

## Вычисление сопротивлений

### Содержание

1	Удельное сопротивление . . . . .	1
2	Последовательное и параллельное соединение . . . . .	1
3	Преобразование схем . . . . .	4
4	Сбалансированный мост . . . . .	5
5	Схемы с симметрией . . . . .	6
6	Помогает закон Ома . . . . .	9
7	Треугольник и звезда . . . . .	11
8	Наложение цепей. Бесконечные сетки . . . . .	12
9	Бесконечные цепочки . . . . .	13
10	Разные задачи . . . . .	15

### 1 Удельное сопротивление

ЗАДАЧА 1. («Росатом», 2011, 11) Имеются две бухты проволоки, изготовленной из одного и того же металла. Масса первой бухты равна  $m$ , второй —  $2m$ . Диаметр проволоки из первой бухты равен  $d$ , второй —  $2d$ . Найти отношение сопротивлений проволок из первой и второй бухт.

8

### 2 Последовательное и параллельное соединение

ЗАДАЧА 2. (МОШ, 2014, 9–10) Имеются 10 резисторов сопротивлением 1 кОм. Нарисуйте схему электрической цепи, сопротивление которой как можно ближе к 1,7 кОм. Укажите на рисунке два вывода цепи, которые будут подсоединяться к прибору для измерения сопротивлений. Чему равно сопротивление Вашей цепи?

Есть пример цепи с сопротивлением точно 1,7 кОм  $(1 + 1/2 + 1/5 = 17/10)$

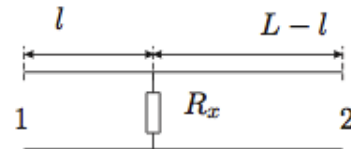
ЗАДАЧА 3. («Курчатов», 2016, 8) В лаборатории есть два куска медной проволоки одинакового поперечного сечения. Сопротивление этих кусков, соединённых последовательно, в 6,25 раза больше сопротивления этих же кусков, соединённых параллельно. Найдите отношение длин этих кусков проволоки.

4

ЗАДАЧА 4. («Росатом», 2013, 11 и 2015, 10) Источник напряжения с нулевым внутренним сопротивлением присоединяют к двум соседним вершинам проволочной рамки в форме правильного  $n$ -угольника. Затем тот же источник присоединяют к вершинам рамки, расположенным через одну. При этом ток через источник уменьшается в  $k = 1,5$  раза. Найти число сторон  $n$ -угольника.

$n = \frac{4-k}{k-1} = 5$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2004, финал, 9) В некоторой точке двухпроводной телефонной линии неизвестной длины  $L$  произошло повреждение, в результате которого между проводами появилось сопротивление утечки  $R_x$  (рис.). К обоим концам линии прибыли операторы, имеющие в своем распоряжении приборы для измерения сопротивлений (омметры). Они замерили сопротивления линии при разомкнутых ( $R_1$  и  $R_2$ ) и закороченных ( $r_1$  и  $r_2$ ) противоположных концах линии и получили следующие значения:

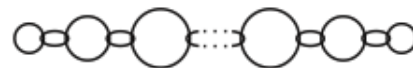


$$R_1 = 4,0 \text{ Ом}, \quad R_2 = 8,0 \text{ Ом}, \\ r_1 = 3,5 \text{ Ом}, \quad r_2 = ?$$

Из-за нарушения мобильной связи оператор на правом конце не успел передать оператору на левом конце линии, который должен был выполнить необходимые расчёты, значение сопротивления  $r_2$ . Помогите оператору на левом конце линии определить сопротивление утечки  $R_x$ , расстояние  $l$  до места повреждения, общую длину линии  $L$ , а также восстановить утраченное из-за плохой связи между операторами значение сопротивления  $r_2$ . Погонное сопротивление, то есть сопротивление единицы длины каждого проводника линии,  $\rho = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ Ом/м}$ .

$$R_x = 2,0 \text{ Ом}, \quad l = 7,0 \text{ км}, \quad r_2 = 7,0 \text{ Ом}$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2012, РЭ, 9) Из серебряной проволоки массой  $m = 3,91 \text{ г}$  изготовили кольца разного диаметра, которые соединили в цепочку (см. рисунок). Электрическое сопротивление между концами такой цепочки  $R = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}$ . Вычислите длину цепочки, если известно, что плотность серебра  $d = 10,5 \text{ г/см}^3$ , а удельное сопротивление  $\rho = 1,49 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ .



Диаметр поперечного сечения проволоки много меньше диаметра самого маленького колечка. Цепочка натянута. Электрическим сопротивлением колец в месте контакта можно пренебречь.

$$L \approx \sqrt{\frac{m \rho}{d}} = 7,8 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2018, РЭ, 9) Два цилиндрических проводника разной длины, но одинакового диаметра, изготовлены из меди. Их сопротивления и температуры (в градусах Цельсия) соответственно равны  $R_1, R_2, t_1, t_2$ . Проводники соединяют плоскими гранями. Каким окажется сопротивление составного проводника после того как температуры его частей выровняются? Теплообменом с окружающей средой и тепловым расширением меди пренебречь.



