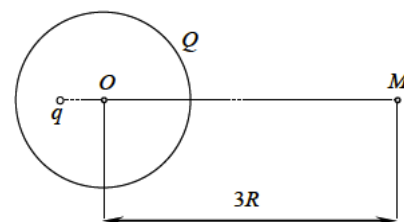


## Проводящие сферы

ЗАДАЧА 1. Металлическая сфера радиуса  $R$  имеет заряд  $q$ . Найдите потенциал поля этого заряда в центре сферы. Чему тогда равен потенциал сферы?

$$\frac{U}{bq} = \phi$$

ЗАДАЧА 2. (МОШ, 2016, 11) Внутри проводящей сферы радиусом  $R$ , несущей заряд  $Q$ , на расстоянии  $R/2$  от её центра  $O$  находится точечный заряд  $q$ . Найдите потенциал  $\phi$  в точке  $M$ . Точка  $M$ , центр сферы  $O$  и заряд  $q$  лежат на одной прямой. Найдите заряды внутренней и внешней поверхностей сферы. Распределён ли заряд на внутренней поверхности равномерно или неравномерно? А на внешней? Качественно изобразите вид силовых линий электрического поля.



$$\frac{U}{(b+Q)} = \phi; \text{ см. конспект}$$

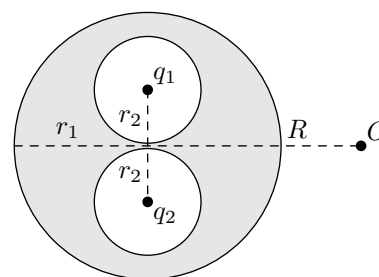
ЗАДАЧА 3. Точечный заряд  $q$  расположен на расстоянии  $r$  от центра проводящей незаряженной сферы радиуса  $R$ . Найдите потенциал сферы в случаях  $r > R$  и  $r < R$ .

$$\frac{U}{kq} = \phi \text{ если } r > R; \text{ если } r < R, \text{ то } \phi = \frac{q}{kR}$$

ЗАДАЧА 4. Точечный заряд  $q$  расположен на расстоянии  $r$  от центра проводящей сферы радиуса  $R$ . Заряд сферы равен  $Q$ . Найдите потенциал сферы в случаях  $r > R$  и  $r < R$ .

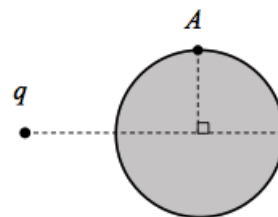
$$\frac{U}{k(Q+q)} = \phi \text{ если } r > R; \text{ если } r < R, \text{ то } \phi = \frac{q}{kR} + \frac{Q}{kR}$$

ЗАДАЧА 5. (Диагн. работа в формате ЕГЭ, 2013) Внутри незаряженного металлического шара радиусом  $r_1 = 40$  см имеются две сферические полости радиусами  $r_2 < r_1/2$ , расположенные таким образом, что их поверхности почти соприкасаются в центре шара. В центре одной полости поместили заряд  $q_1 = +1$  нКл, а затем в центре другой — заряд  $q_2 = +2$  нКл (см. рисунок). Найдите модуль и направление вектора напряжённости  $\vec{E}$  электростатического поля в точке  $O$ , находящейся на расстоянии  $R = 1$  м от центра шара на серединном перпендикуляре к отрезку, соединяющему центры полостей.



$$E = \frac{k(q_1 + q_2)}{R^2} = 27 \text{ В/м}; \text{ вектор направлен от центра шара к точке } O$$

ЗАДАЧА 6. (МОШ, 2018, 11) Вблизи незаряженного проводящего шара радиусом  $R$  расположен точечный заряд  $q$  на расстоянии  $2R$  от центра шара, как показано на рисунке. На какую величину  $\Delta\varphi_A$  изменится потенциал точки (пространства)  $A$ , если шар удалить на бесконечность?



$$\left(\frac{\varepsilon}{1} - \frac{\varepsilon^{\wedge}}{1}\right) \frac{q}{4\pi R^2} = \Delta\varphi_A$$

