

Сферический слой

Объём шара радиуса r равен $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, площадь поверхности сферы $S = 4\pi r^2$.

ЗАДАЧА 1. Покажите, что $(1+x)^3 \approx 1+3x$ при $x \ll 1$.

ЗАДАЧА 2. (*Арбузная корка*) Имеются две концентрические сферы радиусов r и $r + \Delta r$. Покажите, что при условии $\Delta r \ll r$ объём слоя, заключённого между этими сферами, приближённо равен $4\pi r^2 \Delta r$.

ЗАДАЧА 3. Когда резиновый детский мяч плавает на поверхности воды, под водой находится 5% его объёма. Найдите толщину стенки мяча. Радиус мяча $R = 25$ см, плотность резины $\rho = 1,1$ г/см³, плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³.

$$\frac{dV}{V} \approx \frac{d\rho}{\rho} = \eta$$

ЗАДАЧА 4. (*МФТИ, 1991*) Резиновый шарик массой $m = 2$ г надувается гелием при температуре $t = 17^\circ\text{C}$. По достижении в шарике давления, равного 1,1 атм, он лопается. Какая масса гелия была в шарике, если перед тем, как лопнуть, он имел сферическую форму? Известно, что резиновая плёнка рвётся при толщине $\Delta = 2 \cdot 10^{-3}$ см. Плотность резины $\rho = 1,1$ г/см³, молярная масса гелия $\mu = 4$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

$$\frac{dV}{V} = \left(\frac{\nabla p}{\rho}\right) \frac{d\rho}{\rho} = \eta$$

ЗАДАЧА 5. (*МФТИ, 1997*) По некоторым оценкам масса озона (O_3) в атмосфере Венеры составляет $\alpha = 10^{-5}\%$ от массы всей атмосферы. Какой толщины слой образовал бы озон, если бы он собрался вблизи поверхности планеты и имел бы при этом температуру и давление, равные температуре и давлению атмосферы у поверхности Венеры? Ускорение свободного падения у поверхности Венеры $g = 8,2$ м/с², температура атмосферы $T = 800$ К.

$$\frac{dV}{V} \approx \frac{\delta\rho}{\rho} = \eta$$