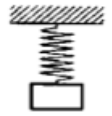


## Сила упругости

ЗАДАЧА 1. (МОШ, 2018, 10) На пружине жёсткостью  $k = 100$  Н/м, прикреплённой к потолку, покоится тело массой  $m = 2$  кг (см. рис.). На него начинает действовать направленная вертикально вниз сила  $F = 30$  Н. Найти первоначальную деформацию пружины и работу силы  $F$  к тому моменту, когда груз опустится на высоту  $h = 10$  см.  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



$$x_0 = \frac{mg}{k} = 20 \text{ см}; A = Fh = 3 \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2018, ШЭ, 10) В системе, состоящей из трёх одинаковых динамометров и груза, подвешенных определённым образом друг за другом (см. рисунок слева), динамометр  $A$  показывает значение  $F_1 = 3,8$  Н, а динамометр  $B$  показывает  $F_2 = 2,2$  Н. Определите, что будет показывать каждый из динамометров, если систему перевернуть и вновь подвесить (см. рисунок справа). Пружины динамометров очень лёгкие.

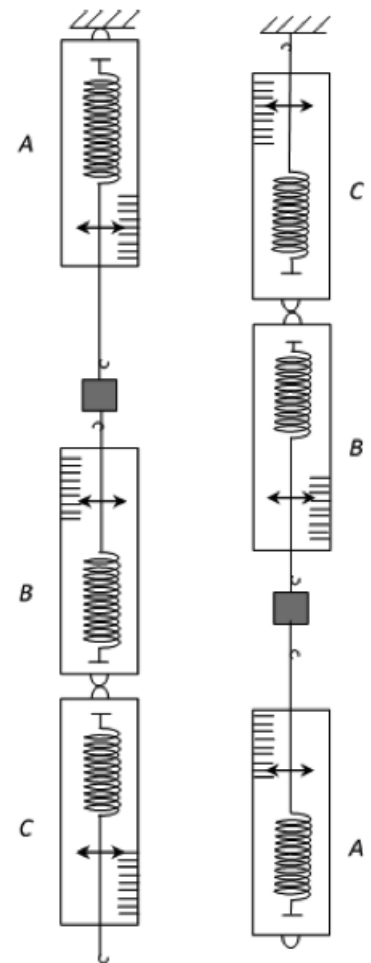
$$F_A = 1,1 \text{ Н}, F_B = 2,7 \text{ Н}, F_C = 2,2 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2017, ШЭ, 10) Лёгкая пружина жёсткостью  $k = 40$  Н/м состоит из  $N = 40$  витков. Определите, на сколько сантиметров увеличится расстояние между двенадцатым и двадцать пятым витками вертикально расположенной пружины, если к ней подвесить груз массой  $m = 600$  г. Модуль ускорения свободного падения считайте равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

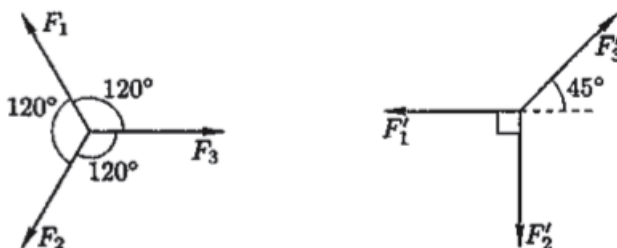
$$\Delta x = \frac{(1-N)mg}{k} = 5 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 4. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Два отрезка лески изготовлены из одинакового материала. При этом диаметр первой лески в два раза меньше, чем у второй, а длина — в два раза больше. Под весом прикреплённого к концу лески груза первая леска растянулась на 4 мм (что значительно меньше её длины). Какой будет величина деформации второй лески, если на ней подвесить тот же груз?

$$0,5 \text{ мм}$$



ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2005, финал, 9) Три резиновых шнура связывают вместе и медленно растягивают в разные стороны (рис. слева). В некоторый момент длины всех трёх шнуров оказываются равны  $L_1 = 20$  см. Затем шнуры растягивают под другими углами (рис. справа). В этом случае равенство длин шнуров наступает при длине  $L_2 = 30$  см каждого из них.

