

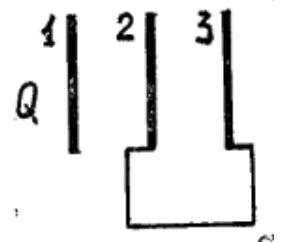
Сложный конденсатор

Сложным конденсатором мы называем систему трёх или более параллельных пластин (сюда же заодно относим цилиндрический и сферический конденсатор). В процессе решения задач с участием сложного конденсатора требуется находить разности потенциалов между некоторыми парами пластин. Для этого нужно вычислить напряжённость электрического поля во всех областях конденсатора (между каждой соседней парой обкладок) с помощью принципа суперпозиции.

Другой возможный (и зачастую предпочтительный) подход в случае сложного плоскопараллельного конденсатора — переход к эквивалентной схеме из простых конденсаторов. Это достигается «раздвоением» внутренних пластин и превращением полученных «двойняшек» в пластины различных конденсаторов, соединённых последовательно или параллельно.

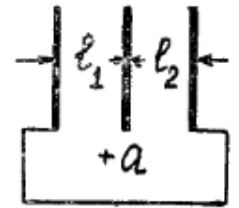
Задача 1. (МФТИ, 1982) Три плоские металлические пластины образуют сложный конденсатор (см. рисунок). На пластине 1 находится заряд Q , а незаряженные пластины 2 и 3 закорочены проводником. Определить величину силы, действующей на пластину 2. Площадь каждой пластины равна S .

$$\frac{S^0 \varepsilon_0}{2} = F$$



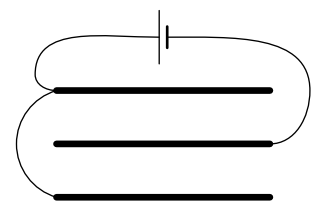
Задача 2. (МФТИ, 1982) Три плоские металлические пластины образуют сложный конденсатор (см. рисунок). На средней пластине заряд $+Q$. Крайние незаряженные пластины закорочены проводником. Определить величину и направление векторов электрического поля между пластинами, если расстояния между пластинами равны l_1 и l_2 ($l_1 < l_2$), а площадь каждой пластины равна S .

$$E_1 = \frac{Q}{S} \frac{\varepsilon_0}{l_1 + l_2}, E_2 = -\frac{Q}{S} \frac{\varepsilon_0}{l_1}, E_3 = -\frac{Q}{S} \frac{\varepsilon_0}{l_2}$$



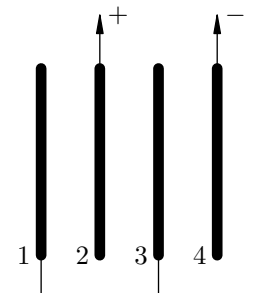
Задача 3. Плоский конденсатор состоит из трёх параллельных пластин, соединённых так, как показано на рисунке (крайние пластины расположены симметрично относительно средней). Площадь каждой пластины S . Расстояние d между соседними пластинами много меньше размеров пластин. Найдите ёмкость данного конденсатора.

$$\frac{P}{S^0 \varepsilon_0} = C$$



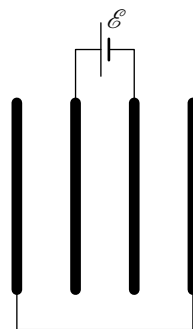
Задача 4. (МФТИ) Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на равных расстояниях d друг от друга (см. рисунок). Площадь каждой из пластин равна S . Пластина 1 соединена проводником с пластиной 3, от пластин 2 и 4 сделаны выводы. Определите ёмкость такого сложного конденсатора. Расстояние d между пластинами мало по сравнению с их размерами.

$$\frac{P \varepsilon_0}{S^0 \varepsilon_0} = C$$



ЗАДАЧА 5. (МФТИ) Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на равных расстояниях d друг от друга (см. рисунок). Площадь каждой из пластин равна S . Крайние пластины соединены между собой, средние пластины подсоединены к батарее с ЭДС \mathcal{E} . Найдите заряды средних пластин. Расстояние d между пластинами мало по сравнению с их размерами.

