

Переходные процессы

В данном листке нас будет интересовать процесс перехода некоторых систем в стационарное состояние. Физическая природа переходных процессов может быть различной, но интересен тот факт, что во всех случаях зависимость рассматриваемой величины x от времени описывается уравнением

$$x(t) = x_{\infty} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (1)$$

ЗАДАЧА 1. Постройте график функции (1). Укажите (приблизительно) точку графика с абсциссой τ .

$$x(\tau) \approx 0.63x_{\infty}$$

Величина x_{∞} называется *установившимся* (или *стационарным*) значением величины $x(t)$, а константа τ есть *постоянная времени* рассматриваемого переходного процесса.

ЗАДАЧА 2. При каких временах величина x отличается от своего установившегося значения: а) менее чем на 10%; б) менее чем на 1%?

$$\text{а) } t > \tau \ln 1.1 \approx 0.095\tau; \text{ б) } t > \tau \ln 1.01 \approx 0.0099\tau$$

Как видим, постоянная времени τ служит оценкой времени перехода системы в стационарное состояние.

ЗАДАЧА 3. Последовательно соединены: идеальный источник постоянной ЭДС \mathcal{E} , резистор R , незаряженный конденсатор ёмкости C и разомкнутый ключ. Ключ замыкают. Найдите зависимость $q(t)$ заряда конденсатора от времени, его установившееся значение и постоянную времени.

$$q_{\infty} = C\mathcal{E}, \tau = RC$$

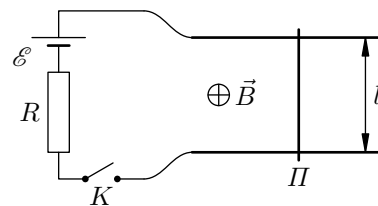
ЗАДАЧА 4. Последовательно соединены: идеальный источник постоянной ЭДС \mathcal{E} , резистор R , идеальная катушка индуктивности L и разомкнутый ключ. Ключ замыкают. Найдите зависимость $I(t)$ тока в цепи от времени, его установившееся значение и постоянную времени.

$$I_{\infty} = \frac{\mathcal{E}}{R}, \tau = \frac{L}{R}$$

ЗАДАЧА 5. Непосредственно над поверхностью глубокой реки отпускают без начальной скорости железный шарик массы m . Найдите зависимость $v_x(t)$ горизонтальной скорости шарика от времени, её установившееся значение и постоянную времени. На шарик со стороны воды действует сила $\vec{f} = -k\vec{v}_{\text{отн}}$, пропорциональная скорости шарика относительно воды. Скорость течения u постоянна по всей глубине реки.

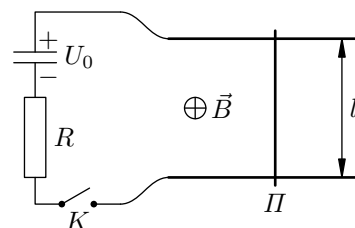
$$v_{x\infty} = u, \tau = \frac{m}{k}$$

ЗАДАЧА 6. На двух длинных гладких параллельных и горизонтально расположенных проводящих рельсах лежит проводящая перемычка Π массой m . Расстояние между рельсами равно l . Через резистор сопротивлением R и разомкнутый ключ K к штангам подключена батарея постоянной ЭДС \mathcal{E} (см. рисунок). Штанги расположены в области однородного вертикального магнитного поля B . Ключ замыкают. Пренебрегая внутренним сопротивлением батареи, сопротивлением штанг и перемычки, найдите зависимость $v(t)$ скорости перемычки от времени, её установившееся значение и постоянную времени.



$$v_{\infty} = \frac{\mathcal{E}}{B}, \tau = \frac{m}{B^2 l^2 R}$$

ЗАДАЧА 7. В предыдущей задаче источник \mathcal{E} заменили на конденсатор ёмкости C с начальным напряжением U_0 (рис.). Найти зависимость $v(t)$ скорости перемычки от времени, её установившееся значение и постоянную времени.



$$v_{\infty} = \frac{CU_0 B l}{m}, \tau = \frac{m}{B^2 l^2 C}$$