# Закон преломления

Вся необходимая теория имеется в статье «Преломление света» базового курса.

Задача 1. Найдите угол падения светового луча на поверхность стекла, если преломлённый луч перпендикулярен отражённому. Скорость света в воздухе равна $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; скорость света в в стекле — $v = 2 \cdot 10^8$ м/с.

$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{c}{v} \approx 56^\circ$

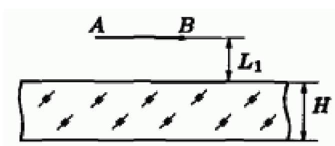
Задача 2. Палка с изломом посередине погружена в пруд так, что наблюдателю, находящемуся на берегу и смотрящему вдоль надводной части палки, она кажется прямой, составляющей угол $\alpha$ с горизонтом. Чему равен (острый) угол $\beta$ излома палки? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha - \arcsin\left(\frac{\cos\alpha}{n}\right)$

Задача 3. В горизонтальное дно озера, имеющего глубину $H$, вбита свая высотой $h$ (над поверхностью дна). Найдите длину тени сваи на дне озера. Солнечные лучи падают на поверхность воды под углом $\alpha$, показатель преломления воды равен $n$. Рассмотрите два случая: 1) $h < H$; 2) $h > H$.

1) $l = \frac{h\sin\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$; 2) $l = (h-H)\,\mathrm{tg}\,\alpha + \frac{H\sin\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$

Задача 4. (*Всеросс., 2003, ОЭ, 9*) В шестидесятых годах прошлого века группа советских физиков во главе с доктором физико-математических наук Виктором Георгиевичем Веселаго занималась поиском веществ, обладающих отрицательным показателем преломления. Поведение таких веществ было рассмотрено теоретически в статье, опубликованной в 1967 г. в журнале «Успехи физических наук» (том 92). В частности, в статье было показано, что остаётся справедливым закон преломления Снелля ($n_1 \sin\varphi_1 = n_2 \sin\varphi_2$, где $\varphi_1$ — угол падения, $\varphi_2$ — угол преломления, а $n_1$ и $n_2$ — соответствующие показатели преломления). При этом плоскопараллельная пластинка может при некоторых условиях быть идеальной «линзой». К сожалению, тогда найти вещества с такими свойствами не удалось. Однако в 2000 году группой физиков из университета Сан-Диего были созданы композитные материалы, обладающие отрицательным показателем преломления...




Над прозрачной плоскопараллельной пластинкой, обладающей отрицательным показателем преломления $n = -1$, находится светящаяся стрелка $AB$ (рис.). Расстояние от неё до пластинки $L_1 = 6$ см, толщина пластинки $H = 10$ см. Под пластинкой возникает изображение $A'B'$ стрелки $AB$. Покажите построением, как получается это изображение. На каком расстоянии $L_2$ от нижней стороны плоскопараллельной пластинки будет находиться изображение $A'B'$? Действительным или мнимым будет это изображение? Найдите увеличение $k$, даваемое такой пластинкой в рассматриваемом случае. Будет ли это изображение единственным во всём пространстве? Отражения от границ раздела пластинка–воздух не учитывать.

$L_2 = H - L_1 = 4$ см; действительное; $k = 1$; будет два изображения

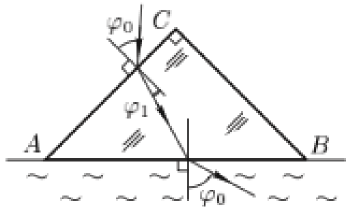
Задача 5. (*МФТИ, 1981*) Радиопередатчик, работающий на спутнике, позволяет фиксировать его угловое положение. Однако преломление радиоволн в атмосфере прифодит при этом к небольшой ошибке. Так, для спутника, видимого под углом 45° к вертикали, ошибка составляет две угловых минуты. Определить показатель преломления радиоволн атмосферой, считая её толщину малой по сравнению с высотой, на которой летит спутник.

$\boxed{n = 1{,}0006}$

Задача 6. (*МФТИ, 1975*) Для определения показателя преломления жидкости её помещают в кювету, имеющую вид равнобедренной призмы с углом при вершине $\varphi$. Призма освещается параллельным пучком света таким образом, что лучи внутри жидкости идут параллельно основанию. Оказалось, что угол отклонения вышедшего пучка от первоначального направления распространения равен $\delta$. Найти показатель преломления жидкости.

$\boxed{n = \frac{\sin\frac{\varphi+\delta}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}}$

Задача 7. (*Всеросс., 2010, РЭ, 11*) Поверхности воды касается равнобедренная стеклянная призма $ABC$ (см. рисунок). Луч света, падающий из воздуха под углом $\varphi_0$ на грань $AC$, после прохождения призмы выходит через грань $AB$ под тем же углом $\varphi_0$. Чему равен угол преломления $\varphi_1$?




Показатель преломления воды $n_0 = 4/3$, угол $C$ при вершине призмы — прямой. Величина угла $\varphi_0$ неизвестна.

