

Сила упругости

ЗАДАЧА 1. (*Всеросс., 2018, ШЭ, 10*) В системе, состоящей из трёх одинаковых динамометров и груза, подвешенных определённым образом друг за другом (см. рисунок слева), динамометр *A* показывает значение $F_1 = 3,8$ Н, а динамометр *B* показывает $F_2 = 2,2$ Н. Определите, что будет показывать каждый из динамометров, если систему перевернуть и вновь подвесить (см. рисунок справа). Пружины динамометров очень лёгкие.

$$F_1 = F_2 + mg; \quad F_2 = mg; \quad F_3 = F_1 + F_2 = 6,0 \text{ Н}$$

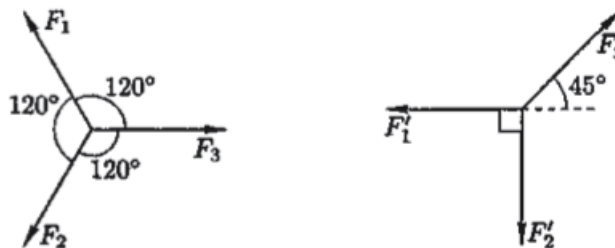
ЗАДАЧА 2. (*Всеросс., 2017, ШЭ, 10*) Лёгкая пружина жёсткостью $k = 40$ Н/м состоит из $N = 40$ витков. Определите, на сколько сантиметров увеличится расстояние между двенадцатым и двадцать пятым витками вертикально расположенной пружины, если к ней подвесить груз массой $m = 600$ г. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с².

$$\Delta x = \frac{(1-N)mg}{k} = 0,2 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Два отрезка лески изготовлены из одинакового материала. При этом диаметр первой лески в два раза меньше, чем у второй, а длина — в два раза больше. Под весом прикрепленного к концу лески груза первая леска растянулась на 4 мм (что значительно меньше её длины). Какой будет величина деформации второй лески, если на ней подвесить тот же груз?

$$\Delta l = 16 \text{ мм}$$

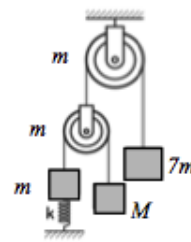
ЗАДАЧА 4. (*Всеросс., 2005, финал, 9*) Три резиновых шнура связывают вместе и медленно растягивают в разные стороны (рис. слева). В некоторый момент длины всех трёх шнуров оказываются равны $L_1 = 20$ см. Затем шнуры растягивают под другими углами (рис. справа). В этом случае равенство длин шнуров наступает при длине $L_2 = 30$ см каждого из них.



Известна начальная длина самого длинного шнура в недеформированном состоянии: $l = 15$ см. Найдите длины двух других шнуров и отношение жёсткостей шнуров. Считайте, что резиновые шнуры подчиняются закону Гука.

$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 1 : 1; \quad k_1 : k_2 : k_3 = 1 : 1 : 1$$

Задача 5. (МОШ, 2017, 9) Система, состоящая из закреплённого и подвижного блоков массой $m = 1,0$ кг, пружины и нескольких грузов, находится в равновесии. $g = 10$ м/с². Определите:



- 1) чему равна масса груза M ;
- 2) сжата или растянута пружина;
- 3) чему равна сила упругости пружины.

$$M = 3m = 3 \text{ кг}; \text{ пружина растянута; } F = 2mg = 20 \text{ Н}$$

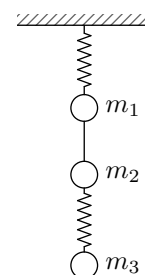
Задача 6. («Росатом», 2017, 11) Лёгкую пружину подвесили за один конец к потолку. Если к свободному концу пружины прикрепить груз массой m , то её длина будет равна l_1 . Если от пружины отрезать одну четверть, а к её оставшейся части прикрепить груз массой $2m$, её длина будет равна l_2 . Найти коэффициент жёсткости первоначальной пружины.

$$k = \frac{mg}{l_1 - l_2} = \frac{3mg}{4(l_1 - l_2)}$$

Задача 7. Неподвижный груз массы m висит на вертикально расположенной пружине жёсткостью k . Груз оттягивают вниз на небольшое расстояние x и отпускают. Найдите ускорение груза сразу после отпускания. Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$a = \frac{kx}{m}$$

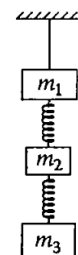
Задача 8. (МФТИ, 1995) Шары с массами m_1, m_2 и m_3 подвешены к потолку с помощью двух невесомых пружин и лёгкой нити (см. рисунок). Система покоится.



- 1) Определить силу натяжения нити.
- 2) Определить ускорение (направление и модуль) шара массой m_1 сразу после пережигания нити.

$$T = m_2 g; \text{ ускорение } a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$$

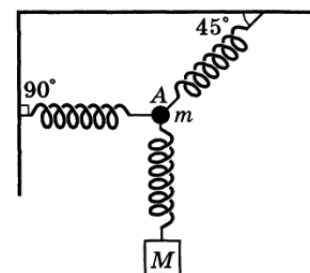
Задача 9. (МФТИ, 1995) К потолку с помощью лёгкой нити и двух невесомых пружин подвешены грузы массами m_1, m_2 и m_3 (см. рисунок). Система покоится.



- 1) Определить силу натяжения нити.
- 2) Определить ускорение (направление и модуль) груза массой m_1 сразу после пережигания нити.

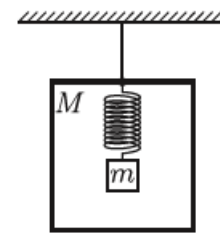
$$T = m_2 g + m_3 g; \text{ ускорение } a = \frac{m_2 g + m_3 g}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Задача 10. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) Груз массы M и шарик массы m висят на трёх невесомых пружинах одинаковой жёсткости (рис.). Верхняя пружина отрывается от шарика в точке А. Определите ускорение \vec{a} (модуль и направление) шарика в начальный момент после отрыва.



$$a = \frac{mg}{m + M}$$

Задача 11. (МОШ, 2008, 9) Коробка массой M подвешена на нитке к потолку комнаты (см. рисунок). Внутри коробки на лёгкой пружине подвешен груз массой m . Нитку пережигают. Найдите ускорения груза и коробки сразу после пережигания нити. Ускорение свободного падения равно g .



$$0 = v \text{ ; (эиня) } b \frac{N}{m+M} = V$$

Задача 12. («Курчатов», 2016, 9) Пружина расположена вдоль оси X . Один из концов пружины закреплён. Для перемещения второго конца пружины из положения с координатой a в положение с координатой b потребовалось совершить работу A . Для перемещения этого же конца пружины из положения с координатой $2a$ в положение с координатой $2b$ потребовалось совершить работу $1,5A$. Какая работа потребуется для перемещения этого же конца пружины из положения $3a$ в положение $3b$?

$$1,5A$$

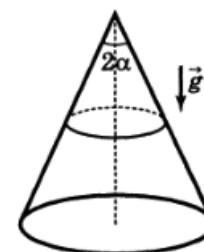
Задача 13. («Курчатов», 2014, 11) В невесомости грузик массой m подвесили на резинку жёсткостью k и раскрутили с угловой скоростью ω . Найдите относительное удлинение резинки, а также отношение энергии упругой деформации к кинетической энергии груза.

$$\frac{m}{k} \sqrt{\omega^2} > \omega \text{ и } \frac{m}{k} \sqrt{\omega^2} > \frac{m}{k} \sqrt{\omega^2} \text{ и } \frac{m}{k} \sqrt{\omega^2} > \frac{m}{k} \sqrt{\omega^2}$$

Задача 14. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Тонкое кольцо радиусом R сделано из материала плотностью ρ и модулем Юнга E . На сколько изменится длина окружности кольца, если его закрутить вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости кольца с угловой скоростью ω ? Изменения длины считать малыми.

$$\frac{E}{\rho R^2 \omega^2} \Delta L = 1 \Delta$$

Задача 15. (Всеросс., 1997, финал, 10) Из тонкого шнура массой m с коэффициентом упругости k сделано кольцо радиусом r_0 . Кольцо надевают на прямой круговой конус с углом при вершине 2α (рис.). Ось конуса вертикальна, его поверхность гладкая. Найдите радиус r кольца, находящегося на конусе. До какой угловой скорости ω надо раскрутить кольцо вместе с конусом вокруг оси конуса, чтобы радиус кольца, находящегося на конусе, стал $2r$?



$$\frac{m}{k} \sqrt{\omega^2} = \omega \text{ ; } \omega \text{ ; } \frac{m}{k} \sqrt{\omega^2} = \omega$$

