

Скорость изображения

ЗАДАЧА 1. Направим ось x вдоль главной оси линзы, ось y — перпендикулярно ей (начало координат можно выбрать произвольно). Пусть предмет находится в точке (x, y) вблизи главной оптической оси линзы и движется со скоростью \vec{v} . Обозначим v_x и v_y скорости предмета вдоль координатных осей, u_x и u_y — скорости изображения. Покажите, что

$$u_x = \gamma v_x, \quad u_y = \Gamma v_y,$$

где γ и Γ — соответственно продольное и поперечное увеличение в точке $(x, 0)$.

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2016, 11) Маленькая лампочка находится вблизи главной оптической оси тонкой линзы с фокусным расстоянием $F = 15$ см. На экране, расположенном на расстоянии $L = 80$ см от лампочки, получено увеличенное изображение нити накала. Линзу перемещают поступательно и перпендикулярно её главной оптической оси со скоростью $v = 2$ мм/с.

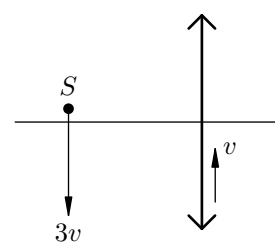
- 1) Найти расстояние между линзой и лампочкой.
- 2) Найти скорость изображения на экране.

$$c/m \ 8 = n \ (2) \ 20 \text{ см} = \frac{z}{(zF - 1) \wedge - 1} = v \ (1)$$

ЗАДАЧА 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) На экране, расположенном на расстоянии $b = 75$ см от тонкой линзы с оптической силой $D = 4$ дптр, получено чёткое изображение источника. Плоскость экрана параллельна плоскости линзы. Линзу перемещают поступательно со скоростью $v = 0,2$ м/с, причём вектор скорости перпендикулярен её главной оптической оси и лежит в плоскости, проходящей через эту ось и точку расположения источника. С какой скоростью движется по экрану изображение источника?

$$c/m \ 9 = aDq = n$$

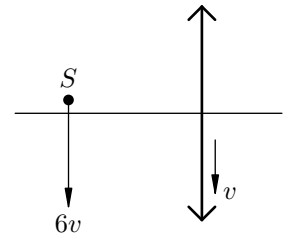
ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 2008) Муха S ползёт перпендикулярно главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F , находясь вблизи главной оптической оси на расстоянии $5F/3$ от линзы (см. рисунок). Линза перемещается поступательно в противоположном направлении перпендикулярно главной оптической оси. Скорость линзы $v = 1,5$ мм/с, скорость мухи $3v$. Муха и главная оптическая ось линзы всегда находятся в плоскости рисунка.



- 1) Найдите скорость мухи относительно линзы.
- 2) С какой скоростью движется изображение мухи относительно неподвижного экрана?

$$c/m \ 9 = aDq = n$$

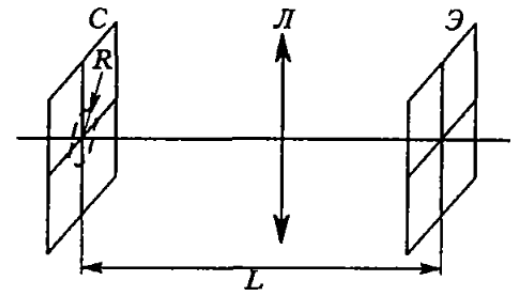
Задача 5. (МФТИ, 2008) Собирающую линзу с фокусным расстоянием F перемещают поступательно со скоростью $v = 3$ мм/с перпендикулярно её главной оптической оси. Муравей S ползёт в том же направлении перпендикулярно главной оптической оси со скоростью $6v$, находясь вблизи главной оптической оси на расстоянии $8F/3$ от линзы (см. рисунок). Муравей и главная оптическая ось линзы всегда находятся в плоскости рисунка.



