса бусинки в момент, когда она не давит на кольцо?

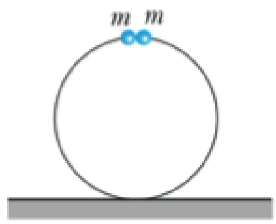
$\boxed{N = 2mg;\ p = m\sqrt{\frac{2}{3}gR}}$

Задача 7. (*МОШ, 2010, 10*) На гладком горизонтальном столе находится чаша массой M с полусферической выемкой радиусом R с гладкими стенками (смотри рисунок). На самый край выемки чаши поместили монету массой m, размеры которой значительно меньше размеров выемки. В начальный момент монета и чаша друг относительно друга не двигались. Монету и чашу одновременно отпустили. С каким ускорением движется монета, проходя самое нижнее положение?



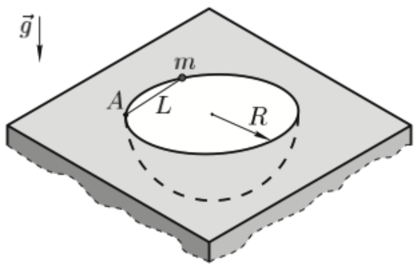
$\boxed{a = \frac{2(M+m)}{M}g}$

Задача 8. (*Всеросс., 2013, финал, 9*) Тонкое проволочное кольцо массы M стоит на горизонтальной плоскости (рис.). По кольцу могут скользить без трения две одинаковые бусинки массой m каждая. В начальный момент времени бусинки находятся вблизи верхней точки кольца. Их одновременно отпускают, и они начинают двигаться симметрично. При каком отношении масс $n = m/M$ кольцо оторвётся от плоскости?



$\boxed{n \geqslant \frac{3}{2}}$

Задача 9. (*Всеросс., 2009, финал, 10*) В горизонтальной плоской плите сделана полусферическая гладкая лунка радиуса R. Маленький шарик массы m прикреплён с помощью лёгкой нерастяжимой нити длиной $L = R$ к краю лунки (в точке A). В начальный момент нить натянута, а шарик касается края лунки (рис.). Шарик отпускают, и он без начальной скорости начинает скользить вниз. Найдите силу натяжения нити в момент прохождения шариком нижнего положения. Ускорение свободного падения g.



$\boxed{T = mg\sqrt{3}}$