ЗАДАЧА 7. Имеются две концентрически расположенные проводящие сферы. Внутренняя сфера имеет радиус  $R_1$  и заряд  $q_1$ ; внешняя сфера имеет радиус  $R_2$  и заряд  $q_2$ . Найдите потенциалы сфер.

$$\frac{q_1}{4\pi R_1^2} = \varphi_1, \frac{q_2}{4\pi R_2^2} + \frac{q_1}{4\pi R_2^2} = \varphi_2$$

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2013) Проводящий шарик радиусом  $R$  с зарядом  $Q$  имеет потенциал  $\varphi_1 = 400$  В. Каким станет потенциал  $\varphi_2$  шарика, если он окажется внутри полого проводящего шара с радиусами сферических поверхностей  $4R$  и  $5R$  и зарядом  $4Q$ ? Центры заряженного шарика и полого шара совпадают.

$$\varphi_2 = \varphi_1 \frac{R}{4R} = 100 \text{ В}$$

ЗАДАЧА 9. («Курчатов», 2016, 10) Точечный заряд  $q = 10$  нКл помещён на расстоянии  $L = 1$  м от центра проводящего заземлённого шара радиусом  $R = 20$  см. Найдите заряд шара  $Q$ .

$$Q = -q \frac{R}{L} = -2 \text{ нКл}$$

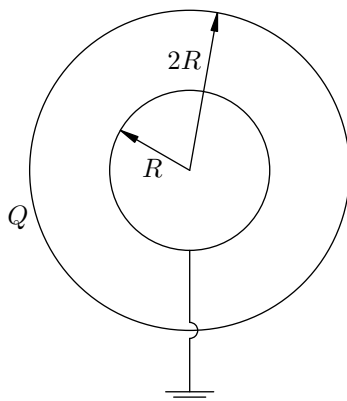
ЗАДАЧА 10. На расстоянии  $a$  от центра заземлённой проводящей сферы радиуса  $R$  расположен точечный заряд  $q$ . Чему равен заряд сферы?

$$Q = -q \frac{R}{a} \text{ если } a < R; \text{ если } a > R, \text{ то } Q = 0$$

ЗАДАЧА 11. Проводящая сфера радиуса  $R$  имеет заряд  $q$ . Сферу окружают концентрической сферической проводящей оболочкой радиуса  $3R$ . Чему станет равен потенциал сферы, если заземлить оболочку?

$$\frac{q}{4\pi R^2} = \varphi$$

ЗАДАЧА 12. Проводящую сферу радиуса  $R$  окружают концентрической сферической проводящей оболочкой радиуса  $2R$ , несущей заряд  $Q$ . Чему станет равен потенциал оболочки после заземления сферы (см. рисунок)?



$$\frac{\partial \varphi}{\partial Q} = \phi$$

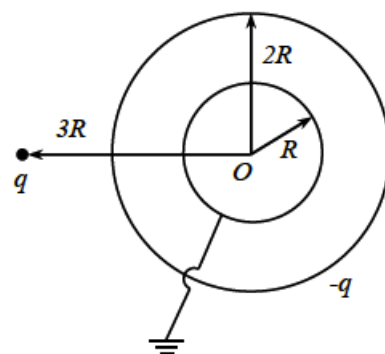
ЗАДАЧА 13. Металлический шар радиуса  $r$ , имеющий потенциал  $\varphi$ , окружают сферической проводящей оболочкой радиуса  $R$ . Найдите потенциал шара после того, как он будет на некоторое время соединён с оболочкой.

$$\frac{\partial}{\partial r} \phi = \varphi$$

ЗАДАЧА 14. Два небольших проводящих заряженных шара радиусом  $r$  расположены на расстоянии  $a$  друг от друга. Шары поочерёдно на некоторое время заземляют. Определите потенциал шара, который был заземлён первым, если первоначально каждый шар имел заряд  $q$ .

$$\left( \frac{a^2}{r^2} - 1 \right) \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} = \phi$$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2017, 11) Система состоит из двух концентрических проводящих сфер — внутренней радиусом  $R$ , внешней радиусом  $2R$  — и точечного заряда  $q$  ( $q > 0$ ), который находится на расстоянии  $3R$  от точки  $O$ . Внешняя сфера имеет заряд  $-q$ . Внутреннюю сферу заземляют (см. рис.).