- 1) Найдите скорость муравья относительно линзы.
- 2) С какой скоростью движется изображение муравья относительно неподвижного экрана?

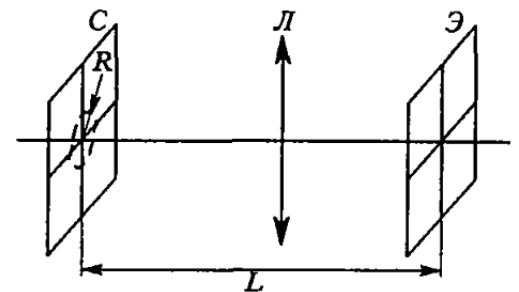
$$\frac{v}{\text{мм/с}} = 3 \quad \frac{6v}{\text{мм/с}} = 18$$

Задача 6. (МФТИ, 1997) С помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием F на экране \mathcal{E} , расположенном на расстоянии $L = 4,9F$ от стены \mathcal{C} , получено увеличенное изображение мухи, которая равномерно ползёт по стене по окружности радиуса $R = 5$ см, совершая один полный оборот за время $T = 1$ мин. Главная оптическая ось линзы перпендикулярна стене и экрану и проходит через центр окружности, по которой ползёт муха (см. рисунок). Чему равна линейная скорость движущегося изображения мухи на экране?



$$\frac{v_{\text{изб}}}{\text{см/с}} = \left(\frac{T}{4F} - 1 \right) \frac{v}{T} = 9, \quad \frac{v}{\text{см/с}} = \frac{v}{T} \frac{L}{4F} = 1,3$$

Задача 7. (МФТИ, 1997) С помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием F на экране \mathcal{E} , расположенном на расстоянии $L = 4,9F$ от циферблата ручных часов \mathcal{C} , получено уменьшенное изображение секундной стрелки часов, длина которой $R = 1,5$ см, (см. рисунок). Главная оптическая ось линзы перпендикулярна экрану и плоскости циферблата часов и проходит через ось вращения секундной стрелки. Чему равна линейная скорость перемещения кончика изображения стрелки на экране?



$$\frac{v_{\text{изб}}}{\text{см/с}} = \left(\frac{T}{4F} - 1 \right) \frac{v}{T} = 0,3, \quad \frac{v}{\text{см/с}} = \frac{v}{T} \frac{L}{4F} = 9$$

Задача 8. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Шарик подвешен на нити длиной l и вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, которая проходит через точку подвеса. На расстоянии d от плоскости вращения под шариком находится собирающая линза с фокусным расстоянием $F < d$. Главная оптическая ось линзы совпадает с осью вращения шарика. Чему равна угловая скорость вращения шарика, если его изображение вращается по окружности радиуса R ?

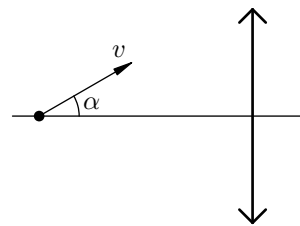
$$\omega = \frac{v_{\text{изб}}}{R} = \frac{v_{\text{шарика}} \cdot \frac{d}{F}}{R} > \omega \quad \text{или} \quad \frac{v_{\text{шарика}}}{\omega} = \frac{R \cdot F}{d}$$

ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 2002) Муха пересекает главную оптическую ось собирающей линзы на расстоянии $a = 3F$, где F — фокусное расстояние линзы, под малым углом α к оси линзы со скоростью v (см. рисунок).

1) Под каким углом изображение мухи пересекает главную оптическую ось?

2) Чему равна в этот момент скорость изображения мухи?

Указание. Для малых углов $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$.



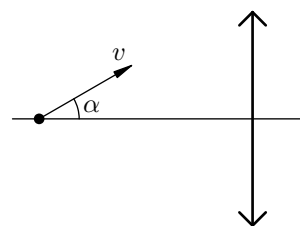
$$a \frac{v}{l} \approx n \quad (z : \alpha z \approx g \quad (1)$$

ЗАДАЧА 10. (МФТИ, 2002) Комар пересекает главную оптическую ось собирающей линзы на расстоянии $a = 3F/4$, где F — фокусное расстояние линзы, под малым углом α к оси линзы со скоростью v (см. рисунок).

