

# Плотность

## Содержание

1	Всероссийская олимпиада школьников по физике . . . . .	1
2	Московская олимпиада школьников по физике . . . . .	3
3	«Физтех» . . . . .	5
4	«Росатом» . . . . .	7
5	«Курчатов» . . . . .	7

## 1 Всероссийская олимпиада школьников по физике

ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 2014, ШЭ, 7) Плотностью вещества называют отношение массы тела из этого вещества к его объёму. Например, масса  $1 \text{ см}^3$  воды составляет 1 г, поэтому плотность воды  $1 \text{ г/см}^3$ . Представим, что смешали 100 литров воды и 100 литров спирта плотностью  $0,8 \text{ г/см}^3$ , и при смешении оказалось, что суммарный объём уменьшился на 5 процентов. Какова плотность полученного раствора?

$$\frac{\text{г/см}^3}{1} \approx 0,96 \approx 61/81 = d$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2015, ШЭ, 7–8) На альтернативном чемпионате мира по тяжёлой атлетике спортсмены должны поднять одной левой рукой свою будущую награду — это куб из золота с ребром длиной 20 см. Внутри золотого куба есть платиновый куб с ребром длиной 10 см. Сколько литров золота содержится в награде? Сколько килограммов придётся поднять чемпиону для того, чтобы получить награду? Масса  $1 \text{ м}^3$  золота составляет 19300 кг, масса  $1 \text{ м}^3$  платины — 21500 кг.

$$7 \text{ кг } 156 \text{ г}$$

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 2017, ШЭ, 8) Археологи обнаружили топор неандертальца, состоящий из чудом сохранившейся деревянной ручки и каменного тесла. Известно, что древнее дерево имеет плотность  $\rho_1 = 600 \text{ кг/м}^3$  и масса изготовленной из него ручки составляет  $1/6$  часть от массы всего топора, а объём ручки — половину от объёма всего топора. Найдите плотность  $\rho_2$  камня, из которого изготовлено тесло.



$$\frac{\text{г/см}^3}{1} 0008 = 1d9 = 2d$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2013, МЭ, 7) Сплав состоит из 100 г золота и  $100 \text{ см}^3$  меди. Определите плотность этого сплава. Плотность золота равна  $19,3 \text{ г/см}^3$ , плотность меди —  $8,9 \text{ г/см}^3$ .

$$\frac{\text{г/см}^3}{1} 16$$

ЗАДАЧА 5. (*Всеросс., 2017, МЭ, 7*) После добавления сиропа объемом  $V = 1$  л в большую кастрюлю, частично заполненную водой, плотность содержимого кастрюли возросла на  $\Delta\rho = 20$  кг/м<sup>3</sup>, а объем того, что содержится в кастрюле, увеличился на четверть. Чему равна плотность сиропа? Какой объем сиропа надо дополнительно добавить к полученной смеси, чтобы увеличить её плотность ещё на  $\Delta\rho$ ? Считайте, что сироп хорошо растворяется в воде и что объем смеси равен сумме объемов исходных жидкостей. Плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

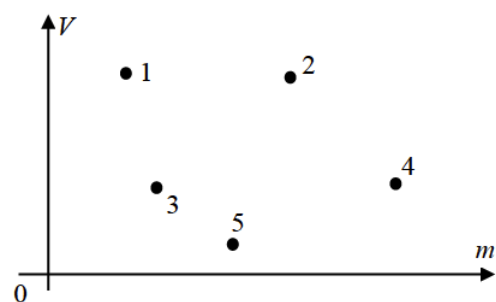
$$\rho_{\text{сироп}} \approx \rho_0 \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = 1000 \cdot \frac{20}{1000} = 1020 \text{ кг/м}^3$$

ЗАДАЧА 6. (*«Максвелл», 2012, 7*) Сумка, имеющая форму параллелепипеда, сшита из клетчатого материала, причём все стороны сумки выкроены так, что содержат только целое число клеток. Клетки квадратные со стороной  $a = 3$  см. Длина  $L$  сумки в три раза больше её ширины  $b$ , а высота  $h$  в два раза больше ширины. Всего на поверхности сумки  $N = 792$  клетки. Сумку заполнили поролоном, в результате чего её масса стала равна  $M = 8$  кг. Вычислите плотность поролона. Масса пустой сумки  $m = 1$  кг.

