

## Сопротивление среды

Данный листок посвящён задачам, в которых на тело действует сила сопротивления среды (или сила тяги двигателя), пропорциональная скорости или квадрату скорости тела.

**ЗАДАЧА 1.** («Росатом», 2011 и 2012, 11) Тело массой  $m$ , брошенное под углом к горизонту, имеет в верхней точке траектории ускорение  $a = 4g/3$  ( $g$  — ускорение свободного падения). Определить силу сопротивления воздуха в этой точке.

$$\frac{F_{\text{сопр}}}{m} = f$$

**ЗАДАЧА 2.** Аэростат массы  $M$  опускается с постоянной скоростью. После выбрасывания груза массы  $m$  аэростат стал подниматься с той же скоростью. Найдите архимедову силу, действующую на аэростат. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

$$F_{\text{арх}} - W = F$$

**ЗАДАЧА 3.** (Всеросс., 2014, I этап, 10) Сферическая капля воды падает в воздухе с установившейся скоростью  $v_0$ . С какой установившейся скоростью  $v$  будет падать капля воды, имеющая в  $n$  раз бóльшую массу? Считайте, что сферическая форма капли не меняется при увеличении её скорости, а сила сопротивления воздуха пропорциональна площади поперечного сечения и квадрату скорости движения капли. Для справки: объём шара радиусом  $R$  равен  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

$$\frac{u}{v} = n^2$$

**ЗАДАЧА 4.** (МФО, 2014, 10–11) Известно, что сила сопротивления, действующая на движущееся в воздухе тело, пропорциональна плотности воздуха, квадрату размера тела и квадрату скорости тела. Пусть металлический шарик падает у поверхности Земли со скоростью 60 м/с. Плотность воздуха у поверхности Земли 1,3 кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения 10 м/с<sup>2</sup>.

А) С какой установившейся скоростью будет падать у поверхности Земли изготовленный из того же материала металлический шарик втрое большего размера? Ответ представьте в м/с и округлите до целых.

В) Какой должна быть плотность воздуха, чтобы установившаяся скорость падения данного шарика составила 4 км/с? Ответ представьте в мг/м<sup>3</sup> и округлите до второй значащей цифры.

С) Какой будет установившаяся скорость падения данного шарика на планете с ускорением свободного падения 3 м/с<sup>2</sup>, температурой  $-20^\circ\text{C}$  и давлением 1 кПа? Состав атмосферы считайте земным (молярная масса 29 г/моль). Абсолютный нуль температуры  $-273^\circ\text{C}$ , универсальная газовая постоянная 8,3 Дж/(моль · К). Ответ представьте в м/с и округлите до десятых.

$$A) 104; B) 290; C) 318,9$$

ЗАДАЧА 5. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Наполненный гелием воздушный шарик имеет форму, близкую к сферической. Если отпустить его в безветренную погоду, скорость его установившегося (то есть равномерного) подъёма будет равна  $v_0$ . Этот шарик привязали к багажнику велосипеда. Когда велосипедист на этом велосипеде ехал навстречу ветру со скоростью  $v$  относительно земли, нить шарика отклонилась от вертикали на постоянный угол. Найдите этот угол, если скорость ветра равна  $u$ . Считать, что при движении шарика в воздухе величина действующей на него силы сопротивления пропорциональна квадрату его скорости относительно воздуха.

$$\frac{v_0}{v} \approx \frac{u}{v_0 + u}$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2015, регион, 9) Однажды у Карлсона заглох моторчик, и он начал падать вертикально вниз с постоянной скоростью  $v_1 = 6$  м/с. После ремонта моторчик стал развивать постоянную силу тяги. Из-за этого при вертикальном подъёме Карлсон выходил на скорость  $v_2 = 3$  м/с. С какой постоянной скоростью он двигался в горизонтальном полёте? Считать силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости. Карлсон, будучи в меру упитанным, одинаково обтекаем во всех направлениях.

$$\frac{v_2}{v_1} \approx \frac{v_1}{v_2} + \frac{v_1^2}{v_2^2} \frac{v_1}{v_2} = a$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1979) Человек массы  $m$  прыгает с берега в лодку, стоящую в неподвижной воде. Его скорость горизонтальна и равна  $v_0$ . На какое расстояние переместится лодка? Сила трения о воду пропорциональна скорости, и коэффициент пропорциональности равен  $k$ .

$$\frac{v_0}{v_0 + kv} = s$$

ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 2006) Лодку оттолкнули от берега озера, сообщив ей скорость  $v_0 = 1$  м/с. Лодка, двигаясь прямолинейно, имела на расстоянии  $s_1 = 14$  м от берега скорость  $v_1 = 0,3$  м/с. На каком расстоянии от берега скорость лодки была  $v = 0,5$  м/с? Считать, что сила сопротивления движению лодки пропорциональна её скорости.

