

Малые шевеления

ЗАДАЧА 1. (*Всеросс. по математике, 1999, ОЭ, 8.1*) Отец с двумя сыновьями отправились навестить бабушку, которая живёт в 33 км от города. У отца есть мотороллер, скорость которого 25 км/ч, а с пассажиром — 20 км/ч (двух пассажиров на мотороллере перевозить нельзя). Каждый из братьев идёт по дороге со скоростью 5 км/ч. Докажите, что все трое могут добраться до бабушки за 3 часа.

ЗАДАЧА 2. (*ММО, 1952, 8.4*) Два человека A и B должны попасть как можно скорее из пункта M в пункт N , расположенный в 15 км от M . Пешком они могут передвигаться со скоростью 6 км/ч. Кроме того, в их распоряжении есть велосипед, на котором можно ехать со скоростью 15 км/ч. A отправляется в путь пешком, а B едет на велосипеде до встречи с пешеходом C , идущим из N в M . Дальше B идёт пешком, а C едет на велосипеде до встречи с A и передаёт ему велосипед, на котором тот и приезжает в N . Когда должен выйти из N пешеход C , чтобы время, затраченное A и B на дорогу в N , было наименьшим? (C идёт пешком с той же скоростью, что A и B ; время, затраченное на дорогу, считается от момента выхода A и B из M до момента прибытия последнего из них в N .)

$$t_{\text{мин}} = \frac{15}{11} \text{ часа до выхода } A \text{ и } B$$

ЗАДАЧА 3. (*МОШ, 2017, 7*) Выйдя из дома, папа с дочкой Машей и сыном Ваней бегут к автобусной остановке, расстояние до которой $S = 430$ м. Скорость Вани равна $V = 2$ м/с, скорость Маши — $2V$, а скорость папы — $4V$. Если папа сажает любого из детей на шею, то его скорость уменьшается до $3V$. Двоих детей одновременно папа нести не может. Через какое минимальное время вся семья сможет оказаться на остановке? Можно считать, что посадка детей на папину шею, а также разгон и торможение происходят быстро.

$$t_{\text{мин}} = \frac{430}{96} \text{ с}$$

ЗАДАЧА 4. («Росатом», 2015, 7–8) Команда из трёх спортсменов должна пройти по определённому маршруту за минимальное время. Длина маршрута $l = 18$ км. Спортсмены могут бежать со скоростью $v = 14$ км/ч или ехать на велосипеде со скоростью $3v$. При этом на команду полагается только один одноместный велосипед. Предложите стратегию движения на маршруте, обеспечивающую минимальное время его прохождения, и найдите это минимальное время. Время прохождения маршрута определяется по последнему пришедшему к финишу спортсмену. Велосипед можно оставлять на дороге.

$$t_{\text{мин}} = \frac{6}{7} \text{ ч}$$

ЗАДАЧА 5. (*МОШ, 2016, 9*) Группа из трёх туристов должна перебраться из пункта A в пункт B по дороге длиной $S = 45$ км. Стартуют все туристы одновременно. На всю группу туристов есть только два велосипеда, причем если на велосипеде едут двое, то их скорость равна $3V$, а если на велосипеде едет один человек, то его скорость равна $4V$. Если же турист идёт пешком, то его скорость движения равна $V = 5$ км/ч. За какое минимальное время все туристы могут оказаться в пункте назначения? Временем посадки туристов на велосипед, а также временами разгона и торможения можно пренебречь.

$$t = \frac{40}{13} = 2,923 \text{ ч}$$

ЗАДАЧА 6. («Максвелл», 2015, 7) Группа туристов из трёх человек направилась из пункта A в пункт B , расстояние между которыми $L = 22$ км. Попутных машин нет. В распоряжении группы есть один велосипед, на котором одновременно могут ехать не больше двух человек. Скорость движения пешим ходом составляет $v_0 = 5$ км/час, при езде на велосипеде одного человека его скорость $v_1 = 20$ км/час, а при езде вдвоём — $v_2 = 15$ км/час. Как должны действовать туристы, чтобы за минимальное время добраться до пункта B ? Найдите это время.

Минимальное время равно 2,4 часа

ЗАДАЧА 7. (Всеросс. по математике, 2007, финал, 8.5) От Майкопа до Белореченска 24 км. Три друга должны добраться: двое из Майкопа в Белореченск, а третий — из Белореченска в Майкоп. У них есть один велосипед, первоначально находящийся в Майкопе. Каждый из друзей может идти (со скоростью не более 6 км/ч) и ехать на велосипеде (со скоростью не более 18 км/ч). Оставлять велосипед без присмотра нельзя. Докажите, что через 2 часа 40 минут все трое друзей могут оказаться в пунктах назначения. Ехать на велосипеде вдвоём нельзя.

ЗАДАЧА 8. (МОШ, 2016, 8) На кухне стоят две включённые (прогретые) электроплитки мощностями 1 кВт и 2 кВт, а также есть один кипятильник мощностью 0,5 кВт (время его прогрева мало). Хозяйка заполняет водой три кастрюли, налив в них 1, 2 и 3 литра воды соответственно, и планирует как можно быстрее получить 6 литров кипятка. Начальная температура воды во всех кастрюлях одинакова и равна $+20^\circ\text{C}$. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · °C). Чему равно минимальное время, необходимое для получения кипятка? Опишите одну из возможных процедур манипуляций с кастрюлями, плитками и кипятильником, при которой это рекордное время достигается. Считайте, что вся теплота передается только воде. Временами, которые хозяйка тратит на перестановку кастрюль и перемещение кипятильника, можно пренебречь.

575 с