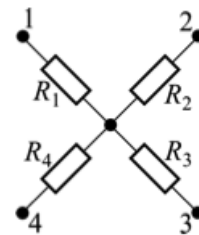
*Примечание:* сопротивление проводника при температуре  $t$  равно

$$R = R_0 (1 + \beta(t - t_0)),$$

где  $R_0$  — сопротивление проводника при  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ ,  $\beta$  — температурный коэффициент сопротивления, причём  $\beta t \ll 1$ .

$$R = R_1 + R_2$$

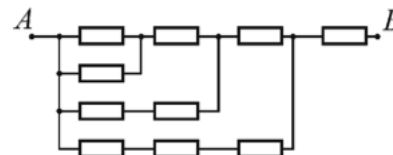
Задача 8. (МОШ, 2011, 9) Схема состоит из четырёх клемм и четырёх различных резисторов, которые имеют один общий вывод, а другим выводом соединены с соответствующей клеммой. Известны сопротивления между клеммами 1–2, 2–3 и 3–4: они равны  $R_{12}$ ,  $R_{23}$  и  $R_{34}$ . Сопротивление между какими клеммами ещё необходимо измерить, чтобы найти номиналы всех резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$ ? Чему они будут равны?



$$R_{12} \leftarrow R_1 = \frac{R_{23} + R_{34} - R_{24}}{2}, R_2 = \frac{R_{12} + R_{23} - R_{13}}{2}, R_3 = \frac{R_{12} + R_{23} - R_{13}}{2}, R_4 = \frac{R_{23} + R_{34} - R_{24}}{2}$$

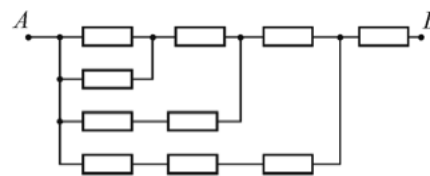
$$R_{13} \leftarrow R_1 = \frac{R_{12} + R_{23} - R_{24}}{2}, R_2 = \frac{R_{12} + R_{23} - R_{13}}{2}, R_3 = \frac{R_{23} + R_{34} - R_{13}}{2}, R_4 = \frac{R_{23} + R_{34} - R_{13}}{2}$$

Задача 9. (МОШ, 2015, 9) Участок  $AB$  электрической цепи, схема которого показана на рисунке, состоит из одинаковых резисторов и проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало. Сопротивление этого участка цепи равно  $R_1 = 730$  Ом. После того, как школьник Вася перерезал один из проводов, сопротивление участка  $AB$  стало равным  $R_2 = 1360$  Ом. В каких точках Вася мог перерезать провод? Укажите две такие точки. Ответ обоснуйте.



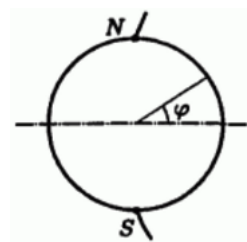
См. конец листа

Задача 10. (МОШ, 2015, 10–11) Участок  $AB$  электрической цепи, схема которого показана на рисунке, состоит из одинаковых резисторов и проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало. Сопротивление этого участка цепи равно  $R_1 = 219$  Ом. После того, как школьник Вася перерезал один из проводов, сопротивление участка  $AB$  стало равным  $R_2 = 255$  Ом. В каких точках Вася мог перерезать провод? Укажите две такие точки. Ответ обоснуйте.



См. конец листа

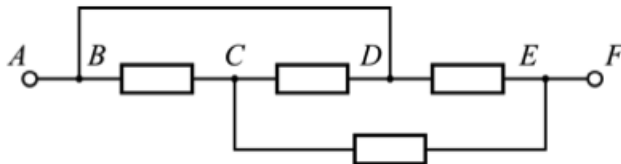
Задача 11. (Всеросс., 2002, ОЭ, 10) Тонкостенная проводящая сфера, радиус которой равен радиусу Земли  $R$ , имеет толщину стенок  $h = 1$  мм (рис.). Определите сопротивление  $r$  сферы между её полюсами  $N$  и  $S$ . Удельное сопротивление материала сферы зависит от географической широты  $\varphi$  по закону  $\rho(\varphi) = \rho_0 \cos \varphi$ , где  $\rho_0 = 0,2$  Ом·см.



$$r = \frac{2R}{\rho_0} = 1 \text{ Ом}$$

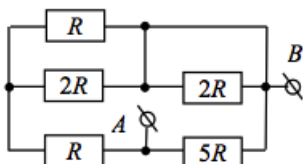
### 3 Преобразование схем

ЗАДАЧА 12. («Курчатов», 2017, 8–9) Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $F$  участка цепи, схема которого показана на рисунке. Все резисторы имеют одинаковое сопротивление  $R = 120$  кОм, сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.



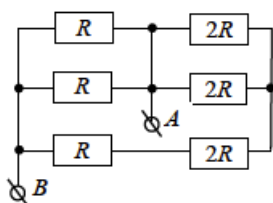
$$R_{AF} = 72 \frac{5}{8} R = 45R$$

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2017, 9) Определите эквивалентное сопротивление участка цепи между контактами  $A$  и  $B$ , если  $R = 4$  кОм.



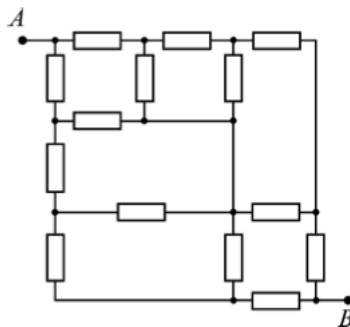
$$R_{AB} = 5 \frac{1}{5} R = R$$

ЗАДАЧА 14. (МОШ, 2017, 10) Определите эквивалентное сопротивление участка цепи между контактами  $A$  and  $B$ , если  $R = 18$  кОм.



$$R_{AB} = 8 \frac{6}{4} R = 12R$$

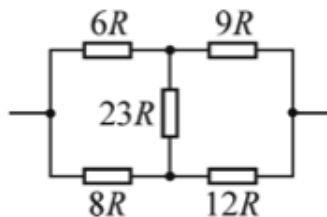
ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2014, 10) Участок  $AB$  электрической цепи состоит из одинаковых резисторов с одинаковыми сопротивлениями  $R$ . Найдите общее сопротивление участка  $AB$ .



$$R_{AB} = 3R/2$$

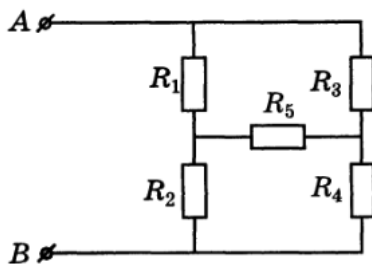
#### 4 Сбалансированный мост

ЗАДАЧА 16. («Курчатов», 2015, 8) Найдите сопротивление участка цепи, схема которого показана на рисунке, если  $R = 7$  Ом.



