

Продольное увеличение

Увеличение Γ , с которым вы постоянно имели дело в предыдущем листке «[Формула линзы](#)», называется ещё *поперечным увеличением* линзы; в самом деле, величина Γ показывает, во сколько раз меняются размеры изображения в направлении, перпендикулярном главной оптической оси. В некоторых ситуациях важно знать также *продольное увеличение*, которое показывает, во сколько раз меняется размер изображения *вдоль* главной оптической оси линзы.

ЗАДАЧА 1. Имеется собирающая линза с фокусным расстоянием f . Точки A_1 и A_2 расположены по одну сторону от линзы на главной оптической оси на расстояниях $3f$ и $4f$ от линзы. Точки B_1 и B_2 являются изображениями точек A_1 и A_2 .

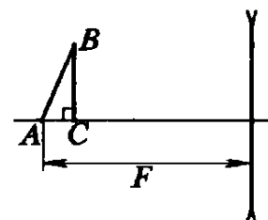
- 1) Вычислите продольное увеличение $\gamma = \frac{B_1B_2}{A_1A_2}$.
- 2) Найдите поперечные увеличения Γ_1 и Γ_2 для точек A_1 и A_2 .
- 3) Убедитесь, что $\gamma = \Gamma_1\Gamma_2$.

ЗАДАЧА 2. Покажите, что для любой линзы и для любого отрезка, расположенного на главной оптической оси линзы (и не пересекающего фокальную плоскость в случае собирающей линзы) отношение длины изображения отрезка к длине самого отрезка равно произведению поперечных увеличений на концах отрезка. В частности, при малой длине отрезка *продольное увеличение равно квадрату поперечного*.

ЗАДАЧА 3. (*МФТИ, 1994*) На главной оптической оси положительной линзы лежит булавка так, что её середина находится на двойном фокусном расстоянии от линзы. С каким увеличением изображается булавка, если её длина втрое меньше фокусного расстояния линзы?

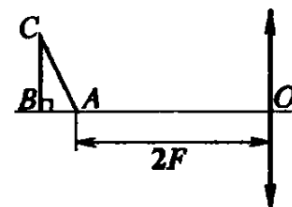
$$\frac{\xi\xi}{9\xi} = \mathcal{L}$$

ЗАДАЧА 4. (*МФТИ, 1993*) Площадь изображения треугольника ABC в 4,5 раза меньше площади самого треугольника. Определить, с каким увеличением Γ изображается сторона BC , если точка A лежит в фокусе рассеивающей линзы (см. рисунок).



$$\frac{\xi}{2} = \mathcal{J}$$

ЗАДАЧА 5. (*МФТИ, 1993*) Линза создаёт изображение прямоугольного треугольника, катет AB которого лежит на главной оптической оси (см. рисунок). Площадь изображения треугольника в 9 раз меньше площади самого треугольника. Найти, с каким увеличением изображается катет BC , если точка A лежит на двойном фокусном расстоянии от линзы.



$$\frac{\xi}{1} = \mathcal{J}$$

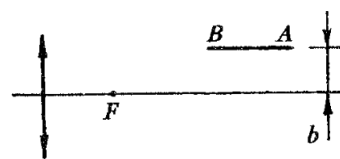
Задача 6. (МФТИ, 2008) Сторона AC прямоугольного треугольника ABC (угол C — прямой) расположена на оптической оси собирающей линзы, причём расстояние от линзы до точки A в два раза больше фокусного расстояния линзы. Линза создаёт действительное изображение треугольника. Площадь изображения составляет $1/4$ площади треугольника ABC . С каким увеличением изображается сторона BC ?

$$\tau/l = 1$$

Задача 7. (МФТИ, 2008) Сторона AB квадрата $ABCD$ расположена на оптической оси собирающей линзы, причём расстояние от линзы до точки A в два раза больше фокусного расстояния линзы. Линза создаёт действительное изображение квадрата. Площадь изображения в 3 раза больше площади квадрата $ABCD$. С каким увеличением изображается сторона BC ?

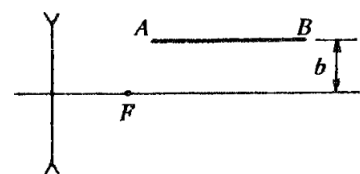
$$\tau = 1$$

Задача 8. (МФТИ, 1991) Спичка расположена на прямой, параллельной главной оптической оси тонкой положительной линзы, так, что её ближний конец B находится на расстоянии $a = 81$ мм от плоскости линзы (см. рисунок). Расстояние между главной оптической осью линзы и спичкой $b = 9$ мм. Известно, что длина изображения спички в линзе в два раза меньше длины самой спички. Найти длину спички, если фокусное расстояние линзы $F = 40$ мм.



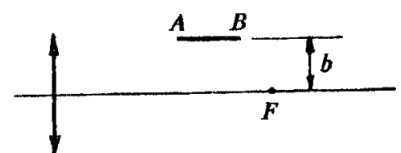
$$l/m = 6E$$

Задача 9. (МФТИ, 1991) Булавка расположена на прямой, параллельной главной оптической оси тонкой отрицательной линзы, так, что её ближний конец A находится на расстоянии $d = 19$ мм от плоскости линзы (см. рисунок). Расстояние между главной оптической осью линзы и булавкой $b = 8$ мм. Известно, что длина изображения булавки в линзе в 8 раз меньше длины самой булавки. Найти длину булавки, если фокусное расстояние линзы $F = 15$ мм.



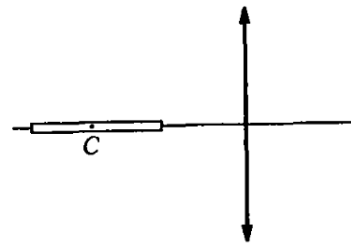
$$26 \text{ мм}$$

Задача 10. (МФТИ, 1991) Граммофонная игла расположена на прямой, параллельной главной оптической оси тонкой собирающей линзы, так, что её ближний конец A находится на расстоянии $d = 8$ см от плоскости линзы (см. рисунок). Расстояние между главной оптической осью линзы и иглой $b = 9$ мм. Известно, что длина изображения иглы в линзе в 13 раз больше длины самой иглы. Найти длину иглы, если фокусное расстояние линзы $F = 12$ см.



$$1 \text{ см}$$

Задача 11. (МФТИ, 1994) На главной оптической оси линзы с фокусным расстоянием $F = 10$ см лежит спичка (см. рисунок). Линза создаёт действительное изображение спички с увеличением $\Gamma_1 = 25/3$. Если спичку повернуть на 90° вокруг её середины (точка C), то она будет изображаться с увеличением $\Gamma_2 = 2,5$. Определить длину спички.



$$l = 2F \sqrt{\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} - \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}} = 4 \text{ см}$$

Задача 12. (МФТИ, 1994) На главной оптической оси положительной линзы с фокусным расстоянием 5 см лежит спица. Линза создаёт действительное изображение спицы. Спицу передвинули параллельно самой себе и перпендикулярно главной оптической оси на расстояние h . При этом длина изображения спицы увеличилась в 1,2 раза. Найти h .

$$h = 3 \text{ см}$$