

## Равноускоренное движение

Движение с постоянным (как по модулю, так и по направлению) ускорением описывается следующими зависимостями скорости и координаты от времени:

$$v = v_0 + at, \quad (1)$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}. \quad (2)$$

Важно понимать, что  $v$ ,  $v_0$  и  $a$  — это *проекции* векторов скорости, начальной скорости и ускорения на выбранную ось  $x$ ; они могут быть как положительными, так и отрицательными. Величина  $s = x - x_0$  есть *проекция* вектора перемещения на ось  $x$ ; из (2) имеем тогда

$$s = v_0t + \frac{at^2}{2}. \quad (3)$$

**ЗАДАЧА 1.** («Росатом», 2011, 8) Автобус проехал мимо остановки, двигаясь со скоростью 2 м/с. Пассажир в течение 4 секунд стоял и ругался, а потом побежал догонять автобус. Начальная скорость пассажира равна 1 м/с. Ускорение его постоянно и равно 0,2 м/с<sup>2</sup>. Через какое время после начала движения пассажир догонит автобус?

$$t \approx 15,2 \text{ с}$$

**ЗАДАЧА 2.** Тело, имея некоторую начальную скорость, движется равноускоренно. За время  $t$  тело прошло путь  $s$ , причём его скорость увеличилась в  $n$  раз. Найти ускорение тела.

$$a = \frac{v^2}{s} \frac{n^2 - 1}{n^2}$$

**ЗАДАЧА 3.** (Всеросс., 2017, ШЭ, 9) Автомобиль, движущийся по прямому шоссе со скоростью  $v_0 = 72$  км/ч, начиная обгон, разгоняется с постоянным ускорением. Найдите модуль скорости автомобиля через время  $t = 10$  с разгона, если за последние две секунды движения он прошёл путь  $s = 58$  м. Определите также модуль ускорения  $a$  автомобиля.

$$v = v_0 + at = 72 + 0,2 \cdot 10 = 74 \text{ км/ч}$$

**ЗАДАЧА 4.** (МОШ, 2017, 9) Автомобиль трогается с места и разгоняется с некоторым постоянным ускорением  $a_1$ . По достижении скорости  $v = 72$  км/ч автомобиль начинает тормозить с некоторым постоянным ускорением  $a_2$  до полной остановки. Найти путь, пройденный автомобилем, если суммарное время разгона и торможения  $\tau = 10$  с.

$$s = \frac{v^2}{2a_1} + \frac{v^2}{2a_2} = s$$

**ЗАДАЧА 5.** («Росатом», 2015, 9) Автомобиль начинает двигаться из состояния покоя и за десятую секунду проходит путь  $s = 10$  м. Найдите величину ускорения автомобиля.

$$s = \frac{at^2}{2} = 10 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 6. («Росатом», 2017, 9) Два тела, расстояние между которыми  $l$ , начинают двигаться одновременно в одном направлении: первое — из состояния покоя равноускоренно с ускорением  $a$ , второе, догоняющее первое, — равномерно со скоростью  $v$ . При каком минимальном значении  $v$  второе тело догонит первое?

$$\boxed{v \geq \sqrt{2al}}$$

ЗАДАЧА 7. («Росатом», 2012, 9) На железнодорожной платформе у начала шестого вагона покоящегося поезда стоял пассажир. Поезд тронулся с места и далее двигался равноускоренно. При этом оказалось, что десятый вагон поезда проезжал мимо пассажира в течение времени  $\tau$ . В течение какого времени будет проезжать мимо пассажира тринадцатый вагон? Вагоны поезда перенумерованы по порядку с начала поезда и имеют одинаковую длину. Пассажир неподвижен.

$$\boxed{\frac{3\tau^2 - 2\tau^2}{2\tau^2 - \tau^2} = 1.5}$$

ЗАДАЧА 8. («Росатом», 2011, 11) Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло расстояние  $s$  за время  $\tau$ . Какую скорость имело тело в тот момент, когда оно прошло третью часть этого расстояния?

$$\boxed{\frac{2s}{3\tau} = v}$$

ЗАДАЧА 9. Исключив время  $t$  из соотношений (1) и (3), получите формулу

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

ЗАДАЧА 10. Тело, разгоняясь с постоянным ускорением, изменяет свою скорость от  $v_1$  до  $v_2$ . Найдите среднюю скорость тела за это время.

$$\boxed{\frac{v_1 + v_2}{2} = v_{\text{ср}}}$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2012, 9–10) Имевшая начальную скорость  $v_0 = 3$  м/с точка остановилась в результате равноускоренного торможения. Найдите её скорость  $v$  на половине пути.