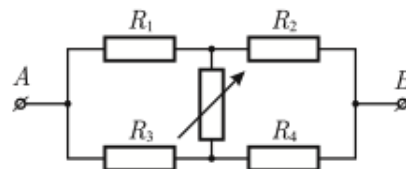
$$R_{09} = \frac{7}{69} R = 0R$$

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) Найдите сопротивление цепи, изображённой на рисунке. Известно, что  $R_1 = 3$  кОм,  $R_2 = 8$  кОм,  $R_3 = 21$  кОм,  $R_4 = 56$  кОм,  $R_5 = 9,625$  кОм.



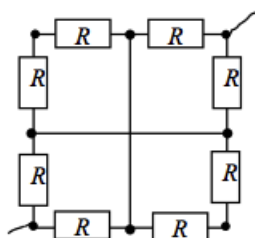
$$R_{AB} = 9,625 \text{ кОм}$$

ЗАДАЧА 18. (МОШ, 2006, 9) Электрическая цепь состоит из трёх резисторов с известными сопротивлениями  $R_1 = 20$  Ом,  $R_2 = 30$  Ом,  $R_4 = 60$  Ом, одного резистора с неизвестным сопротивлением  $R_3$  и одного переменного резистора (см. рис.) При измерении сопротивления  $R_{AB}$  между точками  $A$  и  $B$  этой электрической цепи выяснилось, что оно не зависит от сопротивления переменного резистора. Найдите величины сопротивлений неизвестного резистора  $R_3$  и всей цепи  $R_{AB}$ .



$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_4} = 40 \text{ Ом}; R_{AB} = \frac{(R_1 + R_2) R_4}{R_1 + R_2 + R_4} \approx 33 \text{ Ом}$$

ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2018, 10) Определите общее сопротивление схемы, указанной на рисунке. В центре квадрата провода контакта не имеют.



$$R_x = 8R$$

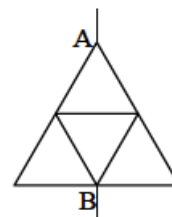
## 5 Схемы с симметрией

ЗАДАЧА 20. Из проволоки сделан каркас куба  $ABCD A' B' C' D'$ . Сопротивление каждого ребра равно  $r$ . Найдите сопротивление куба при подключении к точкам:

- 1)  $A$  и  $C'$ ;
- 2)  $A$  и  $B$ ;
- 3)  $A$  и  $C$ .

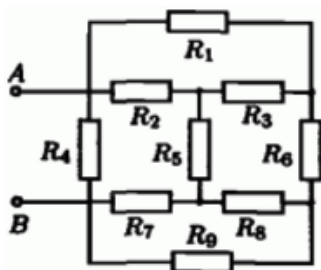
$$1) R_{AC'} = \frac{6}{5}r; 2) R_{AB} = \frac{12}{7}r; 3) R_{AC} = \frac{4}{3}r$$

ЗАДАЧА 21. («Росатом», 2016, 8) Электрическая цепь составлена из двух равносторонних треугольников так, как это показано на рисунке. Внутренний треугольник вдвое меньше внешнего и присоединён к серединам сторон внешнего треугольника. Найти сопротивление цепи, включённой в сеть между точками  $A$  и  $B$ . Известно, что сопротивление сторон большого треугольника равно  $r$ , сопротивление каждого проводника пропорционально его длине.



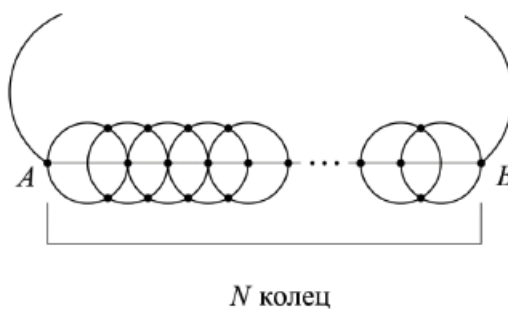
$$R = \frac{12}{5}r$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2002, ОЭ, 9) Найдите сопротивление цепи между точками  $A$  и  $B$  (рис.). Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны  $R = 5$  Ом.



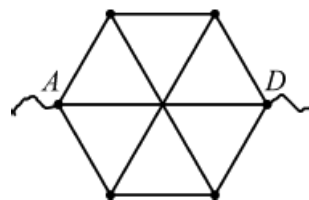
$$R_{AB} = 3 \text{ Ом}$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 2017, РЭ, 9)  $N$  одинаковых колец соединены так, что между всеми точками их пересечения обеспечен электрический контакт (места контактов отмечены жирными точками). Центры всех колец лежат на одной прямой (рис.). Какое сопротивление  $R_{\text{Э}}$  покажет омметр, подключенный к точкам  $A$  и  $B$  этой цепи, если при подключении к диаметрально противоположным точкам уединённого кольца он показывает сопротивление  $R_0$ ? Считать  $N > 3$ .