$$\rho_{\text{поролона}} = \frac{M - m}{V} = \frac{8 - 1}{0,027} \approx 259 \text{ кг/м}^3$$

ЗАДАЧА 7. (*«Максвелл», 2016, РЭ, 7*) В лаборатории провели измерения массы и объема пяти тел, изготовленных из четырёх материалов: берёзы ( $\rho_{\text{б}} = 0,7$  г/см<sup>3</sup>), алюминия ( $\rho_{\text{а}} = 2,7$  г/см<sup>3</sup>), железа ( $\rho_{\text{ж}} = 7,8$  г/см<sup>3</sup>) и свинца ( $\rho_{\text{с}} = 11,3$  г/см<sup>3</sup>).

Затем результаты нанесли на график, по одной оси которого отложили объемы тел  $V_i$ , а по другой — их массы  $m_i$ . Здесь индекс  $i$  может принимать значения 1, 2, 3, 4, 5 — соответственно номерам точек на графике. К сожалению, со временем масштаб по осям был утрачен, а экспериментаторы в спешке забыли записать, какому веществу какая экспериментальная точка соответствует. Определите:



- 1) из какого материала изготовлено тело самой большой массы?
- 2) у тела с каким номером была самая маленькая плотность? Чему она равна?
- 3) какой точке соответствует тело, изготовленное из свинца?
- 4) какие тела сделаны из одинакового материала? Определите, из какого.

**Примечание!** Применять свои линейки для нанесения на график масштаба нельзя. Подобные решения будут оценены в ноль баллов.

$$\rho_{\text{железа}} = \frac{m}{V} = \frac{7,8}{0,1} = 78 \text{ г/см}^3$$

ЗАДАЧА 8. (*«Максвелл», 2015, 7*) Кубики сахара-рафинада плотно упакованы в коробку, на которой написано: «Масса нетто 500 г, 168 штук». Длина самого длинного ребра коробки равна 98 мм. Вдоль самого короткого ребра коробки укладывается ровно 4 кусочка сахара. Чему равна плотность сахара-рафинада?

*Примечание:* «нетто» — это масса продукта без учёта массы упаковки (тары).

$$\rho_{\text{сахара-рафинада}} = \frac{500}{168 \cdot 0,098^3} \approx 1085 \text{ кг/м}^3$$

ЗАДАЧА 9. («Максвелл», 2015, 8) Кубики сахара-рафинада плотно упакованы в коробку, на которой написано: «Масса нетто 500 г, 168 штук». Длина самого длинного ребра коробки равна 112 мм. Вдоль самого короткого ребра коробки укладывается ровно 3 кусочка сахара. Чему равна плотность сахара-рафинада?

Примечание. 1) «Нетто» — это масса продукта без учёта массы упаковки (тары). 2) Достоверно известно, что плотность сахара-рафинада не превышает  $4000 \text{ кг/м}^3$ .

$\text{кг/м}^3$  0801

ЗАДАЧА 10. («Максвелл», 2017, финал, 7) В домашней лаборатории экспериментатора Глюка в двух стаканах хранились две жидкости. В одном — синяя объёмом  $V$  и плотностью  $\rho$ , а в другом — красная с вдвое меньшим объёмом и неизвестной плотностью  $\rho_x$ . Однажды экспериментатор смешал половину синей и половину красной жидкости в колбе, получив фиолетовую смесь с плотностью  $\rho_1 = 4\rho/3$ . Остатки жидкостей из стаканов он смешал во второй и третьей колбе, при этом плотность смеси во второй оказалась  $\rho_2 = 5\rho/4$ .

- 1) Определите плотность красной жидкости  $\rho_x$ .
  - 2) Найдите зависимость плотности жидкости в третьей колбе  $\rho_3(U)$  от объёма  $U$  смеси в ней.
  - 3) Определите минимальное и максимальное значения плотности  $\rho_3$ .
- Считайте, что объём смеси равен сумме объёмов жидкостей до смешивания.