$\boxed{\varphi_1 = \operatorname{arctg}\frac{1}{1+n_0\sqrt{2}} \approx 19^\circ}$

Задача 8. На горизонтальном дне водоёма, имеющего глубину $H$, лежит плоское зеркало. Луч света падает на поверхность воды под углом $\alpha$. На каком расстоянии от места падения луч снова выйдет на поверхность воды после отражения от зеркала? Показатель преломления воды равен $n$.

$\boxed{l = \frac{2H\sin\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}}$

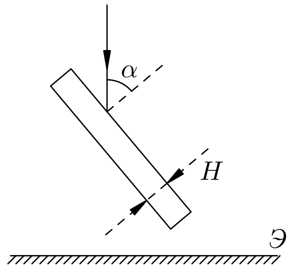
Задача 9. Световой луч падает под углом $\alpha$ на поверхность стеклянной плоскопараллельной пластинки толщиной $d$. Найдите величину сдвига луча на выходе из пластинки (то есть расстояние между вышедшим лучом и падающим). Показатель преломления стекла равен $n$.

$\boxed{s = d\sin\alpha\left(1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right)}$

Задача 10. На какое расстояние сместится луч света, распространяющийся в стекле с показателем преломления $n$, если на его пути имеется плоскопараллельная щель ширины $d$, заполненная воздухом? Угол падения луча на щель равен $\alpha$, полного отражения не происходит.

$\boxed{s = d\sin\alpha\left(\frac{n\cos\alpha}{\sqrt{1-n^2\sin^2\alpha}} - 1\right)}$

Задача 11. (*МФТИ, 1987*) Луч света падает на плоскопараллельную пластинку толщиной $H = 1$ см из стекла с показателем преломления $n = 1{,}73$ (см. рисунок). Из-за многократных отражений от граней пластинки на экране $Э$ образуется ряд светлых пятен. Найдите расстояние между пятнами, если угол падения $\alpha = 60°$, а падающий луч перпендикулярен плоскости экрана. Плоскость падения луча совпадает с плоскостью рисунка.




$x = \frac{H\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} \approx 5{,}8$ мм

Задача 12. (*МФТИ, 1987*) На плоскопараллельную стеклянную пластинку, нижняя грань которой посеребрена, падает под углом $\alpha = 30°$ узкий пучок света, содержащий излучение двух длин волн. Показатель преломления стекла для одной длины волны равен $n_1$, а для другой — $n_2$ ($n_2 > n_1$). В результате первого преломления на верхней грани, однократного отражения от нижней и ещё одного преломления на верхней грани из пластинки выходят два пучка света. Найдите расстояние между пучками, вышедшими из пластинки, если её толщина равна $H$.

$s = H\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{4n_1^2-1}} - \frac{1}{\sqrt{4n_2^2-1}}\right)$

Задача 13. На поверхности водоёма, имеющего глубину $H$, плавает фанерный круг радиуса $r$, над центром которого на некоторой высоте $h$ расположен точечный источник света. При какой величине $h$ радиус $R$ тени от круга на дне водоёма будет максимальным? Найдите этот максимальный радиус. Показатель преломления воды равен $n$.

$R_{\max} = r + \frac{H}{\sqrt{n^2-1}}$ при $h = 0$

Задача 14. (*МФТИ, 1994*) На спокойной поверхности водоёма появилось пятно загрязнения радиуса $R = 5$ м, не пропускающее свет. Определите размер области на дне водоёма, куда не попадает свет. Поверхность воды освещается рассеянным светом. Глубина водоёма $H = 2{,}6$ м. Показатель преломления воды $n = 4/3$. Отражение от дна не учитывать.

$r = R - \frac{H}{\sqrt{n^2-1}} \approx 2$ м

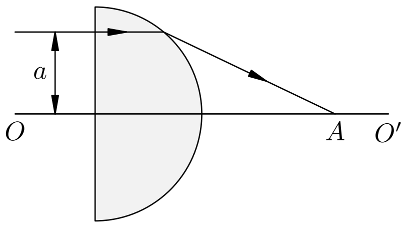
Задача 15. (*МФТИ, 1994*) Поверхность озера глубиной $H = 1{,}3$ м покрыта тонким слоем льда со снегом, практически не пропускающим свет. Найти площадь светлого пятна на дне озера от полыньи в форме круга радиуса $R = 2$ м. Озеро освещается рассеянным светом. Показатель преломления воды $n = 4/3$.

$S = \pi\left(R + \frac{H}{\sqrt{n^2-1}}\right)^2 \approx 38$ м$^2$

Задача 16. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11*) В ясный солнечный день на поверхности пруда плавает плот, отбрасывая на горизонтальное дно пруда тень в форме квадрата со стороной $2a = 2$ м. Какова глубина пруда, если при затягивании неба сплошной облачностью тень на дне пруда вырождается в точку? Показатель преломления воды относительно воздуха $n = 1{,}33$. Поверхность воды считать гладкой. Толщиной плота пренебречь.