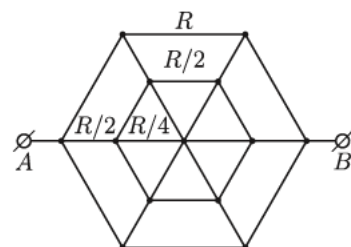
$$R_{\text{Э}} = \frac{6}{8+2N} R_0$$

ЗАДАЧА 24. (МОШ, 2017, 9) Определите сопротивление  $R_{AD}$  между точками  $A$  и  $D$  проволочной сетки, показанной на рисунке. Сопротивление каждого из проводников (вне зависимости от его длины), из которых спаяна сетка, равно  $R$ . Места спайки проводников обозначены точками. В центре сетки электрический контакт отсутствует.



$$R_{AD} = \frac{6}{5} R$$

ЗАДАЧА 25. (МОШ, 2008, 9) Найти сопротивление электрической цепи между точками  $A$  и  $B$  (см. рисунок). Сопротивление стороны большого шестиугольника равно  $R$ , сопротивление стороны малого шестиугольника равно  $R/2$ , сопротивление каждого внутреннего проводника, заключенного между шестиугольниками, равно  $R/2$ , а сопротивление каждого проводника, находящегося внутри малого шестиугольника, равно  $R/4$ .



$$R_{AB} = \frac{13}{20} R$$

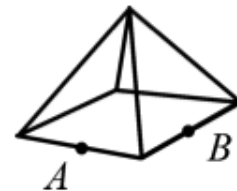
Задача 26. (МОШ, 2012, 9) Из проволоки сделали правильную треугольную пирамиду, все рёбра которой имеют одинаковую длину и сопротивление  $R$ . К серединам двух противоположных взаимно перпендикулярных рёбер подсоединили выводы  $A$  и  $B$  омметра — прибора для измерения сопротивлений. Что покажет омметр?

$$\frac{3R}{4}$$



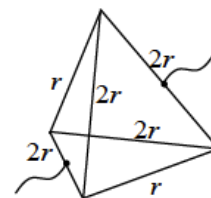
Задача 27. (МОШ, 2012, 10) Из проволоки сделали правильную четырёхугольную пирамиду, все рёбра которой имеют одинаковое сопротивление  $R$ . К серединам двух соседних (перпендикулярных) рёбер основания подсоединили выводы  $A$  и  $B$  омметра — прибора для измерения сопротивлений. Что покажет омметр?

$$\frac{5R}{3}$$

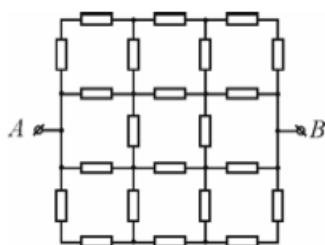


Задача 28. («Росатом», 2016, 10) Из проволоки сделали правильную пирамиду, четыре ребра которой имеют сопротивление  $r$ , а два —  $2r$  (см. рисунок). К серединам сторон, имеющих сопротивление  $2r$ , подключают источник электрического напряжения. Чему равно сопротивление пирамиды?

$$\frac{3}{4}r$$

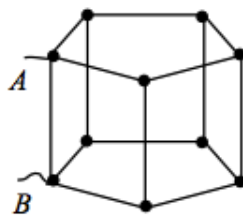


Задача 29. (МОШ, 2014, 11) В схеме, изображенной на рисунке, все резисторы одинаковые и имеют сопротивление  $R$ . Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $B$  этой схемы.



$$R^{13} = \frac{13}{13}R$$

Задача 30. (МОШ, 2018, 11) Определите эквивалентное сопротивление проволочной сетки между узлами  $A$  и  $B$ , если сопротивление каждого проводника равно  $R$ .

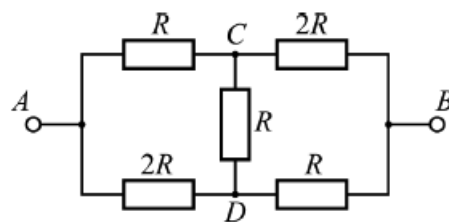


$$R^{16} = \frac{16}{16}R$$



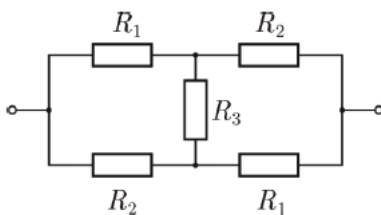
## 6 Помогает закон Ома

ЗАДАЧА 31. («Курчатов», 2017, 10) Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $B$  участка цепи, схема которого показана на рисунке. Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь. Найдите силу тока на участке  $CD$ , если напряжение между точками  $A$  и  $B$  равно  $U$ .



$$\frac{U}{I} = R_{AB}; I_{CD} = \frac{U}{R}$$

ЗАДАЧА 32. (Всеросс., 2016, МЭ, 11) Найдите сопротивление электрической цепи, схема которой изображена на рисунке.  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 30$  Ом.

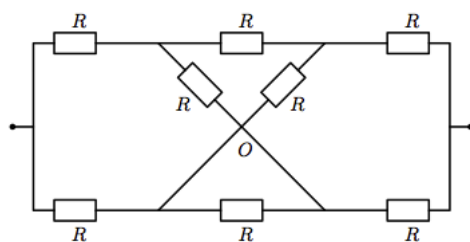


$$R = \frac{2R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1 + R_2 + 2R_3} \approx 14,4 \text{ Ом}$$

ЗАДАЧА 33. (МОШ, 2015, 9–10) Электрическая цепь состоит из одинаковых резисторов сопротивлением  $R = 2,8$  кОм (см. рисунок). Найдите общее сопротивление цепи в двух случаях:

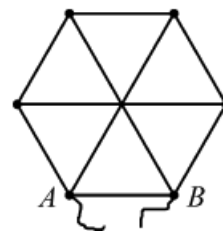
- в точке  $O$  соединения нет;
- в точке  $O$  соединение есть.

Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.



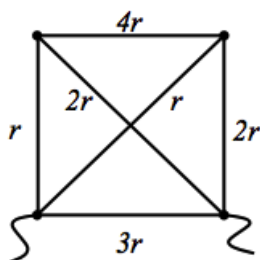
$$\text{а) } R_{AB} = 3,5R = 9,8 \text{ кОм; б) } R_{AB} = 3,2R = 8,96 \text{ кОм}$$

ЗАДАЧА 34. (МОШ, 2017, 10) Определите сопротивление  $R_{AB}$  между точками  $A$  и  $B$  проволочной сетки, показанной на рисунке. Сопротивление каждого из проводников (вне зависимости от его длины), из которых спаяна сетка, равно  $R$ . Места спайки проводников обозначены точками. В центре сетки электрический контакт отсутствует.



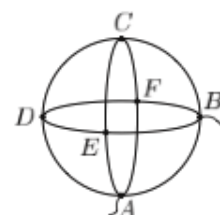
$$R_{AB} = \frac{6}{5}R$$

ЗАДАЧА 35. (МОШ, 2018, 11) Определите общее сопротивление схемы, указанной на рисунке. Диагонали квадрата в центре контакта не имеют.



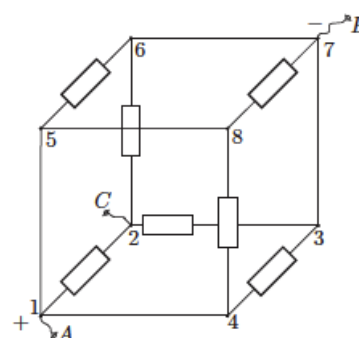
$$r = R$$

ЗАДАЧА 36. (Всеросс., 2010, РЭ, 10) Из трёх проволок, каждая из которых имеет сопротивление  $R = 96 \text{ Ом}$ , сделали три кольца и соединили их в «сферический резистор» так, что длина участка между любыми двумя ближайшими узлами одинакова (см. рисунок). Чему равно сопротивление  $R_{AB}$  конструкции между узлами  $A$  и  $B$ ?



$$R_{AB} = 10 \text{ Ом} = \frac{8R}{5}$$

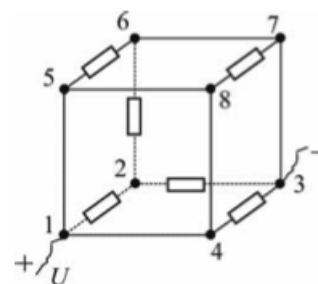
ЗАДАЧА 37. (Всеросс., 2011, финал, 9) В семь рёбер проволочного куба впаяны одинаковые резисторы с сопротивлением  $R$  (рис.). Сопротивление проводников в остальных рёбрах пренебрежимо малы. Между клеммами  $A$  и  $B$  приложено напряжение  $U$ .



- 1) Найдите силу тока  $I_{AB}$  и сопротивление куба  $R_{AB}$  между клеммами  $A$  и  $B$ .
- 2) Определите, в каком из рёбер куба сила тока максимальна и чему она равна.
- 3) Укажите, в каких резисторах выделяется максимальная тепловая мощность и чему она равна.
- 4) Пусть теперь напряжение  $U$  приложено между клеммами  $A$  и  $C$ . Определите силу тока  $I_{AC}$  и сопротивление  $R_{AC}$ .

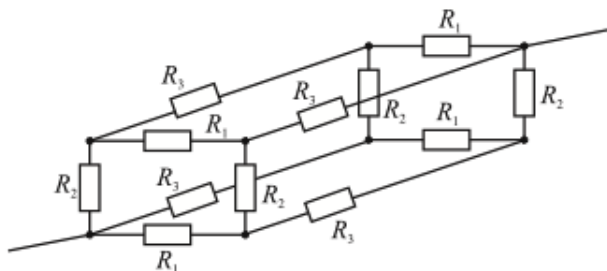
$$R_{AB} = \frac{11}{5} R; I_{AB} = \frac{5}{11} I; R_{AC} = \frac{11}{5} R; I_{AC} = \frac{5}{11} I; P_{max} = \frac{U^2}{2R}; I_{max} = \frac{U}{2R}; P_{max} = \frac{U^2}{2R}; I_{max} = \frac{U}{2R}; P_{max} = \frac{U^2}{2R}; I_{max} = \frac{U}{2R}$$

ЗАДАЧА 38. (МОШ, 2013, 10) В шесть рёбер куба впаяны одинаковые резисторы с сопротивлениями  $R$ , как показано на рисунке. Сопротивления перемычек в остальных рёбрах одинаковы и очень малы. Источник напряжения  $U$  подключён к выводам 1 и 3 куба. Найдите токи, текущие через рёбра куба, и общее сопротивление куба.



$$R_0 = \frac{11}{3} R; \text{токи указаны на рисунке в конце листа}$$

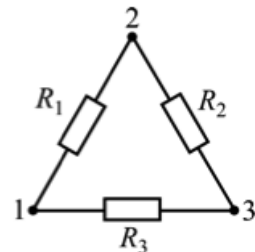
ЗАДАЧА 39. (МОШ, 2006, 10) Двенадцать резисторов спаяны в виде прямоугольного параллелепипеда таким образом, что сопротивления каждого четырёх параллельных ребёр одинаковы и равны соответственно  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  (см. рисунок). Найдите сопротивление этой электрической цепи между точками, лежащими на пространственной диагонали параллелепипеда.



