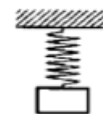


Сила упругости

ЗАДАЧА 1. (МОШ, 2018, 10) На пружине жёсткостью $k = 100$ Н/м, прикреплённой к потолку, покоится тело массой $m = 2$ кг (см. рис.). На него начинает действовать направленная вертикально вниз сила $F = 30$ Н. Найти первоначальную деформацию пружины и работу силы F к тому моменту, когда груз опустится на высоту $h = 10$ см. $g = 10$ м/с².



$$x_0 = \frac{mg}{k} = 20 \text{ см}; A = Fh = 3 \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2018, ШЭ, 10) В системе, состоящей из трёх одинаковых динамометров и груза, подвешенных определённым образом друг за другом (см. рисунок слева), динамометр A показывает значение $F_1 = 3,8$ Н, а динамометр B показывает $F_2 = 2,2$ Н. Определите, что будет показывать каждый из динамометров, если систему перевернуть и вновь подвесить (см. рисунок справа). Пружины динамометров очень лёгкие.

$$F_1 = 1,1 \frac{F_2}{2} = 1,1 \cdot 1,1 = 1,21 \text{ Н}; F_2 = 2,2 \text{ Н}; F_3 = 2,2 \frac{F_2}{2} = 2,2 \text{ Н}; F_4 = 2,2 \frac{F_2}{2} = 2,2 \text{ Н}; F_5 = 2,2 \frac{F_2}{2} = 2,2 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2017, ШЭ, 10) Лёгкая пружина жёсткостью $k = 40$ Н/м состоит из $N = 40$ витков. Определите, на сколько сантиметров увеличится расстояние между двенадцатым и двадцать пятым витками вертикально расположенной пружины, если к ней подвесить груз массой $m = 600$ г. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с².

$$\Delta x = \frac{(1-N)mg}{k} = 5 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 4. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Два отрезка лески изготовлены из одинакового материала. При этом диаметр первой лески в два раза меньше, чем у второй, а длина — в два раза больше. Под весом прикреплённого к концу лески груза первая леска растянулась на 4 мм (что значительно меньше её длины). Какой будет величина деформации второй лески, если на ней подвесить тот же груз?

$$5 \text{ мм}$$

ЗАДАЧА 5. («Курчатов», 2018, 9) Один конец лёгкого упругого жгута закреплён, а к другому привязан груз массой $m = 2$ кг, который движется в горизонтальной плоскости по окружности вокруг закреплённого конца жгута, совершая 90 оборотов в минуту. Коэффициент жёсткости жгута $k = 700$ Н/м, его длина в недеформированном состоянии 1 см.

- 1) Рассчитайте угловую скорость ω груза.
- 2) Найдите длину жгута l .

$$\omega \approx 9,4 \text{ рад/с}; l \approx \frac{k-m\omega^2}{k} \approx 1,34 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 6. («Курчатов», 2018, 10) Один конец лёгкого упругого жгута закреплён, а к другому привязан груз, который движется в горизонтальной плоскости по окружности вокруг закреплённого конца жгута, совершая 30 оборотов в минуту, при этом жгут имеет длину $l_1 = 80$ см. После того как угловую скорость вращения груза увеличили в 2 раза, жгут растянулся до длины $l_2 = 140$ см. Коэффициент жёсткости жгута $k = 632$ Н/м.

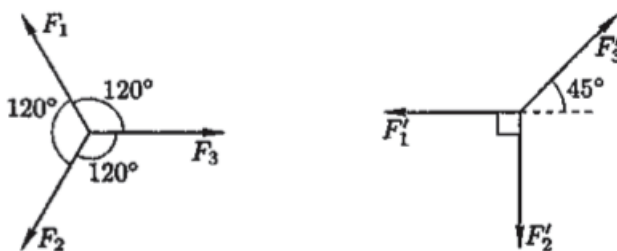
- 1) Рассчитайте начальную угловую скорость вращения ω .
- 2) Рассчитайте длину жгута l_0 в недеформированном состоянии.
- 3) Найдите массу m груза.

$$l_0 \approx \frac{l_1 l_2 \omega}{(l_1 - l_2) k} = 0,14 \text{ м}; \quad \omega = \frac{l_1 - l_2}{l_1 l_2} = 0,1 \text{ рад/с}; \quad m \approx 0,8 \text{ кг}$$

ЗАДАЧА 7. («Курчатов», 2014, 11) В невесомости грузик массой m подвесили на резинку жёсткостью k и раскрутили с угловой скоростью ω . Найдите относительное удлинение резинки, а также отношение энергии упругой деформации к кинетической энергии груза.

