Полное отражение

Теорию смотрите в соответствующем разделе статьи «Преломление света» базового курса.

Задача 1. На дне водоёма, имеющего глубину H, находится точечный источник света. Какой минимальный радиус R должен иметь круглый непрозрачный диск, плавающий на поверхности воды над источником, чтобы этот источник нельзя было обнаружить с вертолёта? Показатель преломления воды равен n.

$\boxed{R = \frac{H}{\sqrt{n^2-1}}}$

Задача 2. Водолаз стоит на горизонтальном дне водоёма, имеющего глубину $H = 15$ м. Рост водолаза равен $h = 1{,}7$ м. На каком расстоянии l от водолаза находятся те части дна, которые он может увидеть отражёнными от поверхности воды? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

$\boxed{l > \frac{2H-h}{\sqrt{n^2-1}} \approx 32{,}3 \text{ м}}$

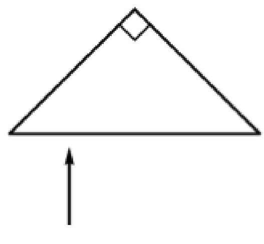
Задача 3. Сечение стеклянной призмы имеет вид равнобедренного треугольника с преломляющим углом φ. Луч света идёт вдоль одной боковой грани призмы по направлению к вершине. При каком наименьшем угле φ преломлённый луч претерпит полное отражение на другой боковой грани? Показатель преломления стекла равен n.

$\boxed{\varphi_{\min} = \arcsin \frac{2\sqrt{n^2-1}}{n^2}}$

Задача 4. Призма с преломляющим углом $\varphi = 60°$ сделана из стекла с показателем преломления $n = 7/4$. При каком угле падения α светового луча на одну из граней он не сможет выйти через вторую грань?

$\boxed{\alpha \leqslant \arcsin\left(\sqrt{n^2-1}\sin\varphi - \cos\varphi\right) \approx 48°}$

Задача 5. (*МОШ, 2012, 11*) На призму, сечение которой имеет вид равнобедренного прямоугольного треугольника, перпендикулярно нижней грани падает луч от лазерной указки. Каким должен быть показатель преломления n материала, из которого сделана призма, чтобы свет от указки вышел из призмы наружу только через эту же грань?



$\boxed{n > \sqrt{2}}$

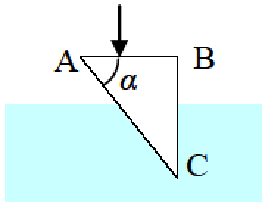
Задача 6. (*МФТИ, 1994*) На горизонтальном дне водоёма лежит монета радиуса $r = 2$ см. На каком максимальном расстоянии от монеты надо поместить в воде плоский экран радиуса $R = 5$ см, чтобы монету нельзя было обнаружить из воздуха при спокойной поверхности воды? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

$\boxed{L = (R-r)\sqrt{n^2-1} \approx 2{,}6 \text{ см}}$

Задача 7. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11*) Вплотную к торцу прямого цилиндрического прозрачного стержня расположен маленький источник света, испускающего свет во всех направлениях. При какой минимальной величине показателя преломления материала стержня n все лучи, попавшие в стержень через торец вблизи источника света, достигнут его другого торца?

$n \geqslant \sqrt{2}$

Задача 8. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11*) Прямоугольный клин из оптического стекла с показателем преломления $n_1 = 1{,}7$ помещён в глицерин ($n_2 = 1{,}47$), как показано на рисунке. При каких значениях угла α луч света, падающий перпендикулярно грани AB, выйдет в глицерин из грани AC?

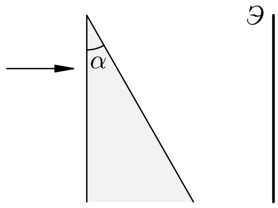


$\alpha < \arcsin\frac{n_2}{n_1} \approx 59{,}8°$

Задача 9. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11*) Прозрачный цилиндр, верхний торец которого находится в воздухе, помещён в воду. Точечный источник света S расположен вне цилиндра на его оси вблизи верхнего торца. Найдите минимальный показатель преломления n материала цилиндра, при котором ни один луч, вошедший через основание, не выйдет через боковую поверхность наружу. Показатель преломления воды $n_в = 1{,}33$.

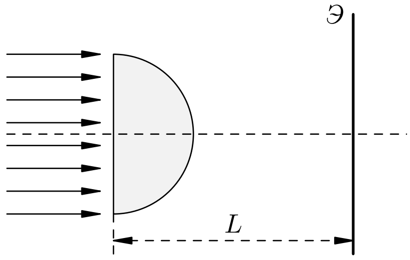
$n = \sqrt{n_в^2 + 1} \approx 1{,}66$

Задача 10. (*МФТИ, 1979*) На стеклянный клин перпендикулярно его грани падает тонкий луч света (см. рисунок). Показатель преломления стекла $n = 1{,}41$, угол при вершине $\alpha = 10°$. Сколько светлых пятен будет видно на экране, поставленном за клином?



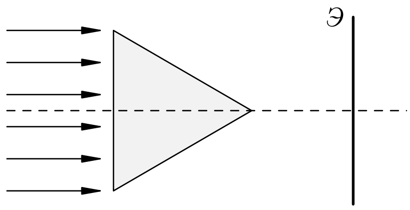
Два

Задача 11. (*МФТИ, 1979*) На половину шара, изготовленного из стекла с показателем преломления $n = 1{,}41$, падает параллельный пучок лучей (см. рисунок). На расстоянии $L = 4{,}82$ см расположен экран Э. Определите радиус светлого пятна на экране, если радиус шара $r = 2$ см.