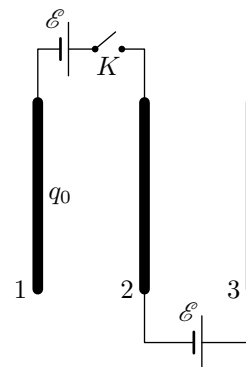
$$\frac{p\tau}{\varphi S^0 \varepsilon} \mp$$



ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1998) Три тонкие незаряженные металлические пластины, площадью S каждая, расположены на расстояниях d друг от друга, причём d много меньше размеров пластин. К пластинам 2 и 3 подсоединили батарею с ЭДС \mathcal{E} (см. рисунок). Пластины 1 и 2 через ключ K можно подсоединить к батарее с ЭДС \mathcal{E} . Пластине 1 сообщили заряд q_0 и замкнули ключ K .

- 1) Определить заряд пластины 3 до сообщения пластине 1 заряда q_0 .
- 2) Определить заряд пластины 3 после замыкания ключа K .

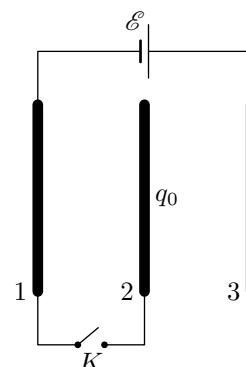
$$\frac{p}{\varphi S^0 \varepsilon} + \frac{\tau}{0b} (\tau : \frac{p\tau}{\varphi S^0 \varepsilon} (1$$



ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1998) Три тонкие незаряженные металлические пластины, площадью S каждая, расположены на расстояниях d друг от друга, причём d много меньше размеров пластин. К пластинам 1 и 3 подсоединили батарею с ЭДС \mathcal{E} (см. рисунок). Пластине 2 сообщили заряд q_0 и замкнули ключ K .

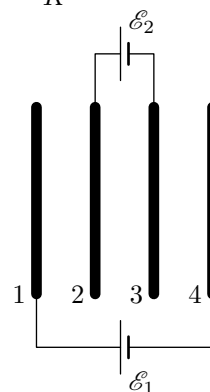
- 1) Определить заряд пластины 3 до сообщения пластине 2 заряда q_0 .
- 2) Определить заряд пластины 3 после замыкания ключа K .

$$\frac{p}{\varphi S^0 \varepsilon} + \frac{\tau}{0b} (\tau : \frac{p\tau}{\varphi S^0 \varepsilon} (1$$



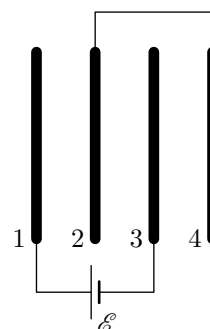
ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 2000) Четыре проводящие пластины удерживают напротив друг друга. Расстояние между соседними пластинами равно d . Пластины 1 и 4 подсоединены к источнику с ЭДС \mathcal{E}_1 , пластины 2 и 3 подсоединены к источнику с ЭДС \mathcal{E}_2 (см. рисунок). Определить силу, действующую на пластину 2 со стороны электрического поля. Площадь каждой пластины S , а расстояние между ними много меньше размеров пластин.

$$\frac{\tau p 8}{S^0 \varepsilon (\varepsilon \varphi + 1 \varphi) (\tau \varphi - \varepsilon \varphi \varepsilon)} = \mathcal{J}$$

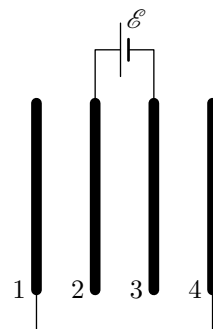


ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 2000) Сложный воздушный конденсатор состоит из четырёх пластин, удерживаемых неподвижно. Расстояние между соседними пластинами равно d . Пластины 2 и 4 закорочены. Пластины 1 и 3 подсоединены к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рисунок). Определить силу, действующую на пластину 3 со стороны электрического поля. Площадь каждой пластины S , а расстояние между ними много меньше размеров пластин.