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{m \omega^2}{k}; \quad \frac{E_{\text{уп}}}{E_{\text{кин}}} = \frac{m \omega^2}{2k}$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2005, финал, 9) Три резиновых шнура связывают вместе и медленно растягивают в разные стороны (рис. слева). В некоторый момент длины всех трёх шнуров оказываются равны $L_1 = 20$ см. Затем шнуры растягивают под другими углами (рис. справа). В этом случае равенство длин шнуров наступает при длине $L_2 = 30$ см каждого из них.

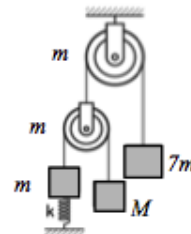


Известна начальная длина самого длинного шнура в недеформированном состоянии: $l = 15$ см. Найдите длины двух других шнуров и отношение жёсткостей шнуров. Считайте, что резиновые шнуры подчиняются закону Гука.

$$l_1 : l_2 : l_3 = 3 : 4 : 5; \quad k_1 : k_2 : k_3 = 1 : 1 : 2$$

ЗАДАЧА 9. (МОШ, 2017, 9) Система, состоящая из закреплённого и подвижного блоков массой $m = 1,0$ кг, пружины и нескольких грузов, находится в равновесии. $g = 10$ м/с². Определите:

- 1) чему равна масса груза M ;
- 2) сжата или растянута пружина;
- 3) чему равна сила упругости пружины.



$$M = 3m = 3,0 \text{ кг}; \quad \text{пружина растянута}; \quad F_{\text{уп}} = 2mg = 20 \text{ Н}$$

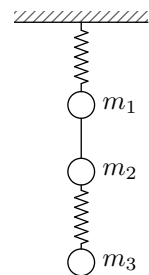
ЗАДАЧА 10. («Росатом», 2017, 11) Лёгкую пружину подвесили за один конец к потолку. Если к свободному концу пружины прикрепить груз массой m , то её длина будет равна l_1 . Если от пружины отрезать одну четверть, а к её оставшейся части прикрепить груз массой $2m$, её длина будет равна l_2 . Найти коэффициент жёсткости первоначальной пружины.

$$k = \frac{3mg}{l_2 - l_1}; \quad l_2 < l_1$$

ЗАДАЧА 11. Неподвижный груз массы m висит на вертикально расположенной пружине жёсткостью k . Груз оттягивают вниз на небольшое расстояние x и отпускают. Найдите ускорение груза сразу после отпущания. Соппротивлением воздуха пренебречь.

$$\frac{u}{x} = v$$

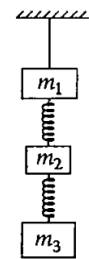
ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 1995) Шары с массами m_1 , m_2 и m_3 подвешены к потолку с помощью двух невесомых пружин и лёгкой нити (см. рисунок). Система покоится.



- 1) Определить силу натяжения нити.
- 2) Определить ускорение (направление и модуль) шара массой m_1 сразу после пережигания нити.

$$L = \int (\varepsilon m + \tau m) g \frac{1}{\varepsilon m + \tau m} = v (\tau (\varepsilon m + \tau m) = L \quad (1)$$

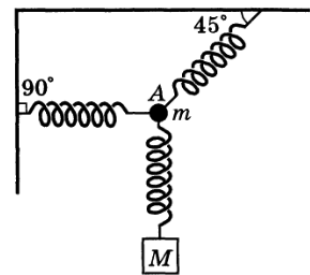
ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 1995) К потолку с помощью лёгкой нити и двух невесомых пружин подвешены грузы массами m_1 , m_2 и m_3 (см. рисунок). Система покоится.



- 1) Определить силу натяжения нити.
- 2) Определить ускорение (направление и модуль) груза массой m_1 сразу после пережигания нити.