$d_z \geq \varepsilon d > d \frac{\varepsilon}{V} \left( \varepsilon : \left( \frac{291}{A} + \frac{V}{\varepsilon} \right) d = \varepsilon d \left( z : d_z = x d \right) \right)$

## 2 Московская олимпиада школьников по физике

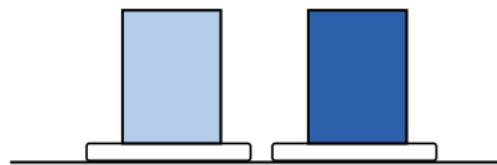
ЗАДАЧА 11. (МОШ, 2014, 7) Масса канистры с бензином составляет 8 кг, а такой же канистры с водой — 11 кг. Плотность бензина составляет  $7/10$  от плотности воды.

А) Найдите массу пустой канистры. Ответ представьте в килограммах и округлите до целых.

В) Найдите объём канистры. Ответ представьте в литрах и округлите до целых. Один килограмм воды занимает один литр.

(A) 1; (B) 10

ЗАДАЧА 12. (МОШ, 2018, 7) Два цилиндрических стакана, заполненных до краёв различными жидкостями, стоят на электронных весах, как показано на рисунке. Показание левых весов на 0,5 кг больше показания правых. Два насоса одновременно начинают откачивать из стаканов жидкости таким образом, что уровень жидкости в левом стакане понижается вдвое быстрее, чем в правом. Максимальная величина разности показаний весов в процессе откачивания жидкостей снова составила 0,5 кг. Чему равно отношение плотностей налитых в сосуды жидкостей?



3 : 2

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2016, 8) Полый стальной кубик с тонкими стенками, длина ребра которого 100 мм, имеет массу 472 г. Чему равна толщина стенок кубика, если у всех стенок она одинакова? Плотность стали  $\rho_c = 7800 \text{ кг/м}^3$ .

$\approx 1 \text{ мм}$

Задача 14. (МОШ, 2014, 7–10) Кристалл поваренной соли представляет собой кубическую решётку из атомов натрия и хлора, расположенных в «шахматном» порядке, так, что ближайшими соседями атома натрия являются атомы хлора, а ближайшими соседями атома хлора — атомы натрия. Плотность поваренной соли  $2,16 \text{ г/см}^3$ . Масса атома хлора составляет  $35,5$  атомных единиц массы, масса атома натрия —  $23,0$  атомных единиц массы. В одном грамме  $6 \cdot 10^{23}$  атомных единиц массы ( $6 \cdot 10^{23}$  — число из шестёрки и 23 нулей).

А) Сколько атомов натрия помещается в кубик длиной ребра  $20$  нанометров (один нанометр составляет миллиардную долю метра)? Ответ округлите до второй значащей цифры.

В) Найдите расстояние между соседними атомами решётки. Ответ выразите в нанометрах (один нанометр составляет миллиардную долю метра) и округлите до второй значащей цифры.

С) Представим, что один грамм поваренной соли растворили в водоёме объёмом в два кубических километра (при этом атомы натрия и хлора превратились в ионы). Сколько ионов натрия, распределившихся равномерно по водоёму, будет содержаться в кубическом миллиметре жидкости? Ответ округлите до второй значащей цифры.

A) 180000; B) 0,28; C) 5100

Задача 15. (МОШ, 2014, 7–9) В помещение объёмом  $10$  кубических метров внесли блюдце с  $300$  г воды. Никаких водяных паров изначально в помещении не было. Помещение герметично закрыли. После установления равновесия плотность водяного пара стала равна  $16,7 \text{ г/м}^3$ .

А) Найдите массу воды, оставшуюся на блюдце. Ответ выразите в граммах и округлите до третьей значащей цифры.

В) Сколько молекул водяного пара попадёт в куб длиной ребра  $200$  нанометров? Ответ округлите до второй значащей цифры. Один нанометр — это миллиардная доля метра. Масса  $6 \cdot 10^{23}$  (это число из шестёрки и 23 нулей) молекул воды составляет  $18$  г.

С) После того как температура в помещении увеличилась, вся вода испарилась. Какой стала плотность водяного пара в помещении? Ответ выразите в  $\text{г/м}^3$  и округлите до второй значащей цифры.