$$0 = \mathcal{J}$$

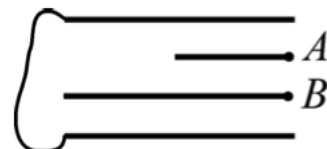


ЗАДАЧА 10. (МФТИ, 2000) Сложный воздушный конденсатор состоит из четырёх пластин, удерживаемых неподвижно. Расстояние между соседними пластинами равно d . Пластины 1 и 4 закорочены. Пластины 2 и 3 подсоединены к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рисунок). Определить силу, действующую на пластину 4 со стороны электрического поля. Площадь каждой пластины S , а расстояние между ними много меньше размеров пластин.



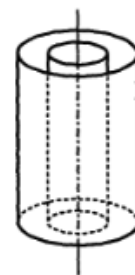
$$\frac{\epsilon P S}{S^0 \epsilon_0 \epsilon \mathcal{E}} = \mathcal{I}$$

ЗАДАЧА 11. (МОШ, 2012, 11) Электрическая ёмкость плоского конденсатора, состоящего из двух одинаковых параллельных друг другу пластин, находящихся на расстоянии d , равна C . Четыре такие пластины расположили параллельно друг другу на расстоянии d , соединив две внешние пластины тонким проводом. От одной из внутренних пластин отрезали и удалили половину. Какова ёмкость такой системы проводников, если её измеряют между указанными на рисунке точками A и B ?



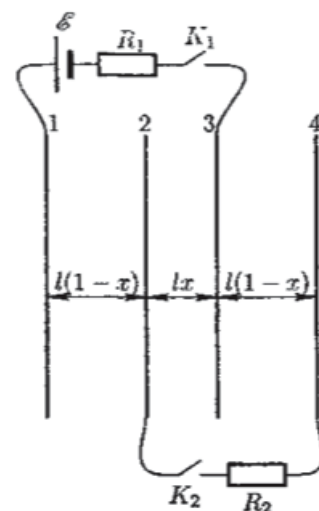
$$C \frac{l}{S} = \epsilon V C$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 1993, ОЭ, 10) Воздушный цилиндрический конденсатор представляет собой два тонкостенных металлических цилиндра, вставленных соосно один в другой (рис.). Длина каждого цилиндра равна l , радиус одного цилиндра R , другого r , причём $l \gg R > r$. Ёмкость конденсатора равна C_0 . Найдите ёмкость конденсатора, если радиус цилиндров увеличить в два раза, а их длину уменьшить в три раза. Считать, что напряженность поля E между обкладками заряженного цилиндрического конденсатора убывает обратно пропорционально расстоянию от оси x , т. е. $E = k/x$.



$${}^0 C \frac{\epsilon}{l} = C$$

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2006, ОЭ, 10) Четыре пластины 1, 2, 3 и 4 площадью S расположены параллельно друг другу на расстояниях $(1-x)l$, xl и $(1-x)l$, малых по сравнению с размерами пластин (рис.). К пластинам 1 и 3 подключена батарейка с ЭДС \mathcal{E} , резистор R_1 и ключ K_1 , к пластинам 2 и 4 — ключ K_2 и резистор R_2 . В начальный момент времени ключи разомкнуты, пластины не заряжены.

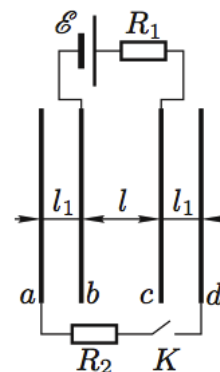


1) Ключ K_1 замыкают. Какими будут заряды на пластинах после установления равновесия? Какое количество теплоты Q_0 выделится на резисторе R_1 ?