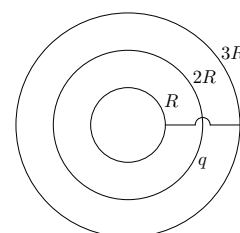
1) Чему равен заряд, индуцируемый на поверхности внутренней сферы?

2) Какой заряд индуцируется на внутренней поверхности сферы радиусом  $R$ ?

3) Какой заряд индуцируется на внутренней поверхности сферы радиусом  $2R$ ? Как он распределится: равномерно или неравномерно?

$$\text{ондммонврд } q/b - (\epsilon; 3) 0; 3 (z; q/b) (1)$$

ЗАДАЧА 16. Три концентрические проводящие сферы имеют радиусы  $R$ ,  $2R$  и  $3R$ . Заряд средней сферы равен  $q$ . Внутренняя и внешняя сферы не заряжены, и их на некоторое время соединяют проволокой. Какой заряд пройдёт по проволоке?

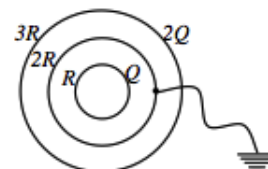


$$\frac{q}{5}$$

ЗАДАЧА 17. («Росатом», 2013, 11) Три металлические концентрические сферы имеют радиусы  $R$ ,  $2R$  и  $4R$ . Меньшую сферу заряжают зарядом  $Q$ , большую — зарядом  $-3Q$ , а среднюю заземляют с помощью длинного и тонкого проводника. Найти потенциал большей сферы. Ёмкостью проводника пренебречь.

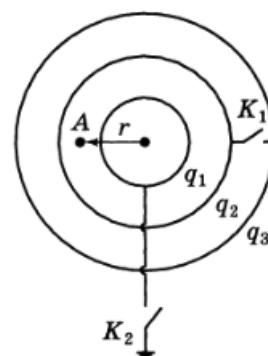
$$\frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon} = \phi$$

ЗАДАЧА 18. («Росатом», 2012, 11) Три металлических концентрических сферы имеют радиусы  $R$ ,  $2R$  и  $3R$ . Меньшую сферу заряжают зарядом  $Q$ , большую — зарядом  $2Q$ , а среднюю заземляют с помощью проводника малой ёмкости. Найти потенциал меньшей сферы после установления равновесия.



$$\frac{\partial \varphi}{\partial q} = \phi$$

ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 1996, финал, 10) Три концентрические металлические сферы 1, 2, 3, радиусы которых связаны соотношением  $r_1 < r_2 < r_3$ , имеют соответственно заряды  $q_1, q_2, q_3$  (рис.). Найдите потенциал поля в некоторой точке  $A$ , расположенной между сферами 1 и 2 на расстоянии  $r$  от центра сфер в следующих случаях:



- ключи  $K_1$  и  $K_2$  разомкнуты;
- после замыкания ключа  $K_1$ ;
- после замыкания ключа  $K_2$  при замкнутом ключе  $K_1$ .

$$\frac{\epsilon_1}{r_1} - \frac{\epsilon_2}{r_2} - \frac{\epsilon_3}{r_3} \left( \frac{r_1}{r_1} - \frac{r_2}{r_1} \right) \frac{\epsilon_1}{(\epsilon_2 b + \epsilon_1 a) q} = \phi \quad (\epsilon)$$

$$\frac{\epsilon_1}{(\epsilon_2 b + \epsilon_1 a) q} + \frac{\epsilon_2}{r_2 q} - \frac{r_2}{r_1 q} = \phi \quad (\zeta); \quad \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2 b q} + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 a q} + \frac{r_2}{r_1 q} = \phi \quad (1)$$

ЗАДАЧА 20. Две концентрические проводящие незаряженные сферы имеют радиусы  $R$  и  $3R$ . На расстоянии  $2R$  от центра сфер расположен точечный заряд  $q$ . Какие заряды окажутся на сферах, если их соединить тонкой проволокой?

$$\text{эфф и иншпеня на } \frac{q}{b}, \text{ на внутренней сфере, } -\frac{q}{b} \text{ на внешней сфере}$$

