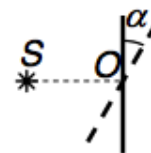


## Плоское зеркало

При решении задач важно помнить, что изображение источника света  $S$  в плоском зеркале есть точка  $S'$ , симметричная точке  $S$  относительно плоскости зеркала.

ЗАДАЧА 1. («Росатом», 2011, 2013, 11) Точечный источник света находится на расстоянии  $d$  от зеркала. Зеркало повернули на угол  $\alpha = \arcsin(1/2)$  вокруг оси, перпендикулярной чертежу и проходящей через точку  $O$  (повёрнутое зеркало показано пунктиром). Найти перемещение изображения.



$$p = v \sin \alpha \quad p' = s$$

ЗАДАЧА 2. (МФТИ, 1996) Лампочка настольной лампы находится на расстояниях  $L_1 = 0,6$  м от поверхности стола и  $L_2 = 1,8$  м от потолка. Нить накала лампочки можно считать точечным источником света. На столе лежит осколок плоского зеркала в форме треугольника со сторонами 5 см, 6 см и 7 см.

- 1) На каком расстоянии от потолка находится изображение нити накала лампочки в зеркале?
- 2) Найти форму и размеры «зайчика», полученного от осколка зеркала на потолке.

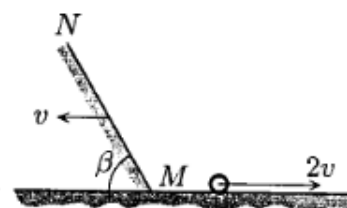
$$x = 1 + 1,7L_2 + 1,7L_1 = 3 \text{ м; } (2) \text{ треугольник со сторонами } 5 \text{ см, } 6 \text{ см, } 7 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 3. (МФТИ, 1996) В комнате на стене висит плоское зеркало в форме эллипса, большая и малая оси которого равны 15 см и 10 см. Стена с зеркалом находится на расстояниях  $x_1 = 1$  м от висящей лампочки и  $x_2 = 3$  м от противоположной стены. Нить накала лампочки можно считать точечным источником света.

- 1) На каком расстоянии  $x$  от противоположной стены находится изображение нити накала лампочки в зеркале?
- 2) Найти форму и размеры «зайчика», полученного от зеркала на противоположной стене.

$$x = 1 + x_1 + x_2 = 4 \text{ м; } (2) \text{ эллипс с осями } 6 \text{ см и } 4 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2008) Поверхность плоского зеркала  $MN$  составляет угол  $\beta = 60^\circ$  с поверхностью стола. Зеркало перемещают поступательно со скоростью  $v$  вдоль стола. По столу катится в противоположном направлении шарик со скоростью  $2v$ . Скорости шарика и зеркала перпендикулярны ребру двугранного угла, образованного поверхностями зеркала и стола (см. рисунок).

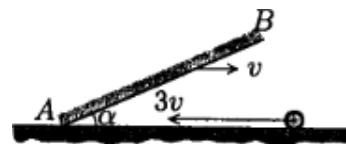


- 1) Найдите скорость шарика относительно зеркала и покажите её направление, нарисовав рисунок.

- 2) С какой скоростью (по модулю) относительно стола перемещается изображение шарика в зеркале?

$$v \sqrt{3} \text{ (1) вправо; } (2) \text{ } 3v \sqrt{3}$$

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2008) Поверхность плоского зеркала  $AB$  составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с поверхностью стола. Зеркало перемещают поступательно со скоростью  $v$  вдоль стола. По столу катится в противоположном направлении шарик со скоростью  $3v$ . Скорости шарика и зеркала перпендикулярны ребру двугранного угла, образованного поверхностями зеркала и стола (см. рисунок).



1) Найдите скорость шарика относительно зеркала и покажите её направление, нарисовав рисунок.