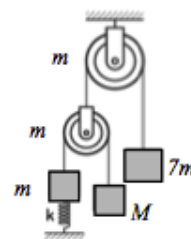


Известна начальная длина самого длинного шнура в недеформированном состоянии:  $l = 15$  см. Найдите длины двух других шнуров и отношение жёсткостей шнуров. Считайте, что резиновые шнуры подчиняются закону Гука.

$$L_1 : L_2 : L_3 = 20 : 30 : 15 \text{ см}; k_1 : k_2 : k_3 \approx 1 : 1.28$$

ЗАДАЧА 6. (МОШ, 2017, 9) Система, состоящая из закреплённого и подвижного блоков массой  $m = 1,0$  кг, пружины и нескольких грузов, находится в равновесии.  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Определите:

- 1) чему равна масса груза  $M$ ;
- 2) сжата или растянута пружина;
- 3) чему равна сила упругости пружины.



$$1) M = 3m = 3,0 \text{ кг}; 2) \text{ растянута}; 3) F = 2mg = 20 \text{ Н}$$

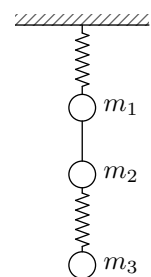
ЗАДАЧА 7. («Росатом», 2017, 11) Лёгкую пружину подвесили за один конец к потолку. Если к свободному концу пружины прикрепить груз массой  $m$ , то её длина будет равна  $l_1$ . Если от пружины отрезать одну четверть, а к её оставшейся части прикрепить груз массой  $2m$ , её длина будет равна  $l_2$ . Найти коэффициент жёсткости первоначальной пружины.

$$k = \frac{3mg}{l_2 - l_1}; \text{ решение есть при условии } l_2 < l_1$$

ЗАДАЧА 8. Неподвижный груз массы  $m$  висит на вертикально расположенной пружине жёсткостью  $k$ . Груз оттягивают вниз на небольшое расстояние  $x$  и отпускают. Найдите ускорение груза сразу после отпущения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$\frac{u}{x} = v$$

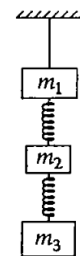
ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 1995) Шары с массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  подвешены к потолку с помощью двух невесомых пружин и лёгкой нити (см. рисунок). Система покоится.



- 1) Определить силу натяжения нити.
- 2) Определить ускорение (направление и модуль) шара массой  $m_1$  сразу после пережигания нити.

$$1) T = m_2 + m_3 + m_2 g; 2) a = \frac{m_1}{m_2 + m_3} g; \text{ направлено вертикально вверх}$$

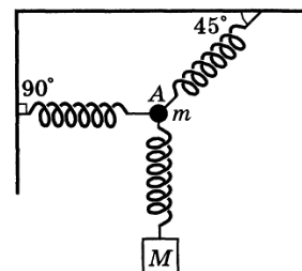
ЗАДАЧА 10. (МФТИ, 1995) К потолку с помощью лёгкой нити и двух невесомых пружин подвешены грузы массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  (см. рисунок). Система покоится.



- 1) Определить силу натяжения нити.
- 2) Определить ускорение (направление и модуль) груза массой  $m_1$  сразу после пережигания нити.

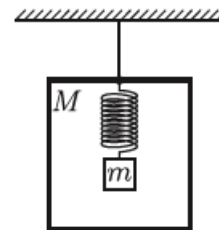
$$F_{\text{нат}} = (m_1 + m_2 + m_3)g$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) Груз массы  $M$  и шарик массы  $m$  висят на трёх невесомых пружинах одинаковой жёсткости (рис.). Верхняя пружина отрывается от шарика в точке  $A$ . Определите ускорение  $\vec{a}$  (модуль и направление) шарика в начальный момент после отрыва.