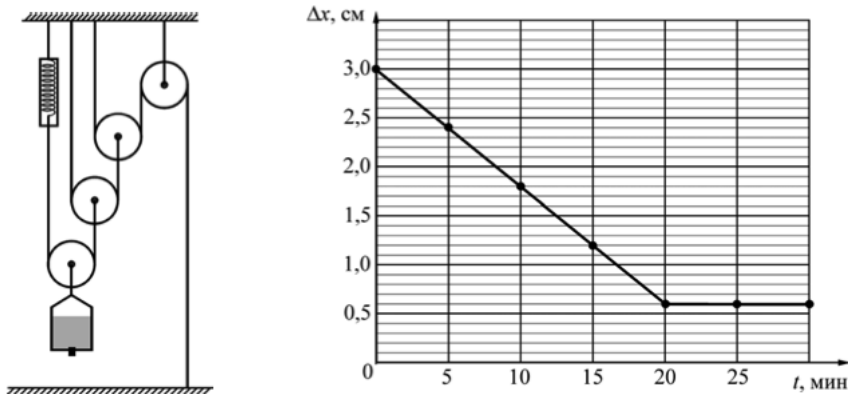
Задача 16. (МОШ, 2013, 10) Проводя опыты с верёвкой, школьник Вася обнаружил, что её удлинение пропорционально растягивающей силе, причём при силе натяжения $F_0 = 4$ кН удлинение составляет 20% от начальной длины. Вася закрепил концы верёвки на стволах двух деревьев, расположенных на расстоянии $L = 20$ м друг от друга на разных берегах реки. Верёвка оказалась на высоте $0,1L = 2$ м над водой. Груз какой максимальной массы можно прикрепить к середине верёвки, чтобы он в положении равновесия не оказался в воде? Решите задачу в двух случаях:

- (а) длина ненатянутой верёвки равна L ;
 - (б) верёвка вначале натянута с силой $F_0/3$, то есть длина ненатянутой верёвки меньше L .
- Размерами груза можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

$$\Delta L = \frac{F}{k} \approx 0,1L \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{4000}{0,2L} = 10^4/L \text{ (а)}$$

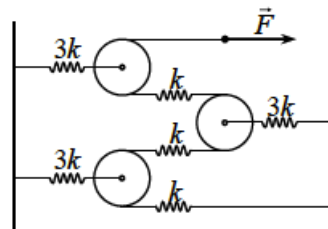
$$\Delta L = \frac{F}{k} \approx 0,1L \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{4000}{0,2L} = 10^4/L \text{ (б)}$$

Задача 17. (МОШ, 2013, 10) На лабораторной работе по физике отличнику Грише и красавице Арише с помощью системы блоков, изображённой на рисунке, требовалось измерить массу воды, налитой в сосуд, который сам был нелёгким. К одной из нитей Гриша прикрепил динамометр, жёсткость пружины которого была известна и равна 1000 Н/м. Гриша налил воды в сосуд и аккуратно измерил удлинение пружины. В этот момент Ариша случайно задела небольшую пробку в дне сосуда и, вооружившись тряпкой, стала ликвидировать растекающуюся по столу воду. Гришу же заинтересовало совсем другое явление — он стал записывать значения удлинения пружины, поглядывая на часы. Используя график, получившийся у ребят, определите, сколько граммов воды в секунду вытекало из сосуда.



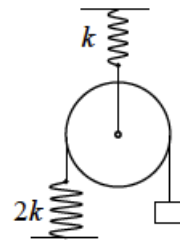
$$\Delta x = \frac{F}{k}$$

Задача 18. («Росатом», 2017, 8–9) Три одинаковые пружины с коэффициентами жёсткости k связаны кусками невесомой нерастяжимой нити. Полученная нить переброшена через три невесомых блока, привязанных к вертикальным стенам с помощью одинаковых пружин с коэффициентами жёсткости $3k$ (см. рисунок). На конец нити действуют силой F . Насколько переместится при этом конец нити?