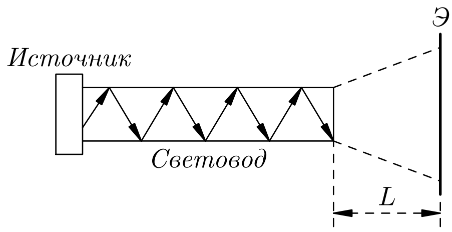
2 см

Задача 12. (*МФТИ, 1983*) Параллельный пучок света падает на основание стеклянного конуса ($n = 1{,}5$) вдоль его оси. Сечение пучка совпадает с основанием конуса, радиус которого $R = 1$ см. Высота конуса равна $\sqrt{3}$ см. Определить площадь светлого пятна на экране, перпендикулярном оси конуса и расположенном на расстоянии 1 см от вершины конуса (см. рисунок).



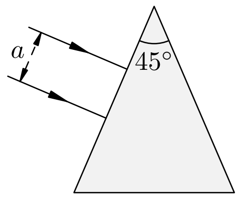
$S = 4\pi\left(1 + \sqrt{3}\right)$ см^2

Задача 13. (*МФТИ, 1977*) Световод (длинная тонкая нить) изготовлен из прозрачного материала с показателем преломления $n = 1{,}2$. Один из торцов световода прижат к источнику рассеянного света, другой торец размещён на расстоянии $L = 5$ см от экрана (см. рисунок). Найдите диаметр светового пятна на экране.



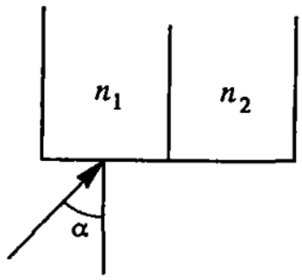
$D = 2L\sqrt{\frac{n^2-1}{2-n^2}} = 8{,}9$ см

Задача 14. (*«Ломоносов», 2015, 10–11*) На левую грань равнобедренной стеклянной призмы падает по нормали к ней параллельный пучок света шириной $a = 1$ см (см. рисунок), причём после прохождения левой грани пучок целиком попадает на правую грань призмы. Найдите ширину b пучка, выходящего из призмы, если угол при вершине призмы равен $45°$, а показатель преломления стекла $n = 1{,}7$. Ответ приведите в миллиметрах, округлив до одного знака после запятой.



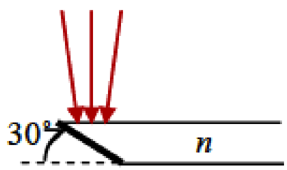
$b = \frac{a}{\cos\varphi}\sqrt{1 - n^2\sin^2\varphi} = 8{,}2$ мм, где $\varphi = 22{,}5°$

Задача 15. (*МФТИ, 1997*) Высокий прямоугольный сосуд разделён вертикальной перегородкой на два отсека (см. рисунок). Первый отсек заполнен жидкостью с показателем преломления $n_1 = 1{,}4$, второй — с показателем преломления $n_2 < n_1$. На дно первого отсека падает узкий пучок света под углом $\alpha = 30°$. При каких значениях показателя преломления n_2 луч не сможет проникнуть во второй отсек? Все вертикальные стенки и дно являются прозрачными плоскопараллельными пластинами.



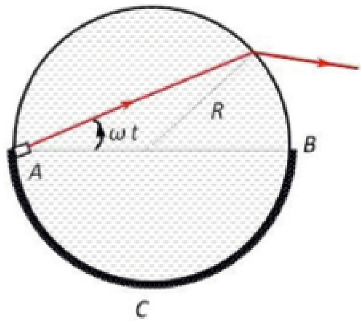
$n_2 < \sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha} \approx 1{,}3$

Задача 16. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11*) Плоскопараллельная пластина, изготовленная из прозрачного материала с показателем преломления $n = \sqrt{2} \approx 1{,}41$, срезана с одной стороны под углом $30°$, и срез покрыт хорошо отражающим слоем. Узкие пучки параллельных световых лучей, излучаемые лазером, направляются на пластину в плоскости, перпендикулярной ребру среза, таким образом, что они отражаются от среза. При каких углах падения эти пучки попадут на край пластины, противоположный срезу, с интенсивностью, близкой к исходной? Размеры пластины очень значительно превышают её толщину.



$-90° < \alpha \leqslant \arcsin\frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 21{,}5°$

Задача 17. (*Всеросс., 2017, финал, 9*) Внутри стеклянного тонкостенного цилиндрического сосуда радиуса R вблизи его стенки в точке A расположен микролазер, размеры которого гораздо меньше R. Сосуд заполнен водой, а снаружи находится воздух. Половина внутренней поверхности сосуда, соответствующая дуге ACB, зачернена и поглощает свет. Изначально луч лазера направлен в точку B.



Лазер начинает вращаться с постоянной угловой скоростью ω против часовой стрелки в плоскости рисунка вокруг оси, проходящей через точку A (рис.). Показатель преломления воды $n = 4/3$.

- Через какое время τ луч перестанет выходить из сосуда?
- Чему будет равна скорость «зайчика» на зачернённой поверхности цилиндра в момент времени $1{,}5\tau$ от начала движения?

Примечание. Вам может потребоваться закон Снелла: $n_1 \sin\varphi_1 = n_2 \sin\varphi_2$, где n_1 и n_2 — показатели преломления в первой и второй среде, φ_1 и φ_2 — углы падения и преломления.

$\boxed{\tau = \frac{1}{\omega}\arcsin\frac{1}{n};\ v = 12\omega R}$