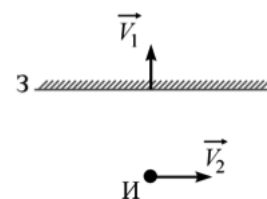
2) С какой скоростью (по модулю) относительно стола перемещается изображение шарика в зеркале?

$$\frac{v}{v} \frac{3v}{v} = n \quad (2) \quad \text{!вявяля аф (1)}$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2014, МЭ, 9–10) Под настольной лампой, находящейся на высоте  $h = 1$  м над поверхностью стола, по столу проложены прямые рельсы (проходящие строго под лампой). По ним со скоростью  $v = 1$  м/с катится маленькая тележка с лежащим на ней горизонтально зеркальцем. С какой скоростью  $u$  бежит светлое пятнышко по потолку? Высота потолка над поверхностью стола равна  $H = 2$  м.

$$\frac{v}{v} \frac{u}{u} = a \frac{y}{y+H} = n$$

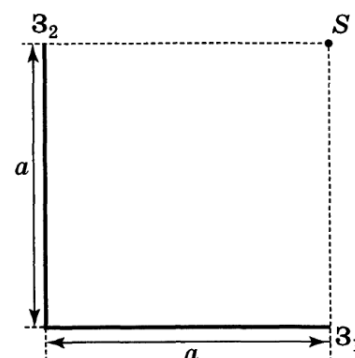
ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2015, МЭ, 9–11) По комнате движутся во взаимно перпендикулярных направлениях школьница Ирина и шкаф на колёсиках, причём шкаф удаляется от Ирины. На шкафу расположено плоское зеркало, в котором Ирина видит своё изображение. Скорости шкафа и Ирины относительно комнаты равны соответственно  $v_1 = 1,5$  м/с и  $v_2 = 2$  м/с. Найдите модуль скорости изображения Ирины



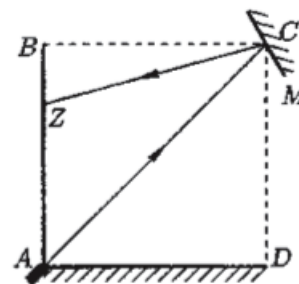
- относительно зеркала;
- относительно комнаты;
- относительно Ирины.

$$\frac{v}{v} \frac{u}{u} = \frac{v_1}{v_1} \frac{v_2}{v_2} = n \quad (3) \quad \text{!вявяля аф (1)}$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2001, ОЭ, 9) Два плоских зеркала  $Z_1$  и  $Z_2$ , каждое из которых имеет форму квадрата со стороной  $a$ , сложены под прямым углом. Точечный источник света  $S$  располагается на расстоянии  $a$  от каждого из зеркал (схема опыта приведена на рис.). Заптрихуйте области, находясь в которых наблюдатель сможет увидеть ровно  $n$  изображений источника  $S$ ; принять  $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ .

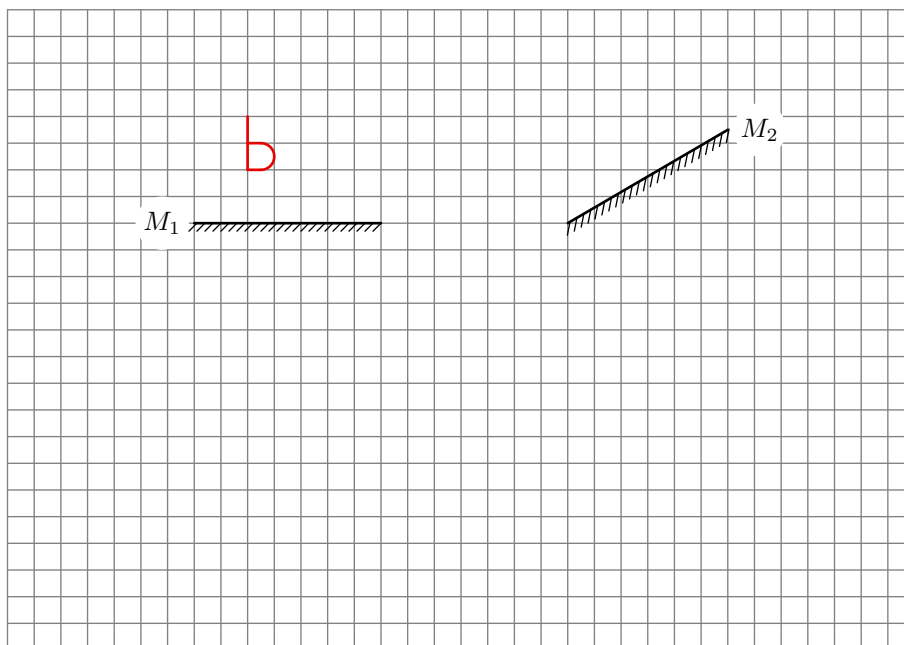


ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2006, ОЭ, 9) Экран  $AB$  и плоское зеркало  $AD$  образуют две боковые грани прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Вдоль ребра  $C$  проходит ось вращения небольшого плоского зеркальца  $M$ , которое равномерно вращается и совершает один оборот за время  $T = 12$  мин. Из небольшого отверстия в ребре  $A$  в центр этого зеркальца светит луч лазера (рис.). За какое время  $t$  в течение одного оборота зеркальца лазерный зайчик  $Z$  скользит по экрану  $AB$ ?