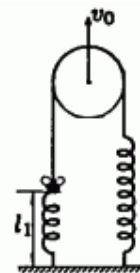
$$\frac{F}{3k} = x$$

ЗАДАЧА 19. («Росатом», 2016, 9–10) Через блок, прикреплённый к потолку с помощью пружины, перебросили верёвку. К одному концу верёвки прикрепили тело массой m , к другому пружину, второй конец которой закреплён на полу (см. рисунок). Коэффициенты жёсткости пружин равны k и $2k$. На сколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины недеформированы? Массой блока пренебречь.



$$\frac{\eta \zeta}{\text{битб}} = x$$

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2002, ОЭ, 9) Однородную пружину длины L разрезали на две части, одна из которых имеет длину l_1 . Из получившихся кусков пружины, нерастяжимой нити и подвижного блока собрали систему (рис.). На верхний конец пружины длиной l_1 села муха Цокотуха. В некоторый момент времени блок начали поднимать вертикально вверх со скоростью v_0 . С какой скоростью стала подниматься сидящая на конце пружины муха Цокотуха? Трения в блоке нет. Вес мухи Цокотухи, нити, пружины и блока можно не учитывать.



$$\frac{\tau}{\tau_1} \text{оа} \zeta = \tau \alpha$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2006, ОЭ, 10) К невесомой пружине, имеющей 500 витков, подвесили груз, в результате чего она удлинилась на $x_0 = 10$ см. Затем груз убрали и нерастяжимыми нитями связали виток №100 с витком №300, а виток №200 с витком №400 (рис.). Длина каждого куска нити равна длине участка пружины между связываемыми витками в свободном состоянии. На какую величину x удлинится пружина при наличии нитей, если к ней подвесить тот же груз?

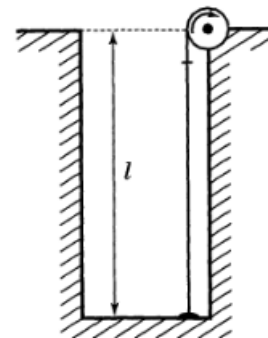


$$\text{ко} \frac{\varepsilon}{\text{вГ}} = \text{о} x \frac{\varepsilon \Gamma}{\text{Л}} = x$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2009, РЭ, 10) Три одинаковые длинные «резинки», которые при растяжении подчиняются закону Гука, уложили параллельно друг другу и совместили концы, которые с одной стороны связали узлом. Два свободных конца взял в руки Вася, а третий свободный конец — Петя. Вася, держа концы резинок, бежит на север со скоростью 8 м/с, а Петя, держа свою резинку, бежит на восток со скоростью 9 м/с. В тот момент, когда резинки выпрямились и совсем немного растянулись, они расположились в направлении «восток–запад». С какой по модулю скоростью двигался в этот момент узел?

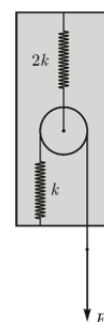
$$\text{с/м с}$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 1993, ОЭ, 10) На дне колодца лежит небольшого размера груз массы m , привязанный к невесомому упругому шнуру. Другой конец шнура прикреплен к оси колодезного ворота, а на самом шнуре сделана метка (рис.). В начальный момент времени шнур не провисает и не растянут. Затем ворот начинают вращать, наматывая шнур на ось. Какую работу нужно совершить, чтобы оторвать груз от дна колодца? В начальный момент длина шнура равна l , а метка на шнуре находится на расстоянии $0,9l$ от дна колодца. Известно также, что шнур, наматываясь на ворот, не проскальзывает по нему, а метка в момент отрыва груза от дна колодца оказывается на оси ворота.



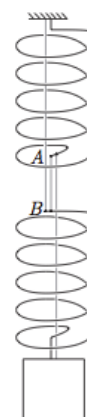
$$\int_{0,9l}^l \frac{81}{l} = V$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2015, РЭ, 10) Внутри чёрного ящика находятся две лёгкие пружины с жесткостями k и $2k$, связанные лёгкой нерастяжимой нитью, и лёгкий подвижный блок (см. рисунок). В начальном состоянии внешняя сила $F = 6$ Н, приложенная к свободному концу нити, обеспечивает деформацию нижней пружины $x = 1$ см. Какую минимальную работу должна совершить внешняя сила, чтобы сместить вниз свободный конец нити ещё на x ?