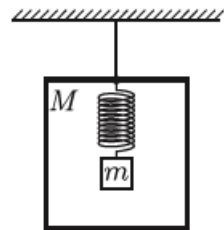
$$L = \int (\varepsilon m + \tau m + \tau m) g \frac{1}{\varepsilon m + \tau m + \tau m} = v (\tau (\varepsilon m + \tau m + \tau m) = L \quad (1)$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) Груз массы M и шарик массы m висят на трёх невесомых пружинах одинаковой жёсткости (рис.). Верхняя пружина отрывается от шарика в точке A . Определите ускорение \vec{a} (модуль и направление) шарика в начальный момент после отрыва.



$$v = \tau b \frac{u}{m + M}$$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2008, 9) Коробка массой M подвешена на нитке к потолку комнаты (см. рисунок). Внутри коробки на лёгкой пружине подвешен груз массой m . Нитку пережигают. Найдите ускорения груза и коробки сразу после пережигания нити. Ускорение свободного падения равно g .



$$v = \tau b \frac{M}{m + M} = v$$

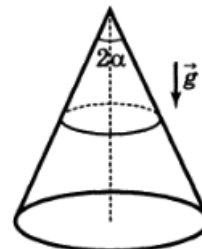
ЗАДАЧА 16. («Курчатов», 2016, 9) Пружина расположена вдоль оси X . Один из концов пружины закреплён. Для перемещения второго конца пружины из положения с координатой a в положение с координатой b потребовалось совершить работу A . Для перемещения этого же конца пружины из положения с координатой $2a$ в положение с координатой $2b$ потребовалось совершить работу $1,5A$. Какая работа потребуется для перемещения этого же конца пружины из положения $3a$ в положение $3b$?

$$1,5A$$

Задача 17. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Тонкое кольцо радиусом R сделано из материала плотностью ρ и модулем Юнга E . На сколько изменится длина окружности кольца, если его закрутить вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости кольца с угловой скоростью ω ? Изменения длины считать малыми.

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\rho \omega^2 R^2}{E}$$

Задача 18. (Всеросс., 1997, финал, 10) Из тонкого шнура массой m с коэффициентом упругости k сделано кольцо радиусом r_0 . Кольцо надевают на прямой круговой конус с углом при вершине 2α (рис.). Ось конуса вертикальна, его поверхность гладкая. Найдите радиус r кольца, находящегося на конусе. До какой угловой скорости ω надо раскрутить кольцо вместе с конусом вокруг оси конуса, чтобы радиус кольца, находящегося на конусе, стал $2r$?



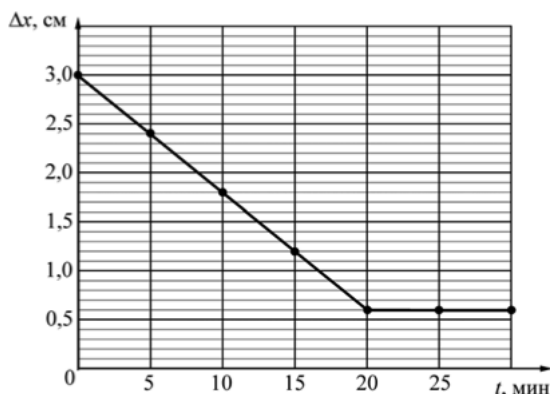
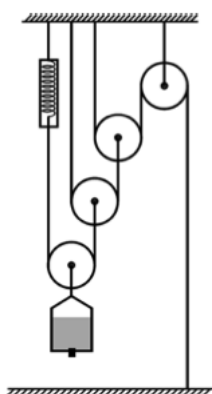
$$\frac{m}{2\pi r} \omega^2 r^2 = \frac{m}{2\pi r_0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 + 0 = \Delta L$$

Задача 19. (МОШ, 2013, 10) Проводя опыты с верёвкой, школьник Вася обнаружил, что её удлинение пропорционально растягивающей силе, причём при силе натяжения $F_0 = 4$ кН удлинение составляет 20% от начальной длины. Вася закрепил концы верёвки на стволах двух деревьев, расположенных на расстоянии $L = 20$ м друг от друга на разных берегах реки. Верёвка оказалась на высоте $0,1L = 2$ м над водой. Груз какой максимальной массы можно прикрепить к середине верёвки, чтобы он в положении равновесия не оказался в воде? Решите задачу в двух случаях:

- (а) длина ненатянутой верёвки равна L ;
 - (б) верёвка вначале натянута с силой $F_0/3$, то есть длина ненатянутой верёвки меньше L .
- Размерами груза можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

