

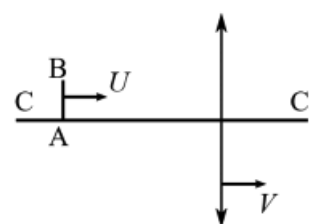
Скорость изображения

ЗАДАЧА 1. Направим ось x вдоль главной оси линзы, ось y — перпендикулярно ей (начало координат можно выбрать произвольно). Пусть предмет находится в точке (x, y) вблизи главной оптической оси линзы и движется со скоростью \vec{v} . Обозначим v_x и v_y скорости предмета вдоль координатных осей, u_x и u_y — скорости изображения. Покажите, что

$$u_x = \gamma v_x, \quad u_y = \Gamma v_y,$$

где γ и Γ — соответственно продольное и поперечное увеличение в точке $(x, 0)$.

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2018, 11) Линза с фокусным расстоянием $F = 20$ см движется со скоростью $V = 1$ мм/с (см. рис.). Стержень АВ длиной $h = 1$ см, расположенный перпендикулярно главной оптической оси линзы CC_1 , движется со скоростью $U = 3V/2$. Все движения — поступательные вдоль главной оптической оси линзы. В некоторый момент стержень находится на расстоянии $d = 3F/2$ от линзы.



1) На каком расстоянии от линзы будет изображение стержня в этот момент?

2) Какой длины будет изображение стержня в этот момент?

3) С какой скоростью будет двигаться изображение точки А стержня в этот момент?

$$\frac{v}{u} = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\Gamma} = \frac{f}{z} = \frac{f}{d} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2016, 11) Маленькая лампочка находится вблизи главной оптической оси тонкой линзы с фокусным расстоянием $F = 15$ см. На экране, расположенном на расстоянии $L = 80$ см от лампочки, получено увеличенное изображение нити накала. Линзу перемещают поступательно и перпендикулярно её главной оптической оси со скоростью $v = 2$ мм/с.

1) Найти расстояние между линзой и лампочкой.

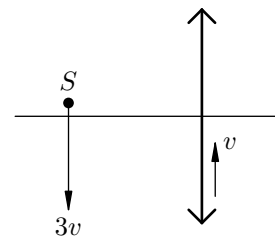
2) Найти скорость изображения на экране.

$$\frac{v}{u} = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\Gamma} = \frac{f}{z} = \frac{15}{80} = \frac{3}{16} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 4. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) На экране, расположенном на расстоянии $b = 75$ см от тонкой линзы с оптической силой $D = 4$ дптр, получено чёткое изображение источника. Плоскость экрана параллельна плоскости линзы. Линзу перемещают поступательно со скоростью $v = 0,2$ м/с, причём вектор скорости перпендикулярен её главной оптической оси и лежит в плоскости, проходящей через эту ось и точку расположения источника. С какой скоростью движется по экрану изображение источника?

$$\frac{v}{u} = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\Gamma} = \frac{f}{z} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

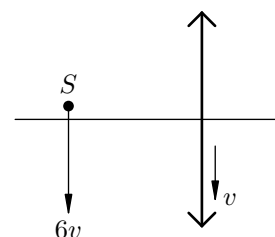
Задача 5. (МФТИ, 2008) Муха S ползёт перпендикулярно главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F , находясь вблизи главной оптической оси на расстоянии $5F/3$ от линзы (см. рисунок). Линза перемещается поступательно в противоположном направлении перпендикулярно главной оптической оси. Скорость линзы $v = 1,5$ мм/с, скорость мухи $3v$. Муха и главная оптическая ось линзы всегда находятся в плоскости рисунка.



- 1) Найдите скорость мухи относительно линзы.
- 2) С какой скоростью движется изображение мухи относительно неподвижного экрана?

1) 6 мм/с; 2) 10,5 мм/с

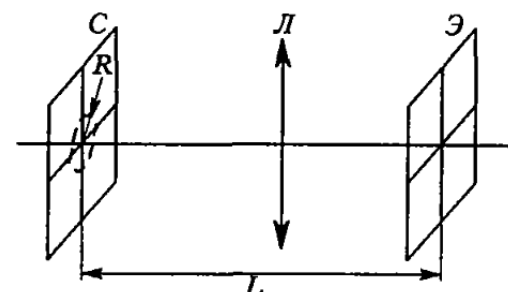
Задача 6. (МФТИ, 2008) Собирающую линзу с фокусным расстоянием F перемещают поступательно со скоростью $v = 3$ мм/с перпендикулярно её главной оптической оси. Муравей S ползёт в том же направлении перпендикулярно главной оптической оси со скоростью $6v$, находясь вблизи главной оптической оси на расстоянии $8F/3$ от линзы (см. рисунок). Муравей и главная оптическая ось линзы всегда находятся в плоскости рисунка.



- 1) Найдите скорость муравья относительно линзы.
- 2) С какой скоростью движется изображение муравья относительно неподвижного экрана?