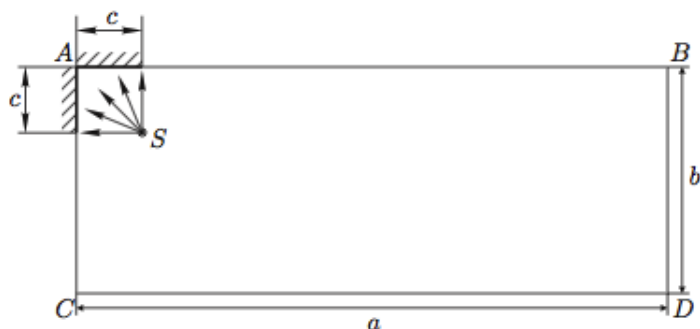
□ 89

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2010, РЭ, 9) Перед системой зеркал  $M_1$  и  $M_2$  расположена буква Б так, как показано на рисунке. Постройте на том же рисунке все изображения, даваемые этой системой. Докажите, что других изображений быть не может. Длина каждого из зеркал равна расстоянию между ними.



□ Два изображения

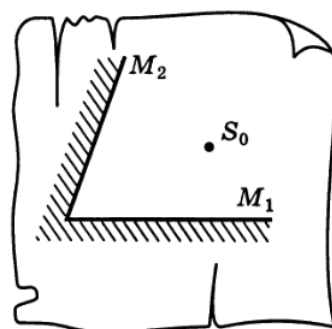
ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2012, РЭ, 9) В углу прямоугольной комнаты размерами  $a \times b \times H = 9 \text{ м} \times 3,5 \text{ м} \times 4 \text{ м}$  на стенах висят два высоких зеркала от пола до потолка шириной  $c = 1 \text{ м}$  каждое, вплотную прижатые друг к другу. На расстоянии  $c$  от зеркал находится яркий точечный источник, такой, что свет от него попадает только на зеркала (см. рисунок).



Существуют ли в комнате участки стен, на которые не попадает свет? Если да, то какова площадь неосвещённой части стен?

Пять изображений

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 1999, финал, 9) В архиве Снеллиуса нашли чертёж, на котором были изображены два плоских зеркала  $M_1$  и  $M_2$ , образующих двугранный угол в  $70^\circ$ , и точечный источник света  $S_0$  (рис.). От времени чернила выцвели, и невозможно было разглядеть, сколько изображений источника  $S_0$  давала такая система зеркал. Попробуйте восстановить все изображения источника  $S_0$ . Сколько изображений источника  $S_0$  можно было увидеть в такой системе зеркал?

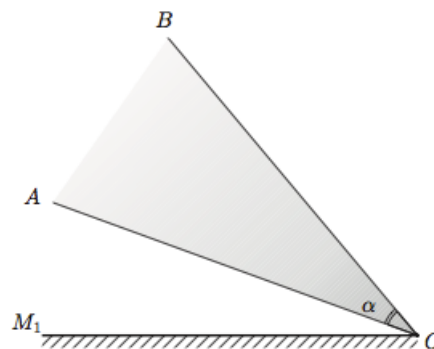


Пять изображений

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2012, финал, 9) В архиве Снеллиуса нашли чертёж, на котором были изображены два плоских зеркала  $M_1$  и  $M_2$ , образующие двугранный угол  $\varphi$ , точечный источник света  $S$  и область  $AOB$  (она заштрихована), из которой можно было видеть одновременно оба изображения источника. От времени чернила выцвели, и невозможно стало разглядеть, как расположено зеркало  $M_2$  и точечный источник  $S$  (рис.).

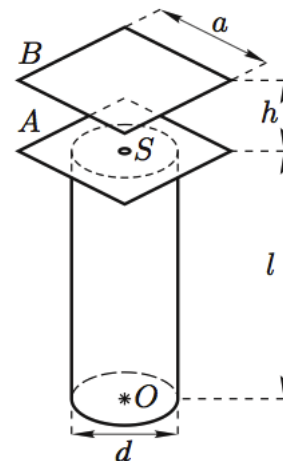
Восстановите по имеющимся данным с помощью циркуля и линейки без делений положение зеркала  $M_2$  и геометрическое место точек, где бы мог находиться источник  $S$ . Зеркала считайте полубесконечными.

Вычислите угол  $\varphi$  между плоскостями зеркал, если  $\angle AOB = \alpha = 30^\circ$ .



$\alpha = \frac{\pi}{6} - \varphi$

Задача 14. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) Говорят, что первые эксперименты по оптике Ньютон проводил с металлической зеркально полированной цилиндрической трубой длиной  $l = 8$  см и диаметром  $d = 1$  см (рис.). В центре её нижнего основания он устанавливал точечный источник света  $O$ , а верхнее основание закрывал чёрной шторкой  $A$  с маленьким отверстием  $S$  посередине. В его экспериментах на высоте  $h = 5$  см над шторкой располагался горизонтальный квадратный экран  $B$  со стороной  $a = 3$  см, причём его центр находился точно на оси трубы.



1) Изобразите в масштабе 1 : 1 на листе бумаге в клетку, считая размер клетки равным 5 мм, картину, которую Ньютон видел на экране.

2) Что увидел бы Ньютон, если бы поднял шторку на высоту  $\Delta l = 2$  см над верхним торцом трубы (не меняя положения остальных предметов)?

1) Два кольца; 2) два кольца

Задача 15. (МОШ, 2006, 9) В секстанте, который позволяет определять угол  $\varphi$  возвышения Солнца над горизонтом в полдень и, таким образом, широту местности, используются два плоских зеркала, от которых свет поочерёдно отражается и угол  $\alpha$  между которыми регулируется. Изображение Солнца в этих зеркалах при измерениях с помощью секстанта необходимо совместить с линией горизонта, подбирая угол  $\alpha$ . Найдите связь угла  $\alpha$  с углом  $\varphi$  и объясните, почему использование секстанта сильно упрощает задачу нахождения угла  $\varphi$ , особенно при качке корабля.

$$\frac{\varphi}{\alpha} = 0,06 = \nu$$

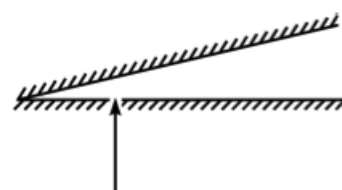
Задача 16. (МОШ, 2007, 9) Длинное наклонное зеркало соприкасается с горизонтальным полом и наклонено под углом  $\alpha$  к вертикали (см. рисунок). К зеркалу приближается школьник, глаза которого расположены на высоте  $h$  от уровня земли. На каком максимальном расстоянии от нижнего края зеркала школьник увидит:



- а) изображение своих глаз?
- б) своё изображение полностью, во весь рост?

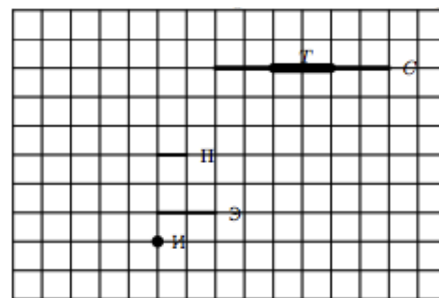
$$x = \begin{cases} 0, & \text{если } \alpha \leq 45^\circ \\ h \operatorname{ctg} 2\alpha, & \text{если } \alpha > 45^\circ \end{cases} \quad \text{а) } x = h \operatorname{ctg} \alpha$$

Задача 17. (МОШ, 2012, 9) Два зеркала сложены под углом  $7^\circ$ . Школьник Станислав направил через маленькое отверстие в одном из зеркал луч лазерной указки перпендикулярно этому зеркалу. Сколько всего отражений испытает луч от этих зеркал?



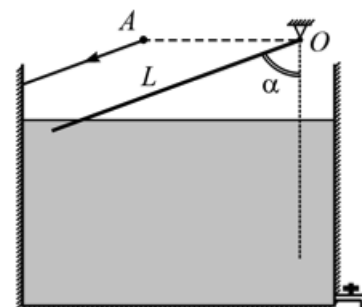
12

Задача 18. (МОШ, 2015, 9–11) Маленькая лампочка И отделена от стены С непрозрачным экраном Э (вид сверху показан на рисунке). Как надо расположить плоское зеркало, чтобы предмет П отбрасывал на стену Т тень Т, а остальная часть стены была освещена? Перерисуйте рисунок к себе в работу, нарисовав дополнительно зеркало. Постарайтесь использовать зеркало как можно меньшего размера.