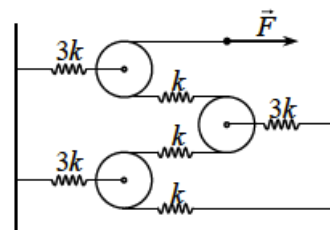
$$\Delta L = \frac{F_0}{E} \Delta L \approx \frac{m}{2\pi r} \omega^2 r^2 \approx \frac{m}{2\pi r} \omega^2 r^2$$

Задача 20. (МОШ, 2013, 10) На лабораторной работе по физике отличнику Грише и красавице Арише с помощью системы блоков, изображённой на рисунке, требовалось измерить массу воды, налитой в сосуд, который сам был нелёгким. К одной из нитей Гриша прикрепил динамометр, жёсткость пружины которого была известна и равна 1000 Н/м . Гриша налил воды в сосуд и аккуратно измерил удлинение пружины. В этот момент Ариша случайно задела небольшую пробку в дне сосуда и, вооружившись тряпкой, стала ликвидировать растекающуюся по столу воду. Гришу же заинтересовало совсем другое явление — он стал записывать значения удлинения пружины, поглядывая на часы. Используя график, получившийся у ребят, определите, сколько граммов воды в секунду вытекало из сосуда.



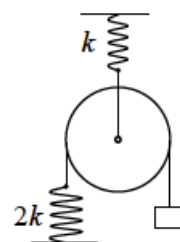
4 г/с

Задача 21. («Росатом», 2017, 8–9) Три одинаковые пружины с коэффициентами жёсткости k связаны кусками невесомой нерастяжимой нити. Полученная нить переброшена через три невесомых блока, привязанных к вертикальным стенам с помощью одинаковых пружин с коэффициентами жёсткости $3k$ (см. рисунок). На конец нити действуют силой F . Насколько переместится при этом конец нити?



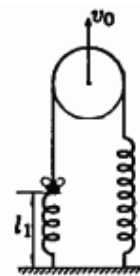
$$\frac{\Delta L}{L} = x$$

Задача 22. («Росатом», 2016, 9–10) Через блок, прикреплённый к потолку с помощью пружины, перебросили верёвку. К одному концу верёвки прикрепили тело массой m , к другому пружину, второй конец которой закреплён на полу (см. рисунок). Коэффициенты жёсткости пружин равны k и $2k$. На сколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины недеформированы? Массой блока пренебречь.



$$\frac{\Delta \tau}{\tau_{\text{ннб}}} = x$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 2002, ОЭ, 9) Однородную пружину длины L разрезали на две части, одна из которых имеет длину l_1 . Из получившихся кусков пружины, нерастяжимой нити и подвижного блока собрали систему (рис.). На верхний конец пружины длиной l_1 села муха Цокотуха. В некоторый момент времени блок начали поднимать вертикально вверх со скоростью v_0 . С какой скоростью стала подниматься сидящая на конце пружины муха Цокотуха? Трения в блоке нет. Вес мухи Цокотухи, нити, пружины и блока можно не учитывать.



$$\frac{7}{17} 0 \alpha z = \tau \alpha$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2006, ОЭ, 10) К невесомой пружине, имеющей 500 витков, подвесили груз, в результате чего она удлинилась на $x_0 = 10$ см. Затем груз убрали и нерастяжимыми нитями связали виток №100 с витком №300, а виток №200 с витком №400 (рис.). Длина каждого куска нити равна длине участка пружины между связываемыми витками в свободном состоянии. На какую величину x удлинится пружина при наличии нитей, если к ней подвесить тот же груз?

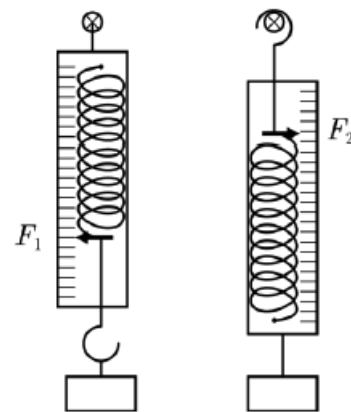


$$\text{ко } \frac{\varepsilon}{\overline{\Gamma}} = 0x \frac{\varepsilon \Gamma}{L} = x$$

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2009, РЭ, 10) Три одинаковые длинные «резинки», которые при растяжении подчиняются закону Гука, уложили параллельно друг другу и совместили концы, которые с одной стороны связали узлом. Два свободных конца взял в руки Вася, а третий свободный конец — Петя. Вася, держа концы резинок, бежит на север со скоростью 8 м/с, а Петя, держа свою резинку, бежит на восток со скоростью 9 м/с. В тот момент, когда резинки выпрямились и совсем немного растянулись, они расположились в направлении «восток–запад». С какой по модулю скоростью двигался в этот момент узел?

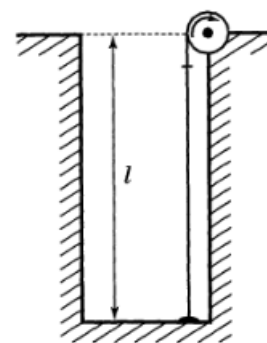
$$\text{с/м } \xi$$

Задача 26. (МОШ, 2018, 11) У Васи есть два совершенно одинаковых динамометра с очень лёгкими пружинами и массивными корпусами. Эти динамометры не отградуированы, но оба имеют шкалы с линейной зависимостью показаний от растяжения пружины. Если к крючку пружины динамометра подвесить груз с известной массой m , и держать динамометр за корпус вертикально, то динамометр показывает некоторое значение F_1 (см. рисунок). Если прикрепить тот же груз к корпусу динамометра и удерживать динамометр с грузом в вертикальном положении за крючок пружины, то динамометр показывает другое значение F_2 (причём $F_2 > F_1$). Вася привязал другой груз с неизвестной массой M между двумя динамометрами, и держит сверху эту конструкцию за её наивысшую точку так, что динамометры занимают вертикальное положение. При этом верхний динамометр показывает значение F_3 , а нижний динамометр показывает значение F_4 . Основываясь на результатах проведённых измерений, Вася вычислил массу M груза. Чему может быть равна эта масса M , если все четыре упомянутых показания динамометров различны и не равны нулю? Крючок пружины ненагруженного динамометра выступает за пределы его корпуса.



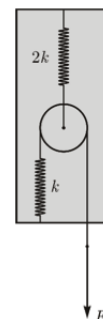
$$m \frac{F_2 - F_1}{F_2 - F_1}, m \frac{F_2 - F_1}{F_2 - F_1}, m \frac{F_2 - F_1}{F_2 - F_1}, m \frac{F_2 - F_1}{F_2 - F_1}$$

Задача 27. (Всеросс., 1993, ОЭ, 10) На дне колодца лежит небольшого размера груз массы m , привязанный к невесомому упругому шнуру. Другой конец шнура прикреплен к оси колодезного ворота, а на самом шнуре сделана метка (рис.). В начальный момент времени шнур не провисает и не растянут. Затем ворот начинают вращать, наматывая шнур на ось. Какую работу нужно совершить, чтобы оторвать груз от дна колодца? В начальный момент длина шнура равна l , а метка на шнуре находится на расстоянии $0,9l$ от дна колодца. Известно также, что шнур, наматываясь на ворот, не проскальзывает по нему, а метка в момент отрыва груза от дна колодца оказывается на оси ворота.



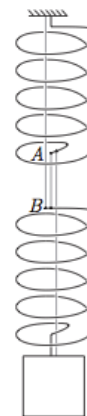
$$16m \frac{9l}{l} = V$$

Задача 28. (Всеросс., 2015, РЭ, 10) Внутри чёрного ящика находятся две лёгкие пружины с жесткостями k и $2k$, связанные лёгкой нерастяжимой нитью, и лёгкий подвижный блок (см. рисунок). В начальном состоянии внешняя сила $F = 6$ Н, приложенная к свободному концу нити, обеспечивает деформацию нижней пружины $x = 1$ см. Какую минимальную работу должна совершить внешняя сила, чтобы сместить вниз свободный конец нити ещё на x ?