A) 133; B) 4500; C) 30

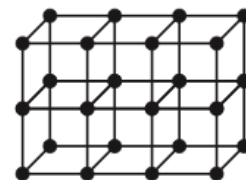
Задача 16. (МОШ, 2014, 7–9) На Тритоне, спутнике планеты Нептун, плотность воздуха, состоящего в основном из азота, составляет  $0,13 \text{ г/м}^3$ . Известно, что  $6 \cdot 10^{23}$  (это число из шестёрки и 23 нулей) молекул азота имеют массу  $28$  г.

А) Сколько молекул воздуха содержится в кубике длиной ребра  $2$  микрометра (один микрометр — это миллионная доля метра)? Ответ округлите до второй значащей цифры.

В) Представим, что имеется прямоугольный параллелепипед, в основании которого — квадрат с длиной стороны  $0,1$  нанометра (один нанометр — это миллиардная доля метра), порядка размера молекулы. Какой высоты должен быть параллелепипед, чтобы в него в среднем попадала одна молекула? Ответ представьте в миллиметрах и округлите до второй значащей цифры. Полученное Вами значение по порядку величины равно длине свободного пробега — расстоянию, которую молекула проходит между двумя последовательными столкновениями.

A) 23000; B) 5

Задача 17. (МОШ, 2008, 7) Строение кристалла железа схематически показано на рисунке. Атомы железа находятся в вершинах кубиков и образуют кубическую кристаллическую решётку. Известно, что плотность железа равна  $\rho = 7900 \text{ кг/м}^3$ , а масса одного атома железа  $m_0 = 9,3 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ . Найдите объём  $V_0$  одного кубика — элементарной ячейки данной кристаллической решётки.



$$V_0 = m_0 \cdot N_A / \rho = 9,3 \cdot 10^{-26} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} / 7900 \approx 7,1 \cdot 10^{-28} \text{ м}^3$$

Задача 18. (МОШ, 2014, 7) В зоомагазине довольно продолжительное время продавался стеклянный аквариум. Со временем этикетка, на которой были обозначены внешние размеры аквариума, затёрлась, и остался только размер его одной стороны — ширины  $a = 100 \text{ см}$ . Опытная продавщица, однако, помнила пропорции этого аквариума: толщина каждой из стенок в 100 раз меньше его ширины; длина в 2 раза больше суммы его ширины и толщины его стенки; а если к ширине аквариума прибавить величину в 2 раза большую, чем толщина его стенки, то эта величина равна высоте аквариума. Какова масса  $m$  такого аквариума в килограммах? Плотность стекла  $\rho = 2,5 \text{ г/см}^3$ .

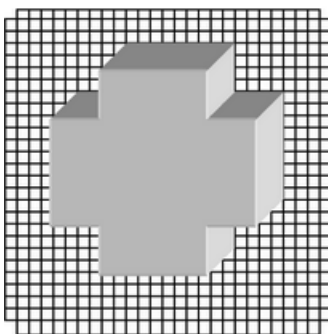
202 кг

Задача 19. (МОШ, 2013, 7) Расстояние между отметками  $35^\circ\text{C}$  и  $42^\circ\text{C}$  шкалы медицинского ртутного термометра равно 5 см, а в резервуаре термометра хранится 2 г ртути. Оцените по этим данным площадь поперечного сечения капилляра термометра (в квадратных миллиметрах). Известно, что из-за теплового расширения плотность ртути при температуре  $42^\circ\text{C}$  оказывается в 1,00125 раз меньше, чем при температуре  $35^\circ\text{C}$ . Плотность ртути при температуре  $35^\circ\text{C}$  считайте равной  $13,6 \text{ г/см}^3$ . Тепловым расширением стекла можно пренебречь.

$$S \approx 0,00028 \text{ мм}^2$$

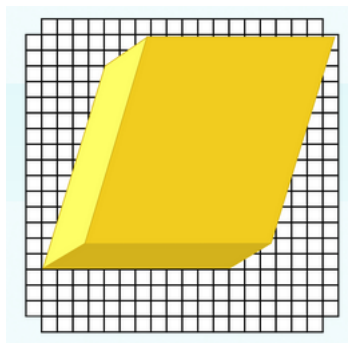
### 3 «Физтех»

Задача 20. («Физтех», 2015, 7) Определите массу металлической пластинки, изображённой на рисунке. Толщина пластинки 10 мм, плотность  $5 \text{ г/см}^3$ . Сторона ячейки квадратной сетки равна 2,0 мм. