

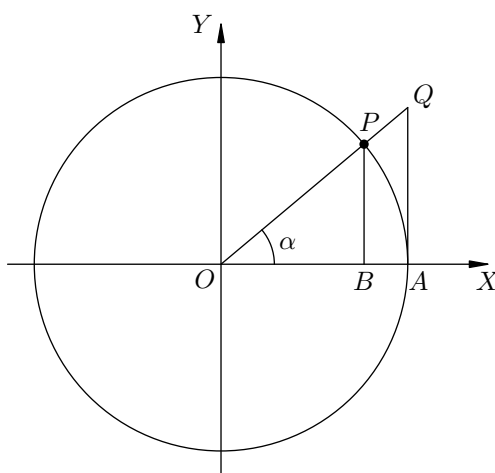
Преломление. Малые углы

В некоторых задачах оптики нас интересуют только *параксиальные* световые лучи, то есть лучи, которые образуют очень малые углы с некоторой выделенной осью (например, с осью оптической системы или с направлением луча зрения). Это связано с тем, что во многих случаях лишь параксиальные лучи формируют изображение рассматриваемого объекта.

Для малого угла α , выраженного в радианах, справедливы приближённые равенства

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha. \quad (1)$$

Чтобы понять, откуда они берутся, давайте посмотрим на тригонометрическую окружность. Пусть P — точка единичной окружности, отвечающая углу α (см. рисунок).



Согласно определению радианной меры угла, длина дуги окружности радиуса R , стягивающей центральный угол α , равна $R\alpha$. Поэтому длина дуги PA равна $1 \cdot \alpha = \alpha$. Кроме того, $PB = \sin \alpha$ и $QA = \operatorname{tg} \alpha$. Все эти три величины различны, но представьте себе, что будет при уменьшении угла α — полухорда PB , дуга PA и отрезок QA фактически сольются друг с другом! Таким образом, при малых α имеем

$$PB \approx PA \approx QA,$$

а это есть не что иное, как соотношения (1).

При малых углах α и β закон преломления $\sin \alpha / \sin \beta = n$ принимает вид $\alpha = n\beta$, что сильно упрощает вычисления.

ЗАДАЧА 1. На дне прозрачного водоёма глубиной H лежит монета. Человек, находящийся над водой, смотрит на монету так, что луч зрения перпендикулярен поверхности воды. На какой глубине h человек видит изображение монеты? Показатель преломления воды равен n .

$$\frac{u}{H} = \eta$$

ЗАДАЧА 2. Какова толщина d стеклянной плоскопараллельной пластинки, если точку на задней поверхности пластинки наблюдатель видит на расстоянии l от передней поверхности? Показатель преломления стекла равен n . Луч зрения перпендикулярен поверхности пластинки.

$$l^u = p$$

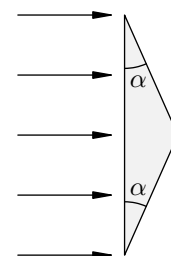
ЗАДАЧА 3. Стеклянная пластинка толщиной $d = 3$ мм имеет на верхней и нижней сторонах царапины. Чему равен показатель преломления стекла, если при наведении микроскопа с верхней царапины на нижнюю его тубус пришлось опустить на расстояние $l = 2$ мм? Углы отклонения от оси микроскопа лучей, попадающих в объектив, считайте малыми.

$$\varphi' \approx \frac{l}{p} = u$$

ЗАДАЧА 4. На боковую грань прозрачной призмы с малым преломляющим углом φ падает луч света. Считая угол падения также малым, найдите угол отклонения луча, вышедшего из призмы (то есть угол δ между вышедшим лучом и первоначальным). Показатель преломления материала призмы равен n .

$$\delta \approx (n - 1) \varphi = \vartheta$$

ЗАДАЧА 5. Равнобедренная стеклянная призма с малыми углами преломления α помещена в параллельный пучок лучей, падающих нормально к её основанию (см. рисунок). Показатель преломления стекла $n = 1,57$, размер основания призмы $2a = 5$ см. Найдите угол преломления α , если в середине экрана на расстоянии $L = 100$ см от призмы образуется тёмная полоса шириной $2d = 1$ см.



$$\Delta \varepsilon = \nu$$

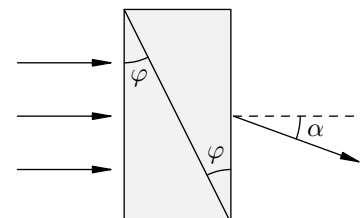
ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 1999) В комнате на горизонтальной поверхности стола лежит плоское стеклянное зеркало толщиной $H = 7$ мм с показателем преломления стекла $n = 1,4$. Над зеркалом висит электрическая лампочка. Определите расстояние между двумя соседними изображениями светящейся нити лампочки, возникающими из-за многократных отражений от двух поверхностей зеркала.

$$\Delta z \approx \frac{u}{H^2} = x$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 1999) Стакан с тонким дном, наполненный прозрачной жидкостью, ставится на монету, лежащую на столе. Если сверху через жидкость нормально к её поверхности рассматривать монету, то изображение монеты наблюдается на расстоянии $h = 2,6$ см от дна стакана. Определите показатель преломления жидкости, если толщина слоя жидкости в стакане $H = 8$ см.

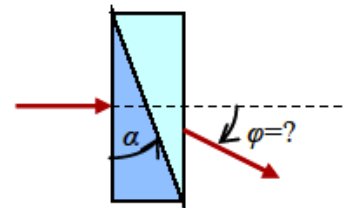
$$\varphi' \approx \frac{u - H}{H} = u$$

ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 1975) Две одинаковые прямоугольные призмы с углом при вершине φ имеют несколько отличающиеся показатели преломления. Призмы приложены друг к другу своими гипотенузными гранями (см. рисунок). При освещении системы пучком света, падающим нормально на переднюю грань, оказался, что выходящий пучок отклонился от первоначального направления распространения на угол α . Найти разность показателей преломления Δn . Углы φ и α считать достаточно малыми.



$$\frac{\delta}{\nu} = u \nabla$$

ЗАДАЧА 9. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) Узкий пучок света падает нормально на поверхность плоскопараллельной пластины, склеенный из двух плотно прижатых клиньев с углом при вершине $\alpha = 4^\circ$. Разность показателей преломления материалов клиньев $\Delta n = n_1 - n_2 = 0,3$. Под каким углом к первоначальному направлению выйдет пучок из пластины? При расчётах учесть, что для малых углов $\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$ (в радианной мере).



$$\Delta n = n_1 - n_2 = 0,3$$

ЗАДАЧА 10. Человек смотрит на рыбку, находящуюся в диаметрально противоположной от него точке шарового аквариума радиусом R . На сколько смещено при этом изображение рыбки относительно самой рыбки? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

$$n = \frac{4}{3}$$