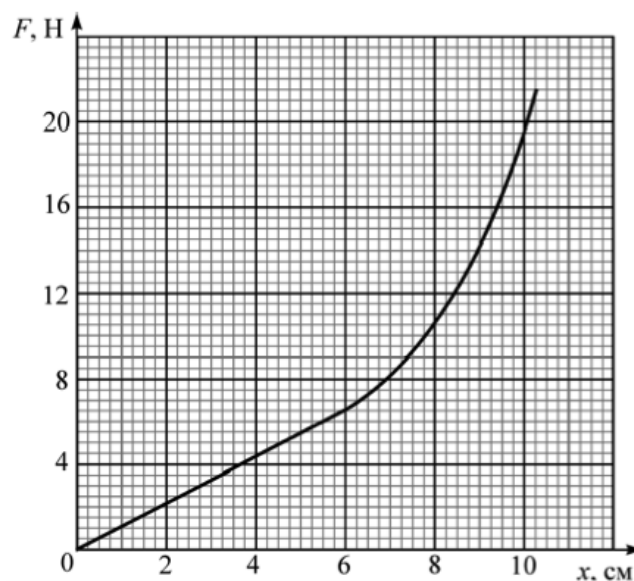
$$ЖП 10'0 = x_H \frac{9}{l} = V$$

Задача 29. (Всеросс., 2014, РЭ, 10) На двух лёгких одинаковых пружинах, соединённых нитью AB , висит груз массы m . Жёсткость каждой пружины равна k . Между витками пружины протянули ещё две нити: одну прикрепили к потолку и к верхнему концу B нижней пружины, а вторую — к грузу и нижнему концу A верхней пружины (см. рисунок). Эти две нити не провисают, но и не натянуты. Нить AB перерезали. Через некоторое время система пришла к новому положению равновесия. Найдите изменение потенциальной энергии системы.



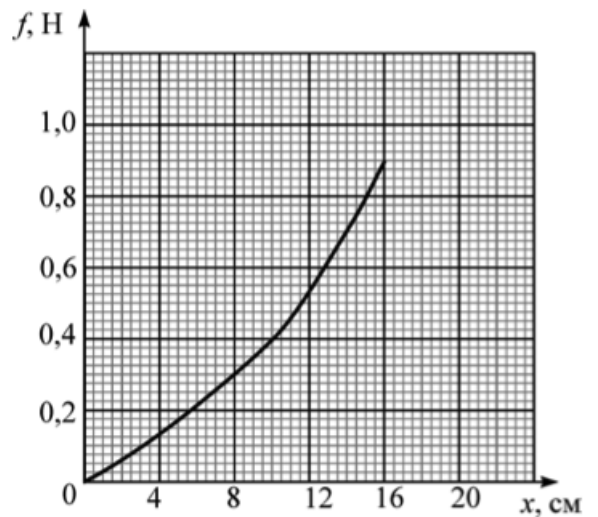
$$\frac{\Delta U}{z^{(bii)}} = M \nabla$$

Задача 30. (МОШ, 2012, 2014, 10) На рисунке показан график зависимости модуля силы F растяжения пружины от её удлинения x (при больших деформациях пружина не подчиняется закону Гука). Пружину прикрепляют одним концом к потолку. К другому концу пружины, не деформируя её, аккуратно подвешивают груз массой $m = 650$ г, после чего отпускают груз без начальной скорости. Оцените, на какую максимальную длину растянется пружина. Трением и массой пружины пренебречь, ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².



$$x_0 \approx 10 \text{ cm}$$

Задача 31. (МОШ, 2012, 11) Резиновый жгут и пружина в нерастянутом состоянии имеют одинаковые длины. Коэффициент жёсткости пружины равен $k = 4 \text{ Н/м}$. График зависимости модуля f силы растяжения жгута от его удлинения x приведён на рисунке. Пружина и жгут очень лёгкие. Пружину подвешивают за один из концов к потолку, а к её второму концу прикрепляют конец жгута (при этом пружина и жгут оказываются соединёнными последовательно).



1) К свободному нижнему концу жгута прикладывают направленную вниз силу с модулем $F = 0,7 \text{ Н}$. На какую суммарную величину X растянутся пружина и жгут?

2) Найдите массу m груза, который нужно подвесить к свободному нижнему концу жгута, чтобы суммарное удлинение системы в положении равновесия было равно $L = 20 \text{ см}$.

3) Оцените энергию E , которая будет запасена в жгуте при подвешивании к его свободному нижнему концу покоящегося груза найденной выше массой m .

4) Груз этой массой m , подвешенный к свободному нижнему концу жгута, заставили свободно колебаться с амплитудой $A = 2 \text{ мм}$ вокруг положения равновесия. Пренебрегая трением, оцените, чему будет равен период таких колебаний груза.

При решении задачи считайте, что ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) $X = 31,5 \text{ см}$; 2) $m = 40 \text{ г}$; 3) $E = 18 \pm 2 \text{ мДж}$; 4) $T = 0,84 \pm 0,05 \text{ с}$