1) 15 мм/с; 2) 6 мм/с

Задача 7. (МФТИ, 1997) С помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием F на экране \mathcal{E} , расположенном на расстоянии $L = 4,9F$ от стены \mathcal{C} , получено увеличенное изображение мухи, которая равномерно ползёт по стене по окружности радиуса $R = 5$ см, совершая один полный оборот за время $T = 1$ мин. Главная оптическая ось линзы перпендикулярна стене и экрану и проходит через центр окружности, по которой ползёт муха (см. рисунок). Чему равна линейная скорость движущегося изображения мухи на экране?



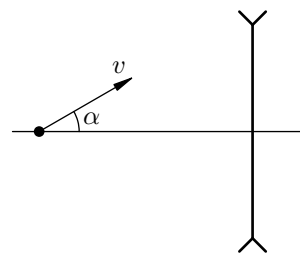
$$v_{\text{изб}} = \left(\frac{T}{4F} - 1 \sqrt{1 + 1} \right) \frac{2\pi}{T} = v_{\text{мух}}, \quad v_{\text{изб}} = \left(\frac{T}{4F} - 1 \sqrt{1 - 1} \right) \frac{2\pi}{T} = v_{\text{линз}}, \quad \text{где } a = \frac{v}{b} \frac{L}{2F} = a$$

ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 2002) Жук пересекает главную оптическую ось рассеивающей линзы под малым углом α со скоростью v (см. рисунок). Поперечное увеличение линзы для данного момента $\Gamma = 1/6$.

1) Под каким углом изображение жука пересекает главную оптическую ось линзы?

2) Чему равна в этот момент скорость изображения жука?

Указание. Для малых углов $\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha \approx \alpha$.



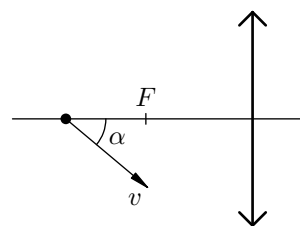
$$a \frac{96}{1} \approx n (z : \alpha 9 \approx g (1$$

ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2014) Фокусное расстояние собирающей линзы равно F . Муха в некоторый момент пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии от линзы $7F/5$, двигаясь со скоростью v под углом α ($\text{tg } \alpha = 4/3$) к оси линзы (см. рисунок).

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение мухи в этот момент?

2) Под каким углом изображение мухи пересекает главную оптическую ось?

3) Найдите скорость изображения мухи в этот момент.



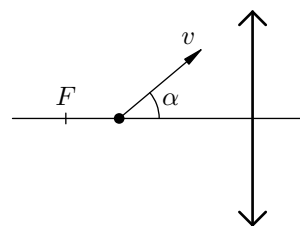
$$a \frac{1}{21} (g : \frac{61}{8} \text{ arcs} (z : F \frac{2}{1} (1$$

ЗАДАЧА 14. («Физтех», 2014) Фокусное расстояние собирающей линзы равно F . Комар в некоторый момент пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии от линзы $3F/5$, двигаясь со скоростью v под углом α ($\text{tg } \alpha = 4/3$) к оси линзы (см. рисунок).

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение комара в этот момент?

2) Под каким углом изображение комара пересекает главную оптическую ось?

3) Найдите скорость изображения комара в этот момент.



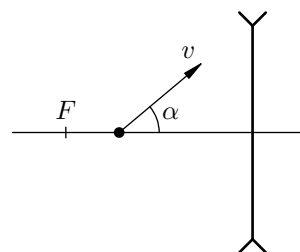
$$a \frac{1}{21} (g : \frac{61}{8} \text{ arcs} (z : F \frac{2}{3} (1$$

ЗАДАЧА 15. («Физтех», 2014) Фокусное расстояние (по модулю) рассеивающей линзы равно F . Пчела в некоторый момент пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии от линзы $7F/9$, двигаясь со скоростью v под углом α ($\text{tg } \alpha = 3/4$) к оси линзы (см. рисунок).

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение пчелы в этот момент?

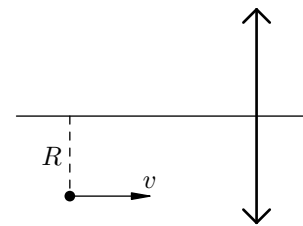
2) Под каким углом изображение пчелы пересекает главную оптическую ось?

3) Найдите скорость изображения пчелы в этот момент.



$$a \frac{19}{22} (g : \frac{3}{4} \text{ arcs} (z : F \frac{91}{2} (1$$

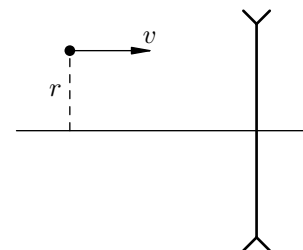
ЗАДАЧА 16. («Физтех», 2014) Муравей ползёт со скоростью $v = 3$ см/с к собирающей линзе с фокусным расстоянием $F = 20$ см вдоль прямой, параллельной её главной оптической оси и расположенной на расстоянии $R = 8F/15$ от оси (см. рисунок). В некоторый момент муравей находится на расстоянии $3F$ от линзы.