$$\frac{v_0}{v} = \frac{v_0 - kv}{v_0 - kv_1} = s$$

ЗАДАЧА 9. («Ломоносов», 2014, 9) Мальчик выстрелил из пневматического пистолета маленьким шариком, направив ствол пистолета вертикально вверх. Спустя время  $\tau = 8,7$  с шарик вернулся в точку, откуда был произведён выстрел, имея в момент падения скорость  $u_2 = 37$  м/с. Какова скорость  $u_1$ , с которой шарик вылетел из ствола пистолета, если сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости шарика? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

$$\frac{v_0}{v} = \frac{v_0 - kv}{v_0 - kv_1} = \tau n$$

ЗАДАЧА 10. (МФТИ, 1989) Мяч, брошенный с горизонтальной поверхности земли под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту со скоростью  $v = 10$  м/с, упал на землю, имея вертикальную составляющую скорости по абсолютной величине на 30% меньшую, чем при бросании. Найти время полёта мяча. Считать, что сила сопротивления движению мяча пропорциональна его скорости.

$$\frac{v_0}{v} \approx \frac{v_0 \cos \alpha}{v} = t$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2015, 10–11) Деревянный диск в форме круга толкнули от одного берега реки к другому, сообщив ему скорость  $0,4$  м/с против течения под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = 0,8$ ) к линии берега. Через  $60$  секунд диск достиг другого берега, сместившись вдоль берега вниз по течению на расстояние  $2$  м (считая от точки на другом берегу, расположенной напротив точки старта). Ширина реки  $7$  м. Найдите скорость течения реки, считая её одинаковой по всей ширине реки. (Ответ дать в см/с, округлив до целых.)

61

ЗАДАЧА 12. (МФО, 2014, 11) Лодку массой  $m$  отправили на другой берег речки, сообщив ей начальную скорость  $v_0$  в направлении, перпендикулярном течению. Ширина речки  $H$ , скорость её течения  $u$ , а время движения лодки от берега до берега  $t$ .

- 1) На какое расстояние  $l$  (вдоль берега) снесло лодку течением при переправе?
- 2) Чему был равен модуль скорости лодки относительно воды в конце переправы, если сила  $f$  сопротивления движению, действующая на лодку со стороны воды, пропорциональна скорости лодки  $v_{\text{отн}}$  относительно воды ( $\vec{f} = -k\vec{v}_{\text{отн}}$ , где  $k$  — известный постоянный коэффициент)?

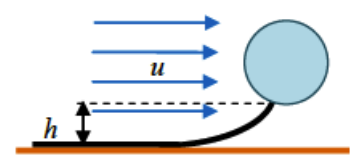
Считайте, что скорость течения одинакова во всех точках речки.

$$\frac{u}{H^2} \leq 0,1 \text{ м}^2/\text{с}^2 \text{ и } \left( \frac{0,01u}{H^2} - 1 \right) \frac{v_0}{2} + \frac{0}{2} \sqrt{\Lambda} = 0 \text{ ; } \left( \frac{0,01}{H} - 1 \right) n = l$$

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2014, финал, 9) Экспериментатор Глюк бросает шарик от пинг-понга массой  $m$  с балкона 17 этажа вертикально вверх со скоростью  $v_0$ . При полёте на шарик действует сила сопротивления, прямо пропорциональная скорости. Перед падением на землю шарик двигался с постоянной скоростью  $u$ . Найдите скорость шарика  $v_{\text{max}}$ , при которой его кинетическая энергия меняется быстрее всего в процессе движения.

$$0,1 = \text{max} \frac{dE}{dt} \text{ ; } \frac{v}{n} = \text{max} \text{ от } \left( n \frac{v}{\sqrt{2-1}} \right) > 0,1 \text{ и } n = l$$

ЗАДАЧА 14. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) Наполненный гелием воздушный шарик почти идеальной сферической формы, если его отпустить в безветренную погоду, будет подниматься вверх со скоростью, постепенно достигающей величины  $v = 3$  м/с. Если привязать к нему кусок тонкой гибкой нерастяжимой однородной верёвки, то шарик сможет подниматься вверх, если длина куска не превышает  $l = 50$  см. К шарiku привязали кусок такой же верёвки длиной  $L = 1,5$  м и расстелили нижний конец верёвки на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между верёвкой и поверхностью  $\mu = 0,5$ . С какой скоростью будет в установившемся режиме двигаться шарик с прикрепленной верёвкой при ветре, дующем вдоль поверхности со скоростью  $u = 2,5$  м/с? На какой высоте  $h$  над поверхностью будет двигаться верхний конец верёвки? Воздействием ветра на верёвку пренебречь. Сила сопротивления воздуха, действующая на шар, пропорциональна квадрату его скорости относительно воздуха.



$$n \text{ и } v \approx \left( \frac{v}{n} - \frac{v}{n} + 1 \right) \sqrt{\Lambda} \text{ ; } l = v \text{ ; } n = 26 \text{ см}$$