2) После установления равновесия замыкают ключ K_2 . Найдите установившиеся заряды на пластинах и суммарное количество теплоты Q , которое выделится на резисторах R_1 и R_2 после замыкания ключа K_2 .

$$\frac{l \mathcal{E}}{\epsilon_0 S^0 \epsilon} \frac{\epsilon x - 1}{\epsilon x} = \mathcal{Q} \cdot \frac{l(\epsilon x - 1)}{\epsilon S^0 \epsilon x} = \epsilon b \cdot \frac{l(\epsilon x - 1)}{\epsilon S^0 \epsilon} = \epsilon b \left(\mathcal{E} \cdot \frac{l \mathcal{E}}{\epsilon S^0 \epsilon} = 0 \mathcal{Q} \cdot \frac{l}{\epsilon S^0 \epsilon} = 0 b \right) \text{ (I)}$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2008, финал, 10) Сложный конденсатор состоит из четырёх одинаковых пластин площадью $S = 1 \text{ м}^2$ каждая, расположенных параллельно друг другу (рис.). Расстояние между средними пластинами b и c равно $l = 2 \text{ см}$. Расстояние между пластинами a и b , c и d равно $l_1 = l/2$. Пластины b и c подключены к идеальному источнику напряжения с $\mathcal{E} = 120 \text{ В}$ через резистор R_1 . В начальном состоянии ключ K разомкнут.



1) Нарисуйте эквивалентную схему сложного конденсатора после замыкания ключа K и найдите его ёмкость C .

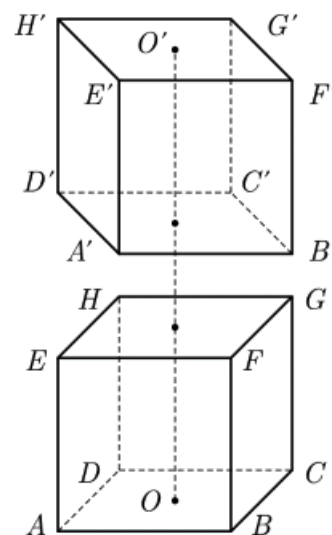
2) Какое количество теплоты Q выделится на резисторах R_1 и R_2 (в сумме) при замыкании ключа K ?

Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

Указание. Воспользуйтесь законом сохранения энергии.

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 S \mathcal{E}^2}{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-12} \cdot 120^2} = 0,885 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{2\pi \cdot 1 \cdot 120^2}{3,2} = 0,885 \cdot 10^{-12} \cdot 28260 = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2018, 10) Два одинаковых проводящих кубика с общей осью OO' расположены таким образом, что ребра AD и $A'D'$ составляют угол $\pi/4$ друг с другом (см. рисунок). Нижнему и верхнему кубикам сообщены заряды $+3q$ и $-q$ соответственно, при этом разность потенциалов кубиков равна $\Delta\varphi$. Кубики соединяют тонким проводником.



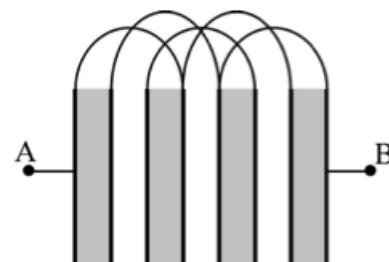
1) Какой заряд и в каком направлении протечёт по этому проводнику?

2) Какое количество теплоты при этом выделится?

3) Чему будет равна разность потенциалов кубиков, если их зарядить, сообщив им заряды $+q$ и $-q$?

$$1) \Delta\varphi = \frac{3q}{4\pi\epsilon_0 a^3} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^3} = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a^3} \Rightarrow q = \frac{2\pi\epsilon_0 a^3 \Delta\varphi}{2} = \pi\epsilon_0 a^3 \Delta\varphi$$

ЗАДАЧА 16. (МОШ, 2013, 10) Система, изображённая на рисунке, состоит из восьми одинаковых параллельных металлических пластин площадью S . Расстояние между соседними пластинами равно d . Промежутки между некоторыми пластинами заполнены диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ , и ряд пластин соединён друг с другом проволочными перемычками (см. рисунок). Найдите ёмкость C_{AB} получившейся системы конденсаторов.



$$C_{AB} = \frac{2\pi\epsilon_0 S \epsilon_0 (\epsilon + 3)}{8d}$$