$$a = \frac{M}{m+M}g$$

ЗАДАЧА 12. (МОШ, 2008, 9) Коробка массой  $M$  подвешена на нитке к потолку комнаты (см. рисунок). Внутри коробки на лёгкой пружине подвешен груз массой  $m$ . Нитку пережигают. Найдите ускорения груза и коробки сразу после пережигания нити. Ускорение свободного падения равно  $g$ .



$$a_m = g, a_M = 0$$

ЗАДАЧА 13. («Курчатов», 2016, 9) Пружина расположена вдоль оси  $X$ . Один из концов пружины закреплён. Для перемещения второго конца пружины из положения с координатой  $a$  в положение с координатой  $b$  потребовалось совершить работу  $A$ . Для перемещения этого же конца пружины из положения с координатой  $2a$  в положение с координатой  $2b$  потребовалось совершить работу  $1,5A$ . Какая работа потребуется для перемещения этого же конца пружины из положения  $3a$  в положение  $3b$ ?

$$1,5A$$

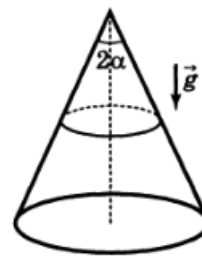
ЗАДАЧА 14. («Курчатов», 2014, 11) В невесомости грузик массой  $m$  подвесили на резинку жёсткостью  $k$  и раскрутили с угловой скоростью  $\omega$ . Найдите относительное удлинение резинки, а также отношение энергии упругой деформации к кинетической энергии груза.

$$\frac{m\omega^2}{k} > 1, \text{ и } \frac{m\omega^2}{k} - 1$$

ЗАДАЧА 15. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Тонкое кольцо радиусом  $R$  сделано из материала плотностью  $\rho$  и модулем Юнга  $E$ . На сколько изменится длина окружности кольца, если его закрутить вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости кольца с угловой скоростью  $\omega$ ? Изменения длины считать малыми.

$$\Delta l = \frac{E}{2\rho\omega^2 R^3}$$

ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 1997, финал, 10) Из тонкого шнура массой  $m$  с коэффициентом упругости  $k$  сделано кольцо радиусом  $r_0$ . Кольцо надевают на прямой круговой конус с углом при вершине  $2\alpha$  (рис.). Ось конуса вертикальна, его поверхность гладкая. Найдите радиус  $r$  кольца, находящегося на конусе. До какой угловой скорости  $\omega$  надо раскрутить кольцо вместе с конусом вокруг оси конуса, чтобы радиус кольца, находящегося на конусе, стал  $2r$ ?



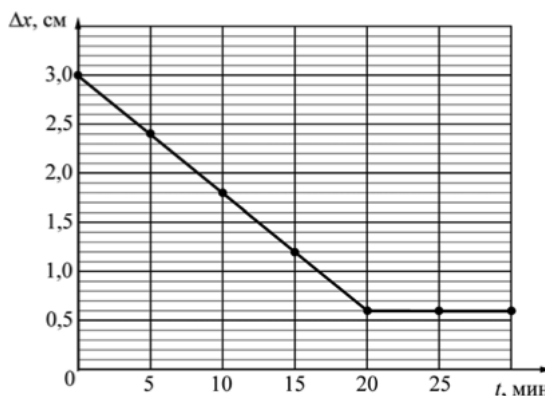
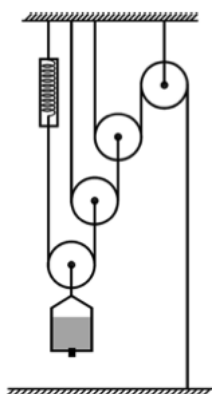
$$\frac{m}{4\pi r_0} \omega^2 = \frac{m}{4\pi r_0} \frac{v^2}{r_0} + mg = \dots$$

ЗАДАЧА 17. (МОШ, 2013, 10) Проводя опыты с верёвкой, школьник Вася обнаружил, что её удлинение пропорционально растягивающей силе, причём при силе натяжения  $F_0 = 4$  кН удлинение составляет 20% от начальной длины. Вася закрепил концы верёвки на стволах двух деревьев, расположенных на расстоянии  $L = 20$  м друг от друга на разных берегах реки. Верёвка оказалась на высоте  $0,1L = 2$  м над водой. Груз какой максимальной массы можно прикрепить к середине верёвки, чтобы он в положении равновесия не оказался в воде? Решите задачу в двух случаях:

- (а) длина ненатянутой верёвки равна  $L$ ;
  - (б) верёвка вначале натянута с силой  $F_0/3$ , то есть длина ненатянутой верёвки меньше  $L$ .
- Размерами груза можно пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

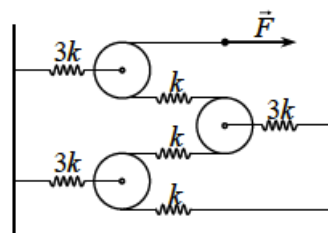
$$m = \frac{F_0 L}{g} \approx 80 \text{ кг (б)} \quad m = \frac{F_0 L}{g} \approx 80 \text{ кг (а)}$$

ЗАДАЧА 18. (МОШ, 2013, 10) На лабораторной работе по физике отличнику Грише и красавице Арише с помощью системы блоков, изображённой на рисунке, требовалось измерить массу воды, налитой в сосуд, который сам был нелёгким. К одной из нитей Гриша прикрепил динамометр, жёсткость пружины которого была известна и равна 1000 Н/м. Гриша налил воды в сосуд и аккуратно измерил удлинение пружины. В этот момент Ариша случайно задела небольшую пробку в дне сосуда и, вооружившись тряпкой, стала ликвидировать растекающуюся по столу воду. Гришу же заинтересовало совсем другое явление — он стал записывать значения удлинения пружины, поглядывая на часы. Используя график, получившийся у ребят, определите, сколько граммов воды в секунду вытекало из сосуда.



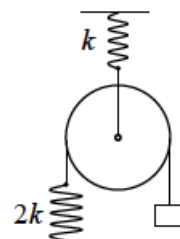
$$4 \text{ г/с}$$

ЗАДАЧА 19. («Росатом», 2017, 8–9) Три одинаковые пружины с коэффициентами жёсткости  $k$  связаны кусками невесомой нерастяжимой нити. Полученная нить переброшена через три невесомых блока, привязанных к вертикальным стенам с помощью одинаковых пружин с коэффициентами жёсткости  $3k$  (см. рисунок). На конец нити действуют силой  $F$ . Насколько переместится при этом конец нити?



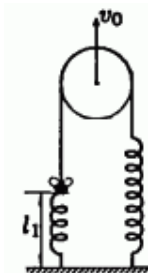
$$\frac{y}{xL} = x$$

ЗАДАЧА 20. («Росатом», 2016, 9–10) Через блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили верёвку. К одному концу верёвки прикрепили тело массой  $m$ , к другому пружину, второй конец которой закреплён на полу (см. рисунок). Коэффициенты жёсткости пружин равны  $k$  и  $2k$ . На сколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины недеформированы? Массой блока пренебречь.



$$\frac{yL}{\text{Битб}} = x$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2002, ОЭ, 9) Однородную пружину длины  $L$  разрезали на две части, одна из которых имеет длину  $l_1$ . Из получившихся кусков пружины, нерастяжимой нити и подвижного блока собрали систему (рис.). На верхний конец пружины длиной  $l_1$  села муха Цокотуха. В некоторый момент времени блок начали поднимать вертикально вверх со скоростью  $v_0$ . С какой скоростью стала подниматься сидящая на конце пружины муха Цокотуха? Трения в блоке нет. Вес мухи Цокотухи, нити, пружины и блока можно не учитывать.



$$\frac{v}{v_1} \text{о}a\zeta = v_1a$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2006, ОЭ, 10) К невесомой пружине, имеющей 500 витков, подвесили груз, в результате чего она удлинилась на  $x_0 = 10$  см. Затем груз убрали и нерастяжимыми нитями связали виток №100 с витком №300, а виток №200 с витком №400 (рис.). Длина каждого куска нити равна длине участка пружины между связываемыми витками в свободном состоянии. На какую величину  $x$  удлинится пружина при наличии нитей, если к ней подвесить тот же груз?