- 1) На каком расстоянии от линзы находится изображение муравья в этот момент?
- 2) Под каким углом к главной оптической оси движется изображение муравья? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- 3) Найдите скорость изображения муравья в этот момент.

$$v_{\text{изб}}/v = 1,8 = \frac{0,9}{0,5} \quad (\text{г} : \frac{0,1}{8} \text{ арктг} (2) : \text{см} : 0,5 = \frac{2}{8} \text{ (1)})$$

ЗАДАЧА 17. («Физтех», 2014) Таракан ползёт со скоростью $v = 2$ см/с к рассеивающей линзе с фокусным расстоянием (по модулю) $F = 30$ см вдоль прямой, параллельной её главной оптической оси и расположенной на расстоянии $r = 3F/4$ от оси (см. рисунок). В некоторый момент таракан находится на расстоянии $4F$ от линзы.



- 1) На каком расстоянии от линзы находится изображение таракана в этот момент?
- 2) Под каким углом к главной оптической оси движется изображение таракана? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- 3) Найдите скорость изображения таракана в этот момент.

$$v_{\text{изб}}/v = 1,1 = \frac{0,9}{0,8} \quad (\text{г} : \frac{0,1}{3} \text{ арктг} (2) : \text{см} : 1 = \frac{0,9}{1} \text{ (1)})$$

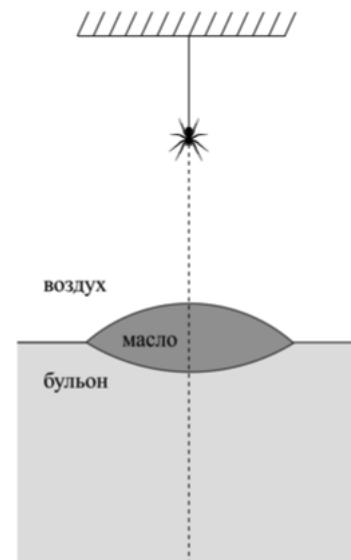
ЗАДАЧА 18. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 10–11) Небольшой светящийся объект равномерно движется вдоль оси тонкой линзы с фокусным расстоянием $|F| = 30$ см. В некоторый момент времени величина скорости движения объекта относительно его мнимого уменьшенного изображения оказывается на $n = 12,5\%$ больше, чем величина его скорости относительно линзы. Найдите расстояние между объектом и линзой в этот момент времени.

$$\text{см} : 1,13,7 \text{ см} \approx (1 - \frac{2}{3} + \frac{u}{F}) |F| = v$$

ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2008, 11) Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 30$ см создаёт изображение движущегося точечного источника света. Когда источник света пересекал главную оптическую ось линзы, двигаясь под углом $\alpha = 60^\circ$ к ней, угол между скоростью его изображения и этой осью составлял $\beta = 30^\circ$. На каком расстоянии от линзы в этот момент находился источник света?

$$\text{см} : 20 = \left(\frac{v \sin \alpha}{\beta} - 1 \right) F = v \quad \text{или} \quad \text{см} : 40 = \left(\frac{v \sin \alpha}{\beta} + 1 \right) F = v$$

ЗАДАЧА 20. («Курчатов», 2018, 11) На ровном горизонтальном столе находится тарелка с бульоном, на поверхности которого плавают масляные капли. Над тарелкой находится паучок Аркаша, который спускается по паутине с постоянной скоростью v . В некоторый момент времени, оказавшись на высоте h над одной из капель, с радиусами кривизны R_1 (поверхность воздух–масло) и R_2 (поверхность бульон–масло), Аркаша увидел свое изображение на дне тарелки. Определите фокусные расстояния линзы, образуемой масляной каплей на поверхности бульона (см. рисунок) и скорость изображения Аркаши в системе отсчёта паучка в этот момент. Показатели преломления масла, бульона и воздуха известны и находятся в соотношении $n_m > n_b > n_v \approx 1$.



$$\frac{1}{f} - \frac{1}{l} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \left(\frac{n_m}{n_b} - 1 \right) \quad \text{или} \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{l} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \left(\frac{n_m}{n_b} - 1 \right) = \frac{1}{f}$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2015, финал, 11) Очень маленький, размером с муравья, автомобиль, едет по ровной горизонтальной поверхности вдоль главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием f . На его крыше закреплён точечный источник света S , находящийся на главной оптической оси линзы. Скорость автомобиля изменяется так, что скорость изображения S_1 точечного источника S остаётся постоянной и равной v_0 . Определите, на каких расстояниях от линзы возможно такое движение «автомобиля». Коэффициент трения между колёсами автомобиля и дорогой равен μ .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{v_0}{f} \geq 0 \text{ и } \mu < 1 \\ \frac{v_0}{f} < 0 \text{ и } \mu < 1 \end{array} \right\} \text{ или } \left(\frac{v_0}{f} \sqrt{\frac{1}{\mu}} + 1 \right) f \geq l > f$$