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{v_0^2}{2}} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}}$$

ЗАДАЧА 12. Тело, имея начальную скорость  $v_0$ , двигалось равноускоренно и приобрело, пройдя некоторое расстояние, скорость  $v$ . Какова была скорость тела на половине этого расстояния?

$$\boxed{\sqrt{\frac{v_0^2 + v^2}{2}}} = v_{\text{ср}}$$

ЗАДАЧА 13. (МФТИ, 2006) Электричка тормозит с постоянным ускорением до полной остановки. Тормозной путь составил 50 м, а скорость на середине тормозного пути была 10 м/с. Сколько времени продолжалось торможение?

$$\boxed{t = \frac{2s}{v} = 10 \text{ с}}$$

Задача 14. (МФТИ, 2006) Автобус тормозит с постоянным ускорением  $1 \text{ м/с}^2$  до полной остановки. Определите тормозной путь, если его вторая половина была пройдена за  $5 \text{ с}$ .

$$v \text{ гз} = z^{10} = s$$

Задача 15. («Росатом», 2017, 11) Тело движется с постоянным ускорением  $a$  из некоторой точки. Известно, что начальная скорость тела не равна нулю, и когда тело прошло путь  $S$  после начала движения, его скорость увеличилась в 2 раза по величине по сравнению с начальной скоростью, но стала ей противоположной. Через какое время после этого скорость тела возрастет ещё в 2 раза?

$$\frac{v_0}{S^2} \Lambda = \perp$$

Задача 16. («Росатом», 2013, 11) Товарный поезд, двигаясь с постоянным ускорением, въезжает в туннель со скоростью  $v_0$ . Известно, что первый вагон пробыл в туннеле в два раза дольше, чем последний. Какую скорость имел поезд в тот момент, когда целиком выехал из туннеля, если известно, что его длина равна длине туннеля? Длиной вагона по сравнению с длиной всего поезда пренебречь.

$$0a_L = a$$

Задача 17. (МОШ, 2015, 9) Школьница Варвара изучает равноускоренное движение бруска по наклонной плоскости вдоль оси  $x$ . С помощью специальных датчиков она исследует, в какие моменты времени  $t$  от начала движения передняя грань бруска проходит через точки с различными координатами  $x$ . Результаты измерений Варвара внесла в таблицу.

$x, \text{ см}$	10	20	30	40
$t, \text{ с}$	0,26	0,37	0,45	0,52

Погрешность измерения координаты составляет  $0,1 \text{ см}$ , точность показаний электронного секундомера  $0,01 \text{ с}$ . Брусок начинает двигаться без начальной скорости.

1) Каким может быть модуль ускорения бруска при движении по данной наклонной плоскости?

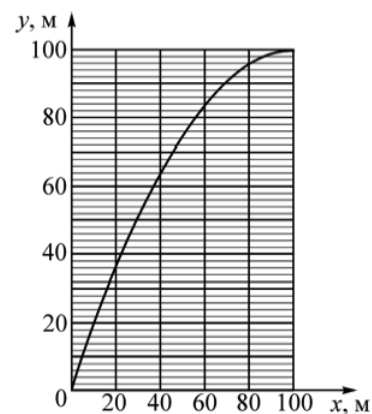
2) Какой результат можно получить при измерении координаты передней грани бруска в момент его остановки (из-за препятствия на наклонной плоскости), если секундомер в этот момент показал  $0,69 \text{ с}$ ?

$$2,2 \text{ м/с}^2 \leq a \leq 3,23 \text{ м/с}^2; 64,6 \text{ см} \leq x \leq 77,2 \text{ см}$$

Задача 18. (МОШ, 2016, 9) У вертикально стартующей ракеты есть два двигателя. Двигатели могут включаться по очереди, но на одинаковое время. Один может сообщить ей ускорение  $\vec{a}$  относительно земли, а второй — ускорение  $2\vec{a}$  относительно земли. В какой последовательности следует включать двигатели (сначала мощный, а затем сразу же слабый, или наоборот), чтобы к моменту прекращения их работы ракета переместилась на наибольшее расстояние?