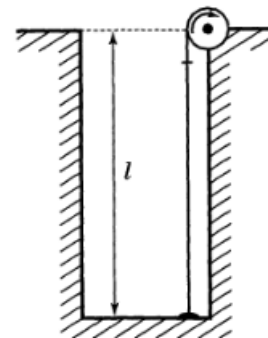


$$\text{ко} \frac{\xi}{vL} = \text{о}x \frac{qL}{2} = x$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 2009, РЭ, 10) Три одинаковые длинные «резинки», которые при растяжении подчиняются закону Гука, уложили параллельно друг другу и совместили концы, которые с одной стороны связали узлом. Два свободных конца взял в руки Вася, а третий свободный конец — Петя. Вася, держа концы резинок, бежит на север со скоростью 8 м/с, а Петя, держа свою резинку, бежит на восток со скоростью 9 м/с. В тот момент, когда резинки выпрямились и совсем немного растянулись, они расположились в направлении «восток–запад». С какой по модулю скоростью двигался в этот момент узел?

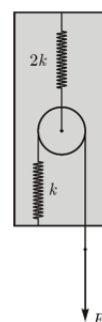
$$\text{о}/\text{н} \text{о}$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 1993, ОЭ, 10) На дне колодца лежит небольшого размера груз массы  $m$ , привязанный к невесомому упругому шнуру. Другой конец шнура прикреплен к оси колодезного ворота, а на самом шнуре сделана метка (рис.). В начальный момент времени шнур не провисает и не растянут. Затем ворот начинают вращать, наматывая шнур на ось. Какую работу нужно совершить, чтобы оторвать груз от дна колодца? В начальный момент длина шнура равна  $l$ , а метка на шнуре находится на расстоянии  $0,9l$  от дна колодца. Известно также, что шнур, наматываясь на ворот, не проскальзывает по нему, а метка в момент отрыва груза от дна колодца оказывается на оси ворота.



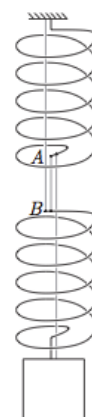
$$\int_{0,9l}^l \frac{81}{l} = V$$

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2015, РЭ, 10) Внутри чёрного ящика находятся две лёгкие пружины с жесткостями  $k$  и  $2k$ , связанные лёгкой нерастяжимой нитью, и лёгкий подвижный блок (см. рисунок). В начальном состоянии внешняя сила  $F = 6$  Н, приложенная к свободному концу нити, обеспечивает деформацию нижней пружины  $x = 1$  см. Какую минимальную работу должна совершить внешняя сила, чтобы сместить вниз свободный конец нити ещё на  $x$ ?



$$\int_{0,07}^{0,14} 10 \cdot 0 = x \cdot \frac{9}{2} = V$$

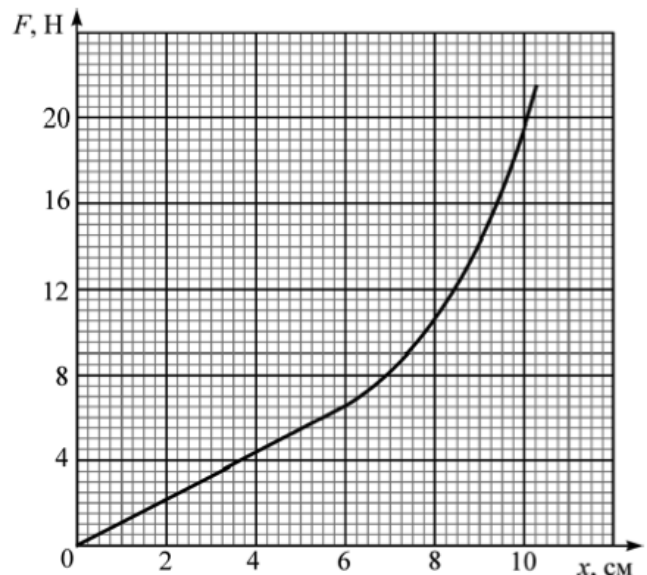
ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2014, РЭ, 10) На двух лёгких одинаковых пружинах, соединённых нитью  $AB$ , висит груз массы  $m$ . Жёсткость каждой пружины равна  $k$ . Между витками пружины протянули ещё две нити: одну прикрепили к потолку и к верхнему концу  $B$  нижней пружины, а вторую — к грузу и нижнему концу  $A$  верхней пружины (см. рисунок). Эти две нити не провисают, но и не натянуты. Нить  $AB$  перерезали. Через некоторое время система пришла к новому положению равновесия. Найдите изменение потенциальной энергии системы.