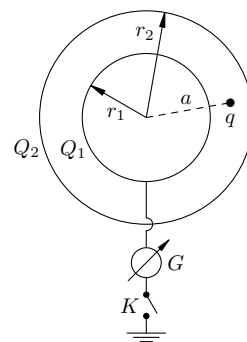
ЗАДАЧА 21. Имеются три концентрические проводящие сферы радиусов  $R$ ,  $2R$  и  $3R$ . Среднюю сферу заряжают зарядом  $q$ , а внутреннюю и внешнюю сферы заземляют. Какие заряды появятся на внутренней и внешней сферах?

$$-\frac{q}{3} \text{ на внутренней сфере, } -\frac{q}{3} \text{ на внешней сфере}$$

ЗАДАЧА 22. Имеются две концентрические проводящие сферы радиусов  $R$  и  $3R$ . На расстоянии  $2R$  от центра сфер расположен точечный заряд  $q$ . Какие заряды появятся на сферах после их заземления?

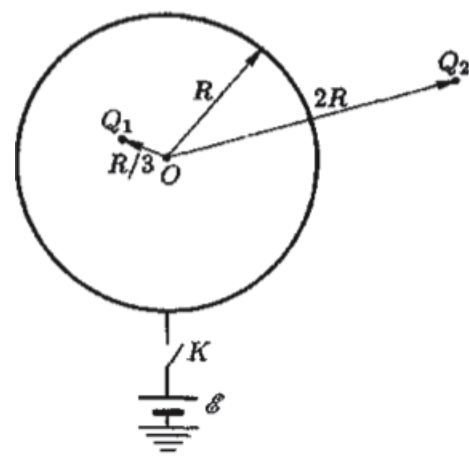
$$-\frac{q}{3} \text{ на внутренней сфере, } -\frac{q}{3} \text{ на внешней сфере}$$

Задача 23. (МФТИ, 2005) Между двумя концентрически расположенными проводящими сферами с радиусами  $r_1$  и  $r_2$  и зарядами  $Q_1$  и  $Q_2$  расположен точечный заряд  $q$  на расстоянии  $a$  от центра сфер (см. рисунок). Какой заряд протечёт через гальванометр  $G$  после замыкания ключа  $K$ , приводящего к заземлению внутренней сферы?



$$\Delta \varphi = -\rho / \epsilon_0$$

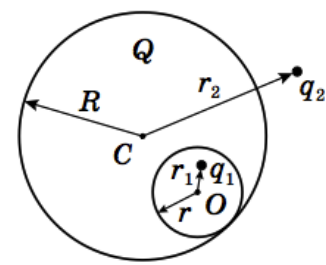
Задача 24. (Всеросс., 2006, ОЭ, 11) Внутри тонкостенной незаряженной проводящей сферы радиусом  $R$  находится точечный заряд  $Q_1$  на расстоянии  $R/3$  от центра сферы  $O$  (рис.). Снаружи сферы находится точечный заряд  $Q_2$  на расстоянии  $2R$  от центра сферы. Сфера расположена на расстоянии от Земли значительно большем  $R$  и соединена с Землёй через источник с ЭДС  $\mathcal{E}$  и ключ  $K$ . Потенциал Земли примите равным нулю.



- 1) Найдите потенциал  $\varphi$  в центре сферы при разомкнутом ключе  $K$ .
- 2) Найдите заряд  $Q$  сферы после замыкания ключа  $K$  и наступления равновесия.

$$\Delta \varphi = -\rho / \epsilon_0$$

Задача 25. (Всеросс., 2018, финал, 10) Проводящий шар радиусом  $R$  имеет сферическую полость радиусом  $r$ , касающуюся наружной поверхности шара. Заряд шара равен  $Q$ . В полости, на расстоянии  $r_1$  от её центра, находится точечный заряд  $q_1$ . Вне шара, на расстоянии  $r_2$  от его центра, находится точечный заряд  $q_2$ .



- 1) Найдите потенциал  $\varphi_{ш}$  шара.
  - 2) Найдите потенциал  $\varphi_O$  в центре  $O$  полости.
- Потенциал бесконечно удаленных точек примите равным нулю.

$$\Delta \varphi = -\rho / \epsilon_0$$

Ответ к задаче 2