$H = a\sqrt{n^2-1} \approx 88$ см

Задача 17. (*МФТИ, 1994*) Тонкий пучок лучей света падает перпендикулярно на плоскую поверхность половины оптически прозрачного шара (см. рисунок). Радиус шара $R$, расстояние от луча до оси $OO'$, проходящей через центр шара $O$, равно $a = 0{,}6R$, показатель преломления материала шара $n = 4/3$. Найти расстояние от точки $O$ до точки $A$ пересечения луча, преломлённого на сферической поверхности, с осью $OO'$.




$\boxed{\frac{20}{7}R}$

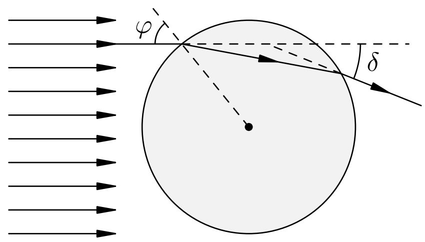
Задача 18. (*МФТИ, 1994*) Оптически прозрачный шар радиуса $R$ помещён в параллельный пучок лучей света. Минимальное расстояние, пройденное одним из преломлённых лучей внутри шара (до первого пересечения с поверхностью), оказалось равным $R\sqrt{7}/2$. Найти показатель преломления материала шара.

$\boxed{n = 4/3}$

Задача 19. (*МФТИ, 1994*) Луч света падает на поверхность стеклянного шара параллельно некоторой оси $OO'$, проходящей через его центр. Угол падения этого луча на поверхность шара $\varphi = \arcsin(24/25)$. Преломлённый луч проходит через точку пересечения этой оси с поверхностью шара. Найти показатель преломления стекла.

$\boxed{n = 1{,}6}$

Задача 20. (*МФТИ, 1994*) Шар из оптически прозрачного материала помещён в параллельный пучок света (см. рисунок). Угол падения одного из лучей на поверхность шара $\varphi = \mathrm{arctg}(4/3)$. Угол его отклонения от первоначального направления после двух преломлений на поверхности шара $\delta = \mathrm{arctg}(7/24)$. Найти показатель преломления материала шара.




$\boxed{n = 4/3}$

Задача 21. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11*) Точечный источник света расположен в воздухе практически вплотную к поверхности прозрачного шара. При этом все лучи от этого источника, попадающие внутрь шара, после выхода из него в воздух пересекаются с лучом, проходящим через центр шара. Что можно сказать о показателе преломления вещества этого шара?

$\boxed{n > 2}$

Задача 22. (*МОШ, 2015, 11*) Внутри прозрачного шестигранного корпуса шариковой ручки имеется круглый канал, заполненный чернилами. При рассматривании тёмного канала через прозрачный корпус было отмечено, что вращение корпуса вокруг его оси симметрии приводит к изменению видимой толщины канала с чернилами. Ширина видимой тёмной полосы максимальна, когда ближайшее ребро шестигранника, ось симметрии ручки и глаз наблюдателя лежат в одной плоскости. Отношение максимальной видимой толщины канала к его минимальной видимой толщине при неизменном расстоянии от ручки до глаза (которое во много раз больше толщины ручки) равно двум. Отношение диаметра $d$ канала к длине $L$ стороны шестигранника равно $d/L = \sqrt{3}/4$. Найдите показатель преломления $n$ материала, из которого сделан корпус.

$\boxed{n = 2}$

Задача 23. (*Всеросс., 2017, финал, 11*) Как известно, Солнце не является точечным источником света, а имеет малый угловой диаметр (при наблюдении с Земли) $2\delta = 0{,}52^\circ$. Этот факт приводит к тому, что область полной тени за Землёй оказывается конечной.

1. Пусть рефракция (явление преломления солнечных лучей в земной атмосфере) отсутствует. На каком расстоянии $L_1$ от Земли ещё будет наблюдаться полная тень? Найдите продолжительность полного лунного затмения в этом случае.

2. В действительности рефракция оказывает существенное влияние на размер области полной тени. Пусть атмосфера Земли имеет приведённую высоту $h = 8$ км и средний показатель преломления $n = 1{,}00028$.

   Полагая, что границу тени образуют лучи, идущие по касательной к поверхности Земли, определите, на каком максимальном расстоянии $L_2$ теперь будет наблюдаться полная тень. Какая часть площади лунного диска окажется затемнена?

Радиус Земли $R = 6400$ км, ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с$^2$, угловой диаметр Луны равен угловому диаметру Солнца $2\delta$, период обращения Луны вокруг Земли $T_0 = 27{,}3$ сут.

$\boxed{1.\ L_1 = \frac{R}{\delta} \approx 1{,}4 \cdot 10^6 \text{ км},\ T \approx 1{,}6 \text{ ч};\ 2.\ L_2 = \frac{R}{\delta + (n-1)\sqrt{\frac{2R}{h}}} \approx 4{,}08 \cdot 10^5 \text{ км},\ \varepsilon \approx 0{,}048}$