$$\left( R_1 + R_2 + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_3} + \frac{R_1 R_3}{R_2} + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right)^{\frac{1}{2}} = R$$

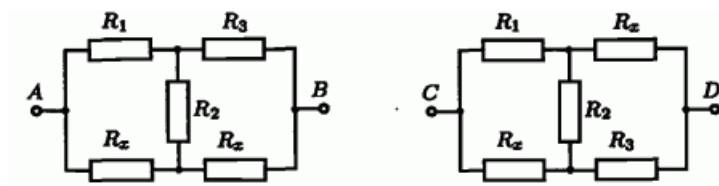
## 7 Треугольник и звезда

ЗАДАЧА 40. (МОШ, 2011, 9) Схема, состоящая из трёх резисторов и трёх клемм, соединённых по схеме «треугольник» (см. рисунок), исследуется следующим образом: две из клемм замыкаются между собой и измеряется сопротивление между двумя замкнутыми клеммами и третьей (свободной). В результате измерений получились сопротивления  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$ . Найдите номиналы резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , из которых состоит схема.

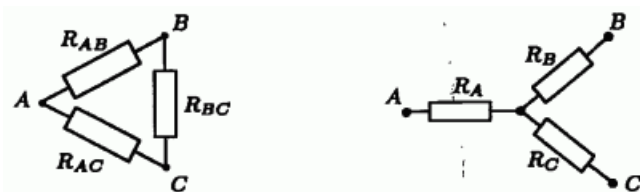


$$R_1 = \frac{2R_a R_b R_c}{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}, R_2 = \frac{2R_a R_b R_c}{R_a R_b + R_a R_c - R_b R_c}, R_3 = \frac{2R_a R_b R_c}{2R_a R_b R_c - R_a R_b - R_a R_c - R_b R_c}$$

ЗАДАЧА 41. (Всеросс., 2003, ОЭ, 9) В электрических цепях (рис.) сопротивление  $R_{AB}$  между зажимами  $A$  и  $B$  и сопротивление  $R_{CD}$  между зажимами  $C$  и  $D$  равны, а сопротивления резисторов  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  — заданы. Найдите все возможные значения сопротивления  $R_x$ . Докажите, что других решений нет.



*Примечание.* Вы можете воспользоваться тем фактом, что для всякой схемы из трёх резисторов, соединённых «треугольником» (нижний левый рисунок), существует эквивалентная схема из трёх резисторов, соединённых «звездой» (нижний правый рисунок).



$$R_x = R_1 R_2 R_3$$

Задача 42. (МОШ, 2011, 10) В  $N$ -полюснике (схеме с  $N$  клеммами) каждая клемма соединена с каждой другой при помощи резистора сопротивлением  $R$  (схема типа «многоугольник»). Известно, что эта схема эквивалентна схеме типа «звезда» с  $N$  клеммами, в которой  $N$  резисторов номиналом  $r$  имеют в центре общий контакт, а другим контактом соединены с соответствующей клеммой (каждый резистор соединен с одной клеммой).

Как связаны друг с другом  $R$  и  $r$ ?

$$r = \frac{R}{N}$$

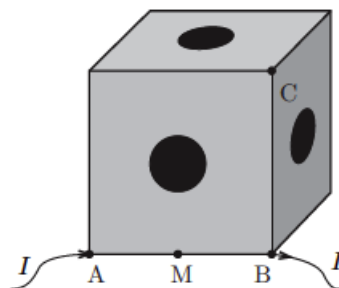
## 8 Наложение цепей. Бесконечные сетки

Задача 43. Дан проволочный каркас куба  $ABCD A' B' C' D'$ . Сопротивление каждого ребра равно 24 Ом. Точки подключения: 1)  $A$  и  $B$ ; 2)  $A$  и  $C$ . По внешнему проводу в обоих случаях течёт ток 1 А.

В каждом из этих случаев, принимая потенциал вершины  $B$  равным нулю, найдите потенциалы остальных вершин куба. Объясните, как получить картину потенциалов второго случая путём наложения двух картин первого случая — и, соответственно, как найти сопротивление куба во втором случае, зная его сопротивление в первом случае.

$$U_A = 14 \text{ В}, U_{C'} = 6 \text{ В}, U_{D'} = 5 \text{ В}, U_{D} = 0 \text{ В}, U_{C} = 0 \text{ В}, U_{B'} = 0 \text{ В}, U_{A'} = 0 \text{ В}, U_B = 0 \text{ В}$$

Задача 44. (Всеросс., 2015, финал, 11) Кубик составлен из шести одинаковых проводящих пластин с просверленными по центру одинаковыми отверстиями. В вершины кубика вставлены одинаковые маленькие хорошо проводящие шарики, к которым можно присоединять провода. Диаметры отверстий таковы, что электрическое сопротивление кубика между его соседними вершинами  $A$  и  $B$  оказалось равным  $R_{AB} = r = 32$  кОм. Если через эти вершины пропустить ток  $I = 1$  мА в направлении, указанном на рисунке, то разность потенциалов между точкой  $M$  (серединой ребра  $AB$ ) и вершиной  $C$  будет равна  $U_{MC} = \varphi_M - \varphi_C = U = 2,0$  В. Определите сопротивление  $R_{AC}$  между точками  $A$  и  $C$ . Как изменятся сопротивления  $R_{AB}$  и  $R_{AC}$ , если, не изменяя толщину пластин, увеличить их размеры и размер отверстий в 2 раза?