$$\text{Сначала мощный}$$

Задача 19. (МОШ, 2012, 9) Лодка отплыла от берега реки, текущей со скоростью, постоянной по всей ширине реки. В системе отсчета, связанной с водой, лодка всё время двигалась перпендикулярно берегу, причём движение было равнозамедленным, с начальной скоростью 2 м/с. На рисунке изображён вид сверху на траекторию лодки в системе отсчета, связанной с берегом реки. Ось  $x$  направлена вдоль берега реки, ось  $y$  — перпендикулярно берегу. Определите скорость течения реки и модуль ускорения лодки.



$$\boxed{1 \text{ м/с}; 0,02 \text{ м/с}^2}$$

Задача 20. (МОШ, 2014, 10) Хоккеист Андрей находится на длинной ледяной дорожке. Он сообщает шайбе стартовую скорость  $u$ . Некоторое время шайба движется с этой скоростью. На дорожке имеется шероховатый участок длиной 1 м, после прохождения которого шайба движется с меньшей скоростью  $v$ . Андрей обнаружил, что при  $u = 2,83$  м/с конечная скорость  $v = 2$  м/с.

А) Шайбу запустили со скоростью 5,29 м/с. Какую скорость она будет иметь после прохождения двух шероховатых участков длиной 1 м? Ответ представьте в м/с и округлите до сотых.

В) Шайбу запустили со скоростью 4,9 м/с. Какую скорость она будет иметь после прохождения шероховатого участка длиной 3 м? Ответ представьте в м/с и округлите до сотых.

С) Шайбу запустили со скоростью 5,66 м/с, она попала на длинный шероховатый участок дорожки. Сколько метров пройдёт шайба до остановки? Ответ округлите до целых.

$$\boxed{\text{А) } 4,47; \text{ В) } 3,46; \text{ С) } 8}$$

Задача 21. (Всеросс., 2016, РЭ, 9) Автомобиль, едущий со скоростью  $v_0$ , в некоторый момент начинает движение с таким постоянным ускорением, что за время  $\tau$  пройденный им путь  $s$  оказывается минимальным. Определите этот путь  $s$ .

$$\boxed{s = v_0 \tau (1 - \sqrt{2})}$$

Задача 22. (Всеросс., 2005, финал, 9) Поезд метро проходит расстояние  $S$  между станциями, разгоняясь с ускорением  $a$  до середины перегона и тормозя с таким же по модулю ускорением на второй половине пути. В какой момент времени  $\tau$  от начала движения средняя скорость  $\bar{v}$  поезда на пройденном участке пути максимальна? Найдите это максимальное значение  $\bar{v}_{\max}$  и расстояние  $l$  от начала пути, на котором оно достигается.

$$\boxed{\tau = \sqrt{\frac{2S}{a}}; \bar{v}_{\max} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}; l = \frac{S}{2}}$$

Задача 23. (Всеросс., 2015, финал, 9) Машинист настроил бортовой компьютер электрички так, чтобы он показывал среднюю скорость  $v$  на участке, пройденном между соседними опорами, поддерживающими контактный провод. Расстояния между любыми двумя соседними опорами одинаковы. Электричка отправляется с платформы «Новодачная» и разгоняется с постоянным ускорением. Через некоторое время машинист увидел, что компьютер показывает скорость  $v_1 = 20$  км/ч. На следующем участке скорость оказалась  $v_2 = 30$  км/ч. Какой была мгновенная скорость  $u$  электрички на границе между первым и вторым участками?



$$v_1/v_2 = \frac{v_1 + \frac{1}{2}a}{v_2 + \frac{1}{2}a} = n$$

Задача 24. (Всеросс., 2014, финал, 9) Гонимый автомобиль (болид) преодолевает контрольный прямолинейный участок трассы со средней скоростью  $v_{\text{ср}}$ , причём на всём этом участке он движется в одну и ту же сторону равноускоренно. Вычислите максимально и минимально возможные скорости болида ( $v_{\text{max}}$  и  $v_{\text{min}}$  соответственно) в середине контрольного участка трассы.

$$v_{\text{max}} = \sqrt{2} v_{\text{ср}}, \quad v_{\text{min}} = \frac{v_{\text{ср}}}{\sqrt{2}}$$