1) Под каким углом изображение комара пересекает главную оптическую ось линзы?

2) Чему равна в этот момент скорость изображения комара?

Указание. Для малых углов $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$.



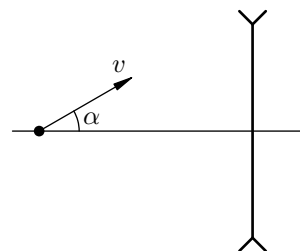
$$a g l \approx n \quad (z : \frac{v}{\alpha} \approx g \quad (1)$$

ЗАДАЧА 11. (МФТИ, 2002) Жук пересекает главную оптическую ось рассеивающей линзы под малым углом α со скоростью v (см. рисунок). Поперечное увеличение линзы для данного момента $\Gamma = 1/6$.

1) Под каким углом изображение жука пересекает главную оптическую ось линзы?

2) Чему равна в этот момент скорость изображения жука?

Указание. Для малых углов $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$.



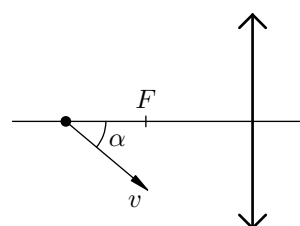
$$a \frac{9g}{l} \approx n \quad (z : \alpha g \approx g \quad (1)$$

ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2014) Фокусное расстояние собирающей линзы равно F . Муха в некоторый момент пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии от линзы $7F/5$, двигаясь со скоростью v под углом α ($\operatorname{tg} \alpha = 4/3$) к оси линзы (см. рисунок).

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение мухи в этот момент?

2) Под каким углом изображение мухи пересекает главную оптическую ось?

3) Найдите скорость изображения мухи в этот момент.



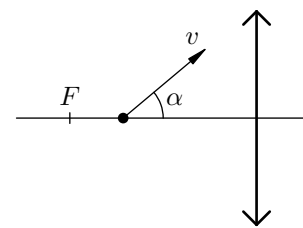
$$a \frac{v}{l} \quad (3 : \frac{15}{8} \operatorname{arctg} \frac{4}{3} : 2) \quad (z : F : \frac{7}{5} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2014) Фокусное расстояние собирающей линзы равно F . Комар в некоторый момент пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии от линзы $3F/5$, двигаясь со скоростью v под углом α ($\operatorname{tg} \alpha = 4/3$) к оси линзы (см. рисунок).

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение комара в этот момент?

2) Под каким углом изображение комара пересекает главную оптическую ось?

3) Найдите скорость изображения комара в этот момент.



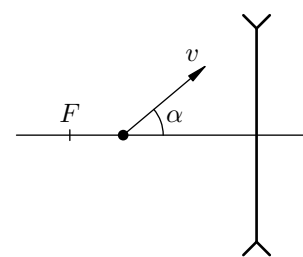
$$a \frac{v}{2F} \quad (3) \quad \frac{91}{8} \operatorname{arctg} \frac{4}{3} \quad (2) \quad F \frac{2}{5} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 14. («Физтех», 2014) Фокусное расстояние (по модулю) рассеивающей линзы равно F . Пчела в некоторый момент пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии от линзы $7F/9$, двигаясь со скоростью v под углом α ($\operatorname{tg} \alpha = 3/4$) к оси линзы (см. рисунок).

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение пчелы в этот момент?

2) Под каким углом изображение пчелы пересекает главную оптическую ось?

3) Найдите скорость изображения пчелы в этот момент.