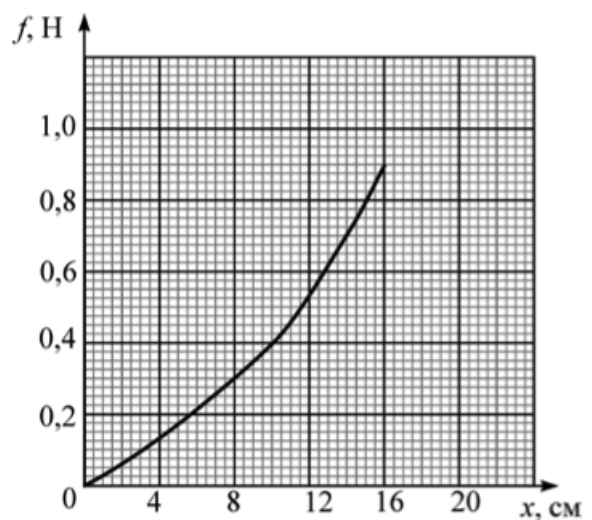
$$\frac{\Delta \Phi}{\epsilon (6 \mu)} = \Delta V$$

Задача 27. (МОШ, 2012, 2014, 10) На рисунке показан график зависимости модуля силы  $F$  растяжения пружины от её удлинения  $x$  (при больших деформациях пружина не подчиняется закону Гука). Пружину прикрепляют одним концом к потолку. К другому концу пружины, не деформируя её, аккуратно подвешивают груз массой  $m = 650$  г, после чего отпускают груз без начальной скорости. Оцените, на какую максимальную длину растянется пружина. Трением и массой пружины пренебречь, ускорение свободного падения принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

МОШ ≈ 0x



Задача 28. (МОШ, 2012, 11) Резиновый жгут и пружина в нерастянутом состоянии имеют одинаковые длины. Коэффициент жёсткости пружины равен  $k = 4$  Н/м. График зависимости модуля  $f$  силы растяжения жгута от его удлинения  $x$  приведён на рисунке. Пружина и жгут очень лёгкие. Пружину подвешивают за один из концов к потолку, а к её второму концу прикрепляют конец жгута (при этом пружина и жгут оказываются соединёнными последовательно).



1) К свободному нижнему концу жгута прикладывают направленную вниз силу с модулем  $F = 0,7$  Н. На какую суммарную величину  $X$  растянутся пружина и жгут?

2) Найдите массу  $m$  груза, который нужно подвесить к свободному нижнему концу жгута, чтобы суммарное удлинение системы в положении равновесия было равно  $L = 20$  см.

3) Оцените энергию  $E$ , которая будет запасена в жгуте при подвешивании к его свободному нижнему концу покоящегося груза найденной выше массой  $m$ .

4) Груз этой массой  $m$ , подвешенный к свободному нижнему концу жгута, заставили свободно колебаться с амплитудой  $A = 2$  мм вокруг положения равновесия. Пренебрегая трением, оцените, чему будет равен период таких колебаний груза.

При решении задачи считайте, что ускорение свободного падения равно  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

(1)  $X = 31,5$  см; (2)  $m = 40$  г; (3)  $E = 18 \pm 2$  мДж; (4)  $T = 0,84 \pm 0,05$  с