$$\int_{0,07}^{0,14} \frac{9}{2} = V$$

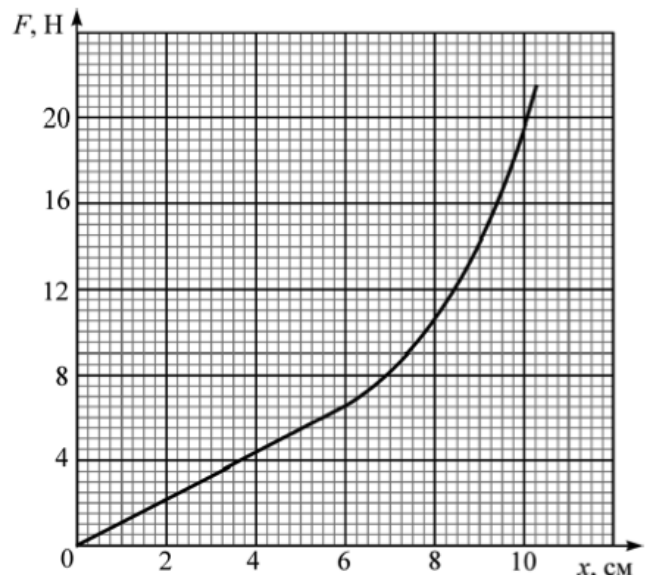
ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2014, РЭ, 10) На двух лёгких одинаковых пружинах, соединённых нитью AB , висит груз массы m . Жёсткость каждой пружины равна k . Между витками пружины протянули ещё две нити: одну прикрепили к потолку и к верхнему концу B нижней пружины, а вторую — к грузу и нижнему концу A верхней пружины (см. рисунок). Эти две нити не провисают, но и не натянуты. Нить AB перерезали. Через некоторое время система пришла к новому положению равновесия. Найдите изменение потенциальной энергии системы.



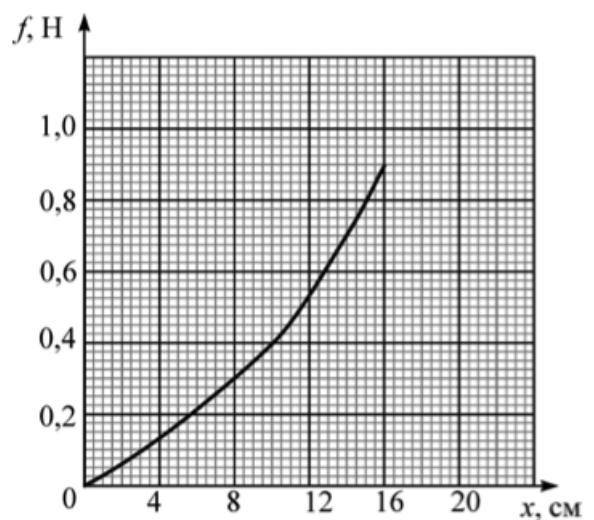
$$\frac{\Delta \Phi}{\epsilon^{(6\text{ш})}} = \Delta V$$

Задача 26. (МОШ, 2012, 2014, 10) На рисунке показан график зависимости модуля силы F растяжения пружины от её удлинения x (при больших деформациях пружина не подчиняется закону Гука). Пружину прикрепляют одним концом к потолку. К другому концу пружины, не деформируя её, аккуратно подвешивают груз массой $m = 650$ г, после чего отпускают груз без начальной скорости. Оцените, на какую максимальную длину растянется пружина. Трением и массой пружины пренебречь, ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

МОШ ≈ 0x



Задача 27. (МОШ, 2012, 11) Резиновый жгут и пружина в нерастянутом состоянии имеют одинаковые длины. Коэффициент жёсткости пружины равен $k = 4$ Н/м. График зависимости модуля f силы растяжения жгута от его удлинения x приведён на рисунке. Пружина и жгут очень лёгкие. Пружину подвешивают за один из концов к потолку, а к её второму концу прикрепляют конец жгута (при этом пружина и жгут оказываются соединёнными последовательно).



1) К свободному нижнему концу жгута прикладывают направленную вниз силу с модулем $F = 0,7$ Н. На какую суммарную величину X растянутся пружина и жгут?

2) Найдите массу m груза, который нужно подвесить к свободному нижнему концу жгута, чтобы суммарное удлинение системы в положении равновесия было равно $L = 20$ см.

3) Оцените энергию E , которая будет запасена в жгуте при подвешивании к его свободному нижнему концу покоящегося груза найденной выше массой m .

4) Груз этой массой m , подвешенный к свободному нижнему концу жгута, заставили свободно колебаться с амплитудой $A = 2$ мм вокруг положения равновесия. Пренебрегая трением, оцените, чему будет равен период таких колебаний груза.

При решении задачи считайте, что ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с².

(1) $X = 31,5$ см; (2) $m = 40$ г; (3) $E = 18 \pm 2$ мДж; (4) $T = 0,84 \pm 0,05$ с