См. решение пәнәкә.

Задача 19. (МОШ, 2015, 10) Отличник Тимофей уравновесил тонкую однородную палочку, прикрепленную одним концом к шарниру, опустив другой её конец в вертикальный сосуд с жидкостью. При этом палочка находилась в равновесии, располагалась под углом  $\alpha$  к вертикали и была погружена в жидкость на  $1/n$  часть своей длины. Площадь горизонтального поперечного сечения сосуда  $S$ , длина палочки  $L$ , плотность её материала  $\rho$ . Стенки сосуда и поверхность палочки посеребрены.



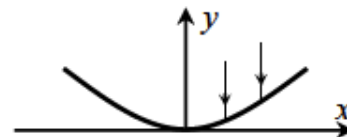
В некоторой точке  $A$  над поверхностью жидкости, на одной высоте с точкой крепления палочки, экспериментатор Тимофей расположил выходное окно лазерной указки и направил от неё на стенку сосуда узкий световой луч, идущий параллельно палочке. Этот луч, распространяясь только в воздухе, отразился от стенки сосуда, затем отразился от палочки, и вернулся обратно в точку  $A$ . Но тут «добрая» подружка Анфиса решила привлечь внимание Тимофея и приоткрыла кран, через который жидкость начала медленно выливаться из сосуда. Тимофей сначала рассердился, но быстро успокоился, так как понял, что через некоторое время луч все равно вернётся в точку  $A$  — главное, вовремя закрыть кран! Какую массу жидкости следует вылить из сосуда для того, чтобы при неизменном угле падения света на стенку сосуда луч света, испущенный из точки  $A$ , распространяясь только в воздухе, опять вернулся в эту точку?

Если  $\alpha > \frac{\pi}{2}$ , то  $m = \rho S L \frac{1-n^2}{1-n} \sin \alpha$ ; если  $\alpha \leq \frac{\pi}{2}$ , то решение нет.

Задача 20. (МОШ, 2012, 11) Летом в ясный солнечный день школьник вышел во двор своего дома с прямоугольным зеркальцем в руках. Поймав зеркальцем солнечный свет, он направил зайчик перпендикулярно на неосвещённую стену дома и стал постепенно отходить от неё. Оказалось, что вначале зайчик имел квадратную форму со стороной  $d = 5$  см, а потом его края стали размываться, и он постепенно стал практически круглым, с небольшим размыванием по краям. Пренебрегая явлением дифракции, объясните наблюдаемый эффект и оцените, при каком расстоянии  $L$  от стены ширина размывной области на краю зайчика станет менее 10% от диаметра его ярко освещённой круглой части. Размер зеркальца  $5 \times 7$  см, угловой размер Солнца  $\varphi \approx 0,01$  радиана.

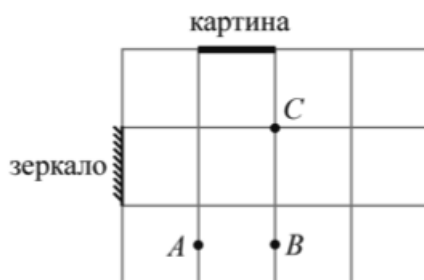
$L \approx \frac{d}{\varphi} < 7$

ЗАДАЧА 21. («Росатом», 2016, 11) Зеркало образовано вращением параболы  $y = 2x^2$  вокруг оси  $y$  (параболическое зеркало). На зеркало параллельно оси  $y$  падают два луча: один на некотором расстоянии  $x$ , второй — на расстоянии  $2x$  от оси  $y$ . Какой из лучей после отражения от поверхности зеркала пересечет ось  $y$  ближе к вершине параболы и на сколько? Найти расстояние от вершины параболы до точки пересечения этого луча с осью  $y$ .



Оба луча пересекются в точке  $(\frac{8}{3}, 0)$

ЗАДАЧА 22. («Курчатов», 2015, 9–10) В прямоугольной комнате на одной из стен висит картина, а на другой — плоское зеркало (см. рисунок). Из какой точки комнаты ( $A$ ,  $B$  или  $C$ ) можно полностью увидеть отражение картины в зеркале?



Только из точки  $A$

Ответ к задаче 18