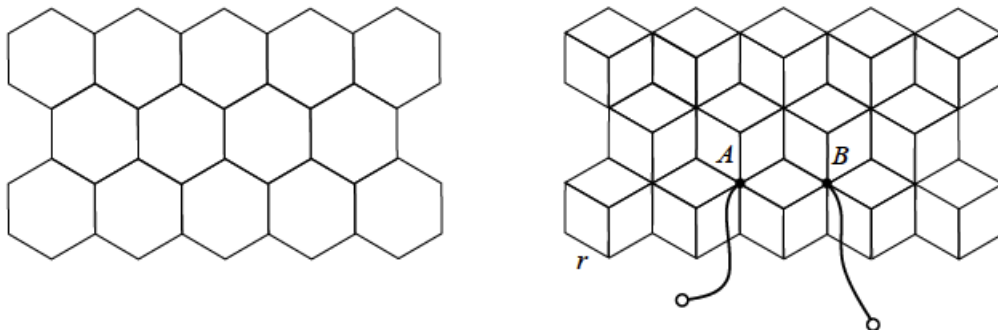


$$R_{AC} = \frac{r}{2} + r = \frac{I}{2I} = 32 \text{ кОм}$$

Задача 45. Дана бесконечная проволочная сетка, составленная из а) квадратов; б) правильных треугольников; в) правильных шестиугольников. Найдите сопротивление этой сетки при подключении к концам одного звена. Сопротивление каждого звена равно  $r$ .

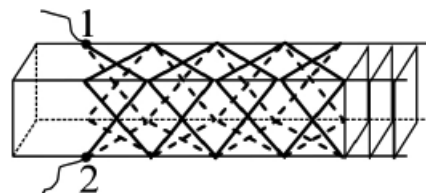
$$R = \frac{r}{2} \text{ а) } \frac{r}{3} \text{ б) } \frac{r}{2} \text{ в) } \frac{r}{3}$$

Задача 46. (МОШ, 2016, 11) В бесконечную проволочную сетку, состоящую из шестиугольников с сопротивлениями каждого ребра  $r$  (см. рисунок слева), добавили проводники с такими же сопротивлениями — так, как показано на рисунке справа (каждую шестиугольную ячейку разделили тремя отрезками проволоки сопротивлением  $r$  каждый на три одинаковых ромба). Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $B$ , показанными на правом рисунке.



$$R_{AB} = r/2$$

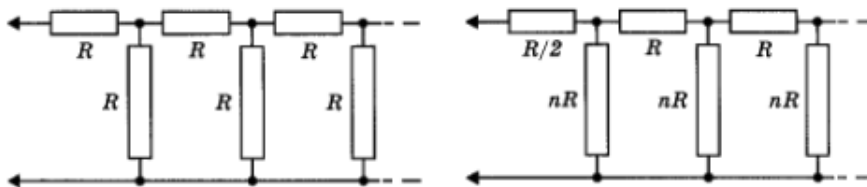
Задача 47. (МОШ, 2010, 11) На длинный (полубесконечный) деревянный брусок намотаны восемь одинаковых длинных проволок, начала которых попарно соединены, как показано на рисунке. Найдите сопротивление  $R_{12}$  между точками 1 и 2 этой бесконечной цепи в виде «чулка», надетого на брусок, если сопротивление участка провода, находящегося между двумя соседними пересечениями проволок, равно  $R$ . Во всех точках пересечения между проволоками имеется электрический контакт.



$$R_{12} = R\sqrt{2}$$

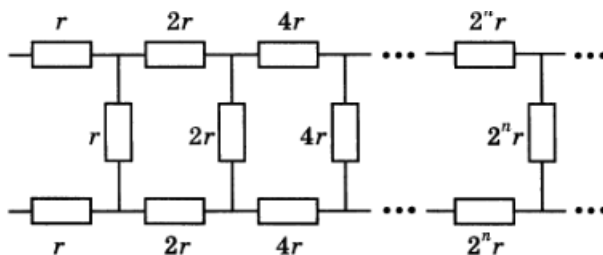
## 9 Бесконечные цепочки

Задача 48. Найдите сопротивление бесконечной цепочки, изображённой а) на левом рисунке; б) на правом рисунке.



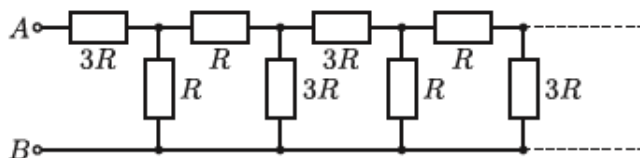
$$R_x = R\sqrt{1 + \frac{2}{n}}; \quad \text{б) } R_x = R\sqrt{1 + \frac{1}{n}}$$

ЗАДАЧА 49. (Всеросс., 1995, ОЭ, 10) Найдите сопротивление цепи, состоящей из бесконечного числа ячеек. Сопротивления резисторов заданы на рисунке.



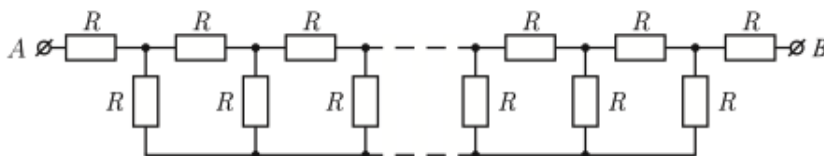
$$\sqrt{\frac{r}{1+r}} = Y$$

ЗАДАЧА 50. (МОШ, 2009, 11) Бесконечная цепочка из одинаковых звеньев состоит из резисторов сопротивлениями  $3R$  и  $R$ , соединённых, как показано на рисунке. Найти её сопротивление  $R_{AB}$  между входными контактами  $A$  и  $B$ .