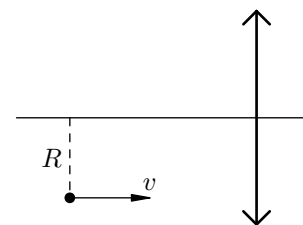
$$a \frac{v}{2F} \quad (3) \quad \frac{91}{4} \operatorname{arctg} \frac{3}{4} \quad (2) \quad F \frac{91}{2} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 15. («Физтех», 2014) Муравей ползёт со скоростью $v = 3$ см/с к собирающей линзе с фокусным расстоянием $F = 20$ см вдоль прямой, параллельной её главной оптической оси и расположенной на расстоянии $R = 8F/15$ от оси (см. рисунок). В некоторый момент муравей находится на расстоянии $3F$ от линзы.

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение муравья в этот момент?

2) Под каким углом к главной оптической оси движется изображение муравья? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)

3) Найдите скорость изображения муравья в этот момент.



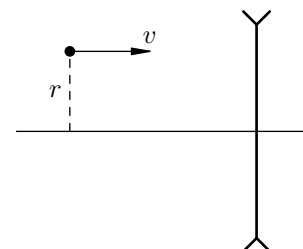
$$v/m \quad c/s = a \frac{99}{17} \quad (3) \quad \frac{91}{8} \operatorname{arctg} \frac{3}{4} \quad (2) \quad F \frac{2}{3} = 30 \text{ см} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 16. («Физтех», 2014) Таракан ползёт со скоростью $v = 2$ см/с к рассеивающей линзе с фокусным расстоянием (по модулю) $F = 30$ см вдоль прямой, параллельной её главной оптической оси и расположенной на расстоянии $r = 3F/4$ от оси (см. рисунок). В некоторый момент таракан находится на расстоянии $4F$ от линзы.

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение таракана в этот момент?

2) Под каким углом к главной оптической оси движется изображение таракана? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)

3) Найдите скорость изображения таракана в этот момент.



$$v/m/c \quad 1 = a \frac{20}{1} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \operatorname{arctg} \frac{3}{4} \quad (2) \quad F \frac{5}{4} = 24 \text{ см} \quad (1)$$

Задача 17. (МОШ, 2008, 11) Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 30$ см создаёт изображение движущегося точечного источника света. Когда источник света пересекал главную оптическую ось линзы, двигаясь под углом $\alpha = 60^\circ$ к ней, угол между скоростью его изображения и этой осью составлял $\beta = 30^\circ$. На каком расстоянии от линзы в этот момент находился источник света?

$$m \cdot 0z = \left(\frac{v \cdot \frac{\beta_1}{\alpha_1}}{\beta} - 1 \right) \cdot f = v \quad \text{или} \quad 0z = \left(\frac{v \cdot \frac{\beta_1}{\alpha_1}}{\beta} + 1 \right) \cdot f = v$$

Задача 18. (Всеросс., 2015, финал, 11) Очень маленький, размером с муравья, автомобиль, едет по ровной горизонтальной поверхности вдоль главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием f . На его крыше закреплён точечный источник света S , находящийся на главной оптической оси линзы. Скорость автомобиля изменяется так, что скорость изображения S_1 точечного источника S остаётся постоянной и равной v_0 . Определите, на каких расстояниях от линзы возможно такое движение «автомобиля». Коэффициент трения между колёсами автомобиля и дорогой равен μ .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{v_0}{f \cdot \beta \cdot \pi} \cdot \Lambda \geq 0 \text{ и т.д.} \\ \frac{v_0}{f \cdot \beta \cdot \pi} \cdot \Lambda < 0 \text{ и т.д.} \end{array} \right\} \text{или} \left(\frac{v_0 \cdot \alpha}{f \cdot \beta \cdot \pi} \cdot \Lambda - 1 \right) f \geq l > f \quad \text{или} \quad \left(\frac{v_0 \cdot \alpha}{f \cdot \beta \cdot \pi} \cdot \Lambda + 1 \right) f \geq l > f$$