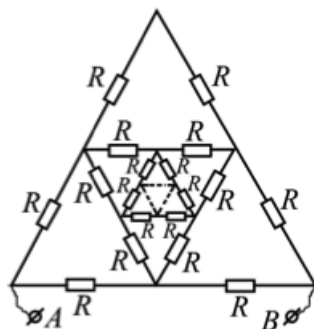
$$Y \frac{01}{68g^{\wedge} + \varepsilon 1} = \vartheta V Y$$

ЗАДАЧА 51. (МОШ, 2006, 11) Найти сопротивление между клеммами  $A$  и  $B$  цепи, изображённой на рисунке и состоящей из бесконечного числа одинаковых резисторов с сопротивлением  $R$ .



$$\left( \frac{g}{\varepsilon} + 1 \right) Y = \vartheta V Y$$

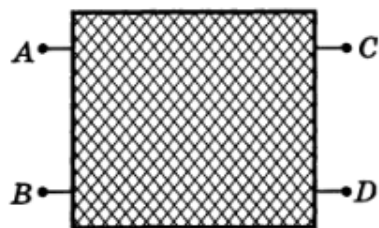
ЗАДАЧА 52. (МОШ, 2010, 10) Найдите сопротивление между клеммами  $A$  и  $B$  бесконечной цепи, схема которой изображена на рисунке. Сопротивление каждого резистора равно  $R$ .



$$R \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} R$$

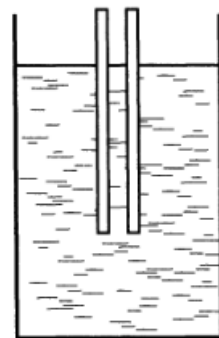
## 10 Разные задачи

ЗАДАЧА 53. (Всеросс., 2001, ОЭ, 10) В школьной лаборатории экспериментатор Глюк исследовал электрический «чёрный ящик» с четырьмя выводами (рис.). Известно, что электрическая цепь внутри ящика состоит только из резисторов. Глюк получил следующие результаты:  $R_{AB} = 27$  кОм,  $R_{AD} = 120$  кОм,  $R_{BC} = 41$  кОм,  $R_{CD} = 52$  кОм. Дома Глюк вспомнил, что он не замерил сопротивления между выводами  $(A, C)$ . Определите сопротивление  $R_{AC}$ .



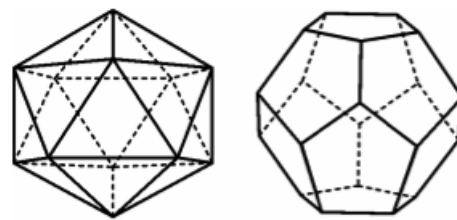
$$R_{AC} = 68 \text{ кОм}$$

ЗАДАЧА 54. (Всеросс., 1995, финал, 10) Два проводящих стержня погружены в электролит таким образом, что глубина погружения значительно превосходит расстояние между ними (рис.). Измеренное сопротивление между стержнями оказалось равным  $R$ . При погружении стержней на глубину, в два раза большую первоначальной, сопротивление становится равным  $2R/3$ . Определите, каким будет сопротивление  $r$  между стержнями, если глубину погружения стержней ещё раз удвоить. Проводимость материала стержней значительно превышает проводимость электролита.



$$r = \frac{5}{2} R$$

Задача 55. (МОШ, 2007, 10) Тридцать одинаковых резисторов сопротивлением  $R$  каждый соединены между собой в пространстве так, что они являются рёбрами выпуклого правильного многогранника: в случае (а) — двадцатигранника (икосаэдра); в случае (б) — двенадцатигранника (додекаэдра). Какое сопротивление будет представлять описанная выше система (а) или (б), если подключиться к паре её наиболее удалённых вершин? Сколько разных значений сопротивления можно получить в случае (а) и в случае (б), если подключаться к всевозможным парам вершин этих многогранников?



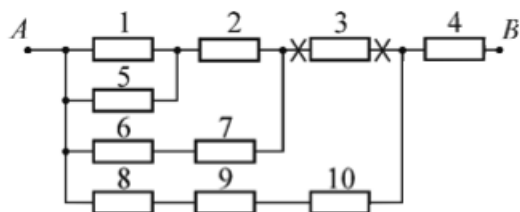
*Справка:* грани икосаэдра — 20 правильных треугольников, в каждой из 12 вершин сходятся по 5 треугольников; грани додекаэдра — 12 правильных пятиугольников, в каждой из 20 вершин сходятся по 3 пятиугольника (см. рисунки).

(а)  $R/2$ , 3 сопротивления; (б)  $7R/6$ , 5 сопротивлений



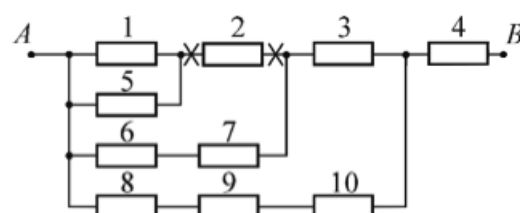
**Ответ к задаче 9**

Можно перерезать провод рядом с резистором 3 с любой стороны от него (места разрывов указаны крестиками):



**Ответ к задаче 10**

Можно перерезать провод рядом с резистором 2 с любой стороны от него (места разрывов указаны крестиками):



**Ответ к задаче 38**

Обозначено  $I = \frac{U}{3R}$ .

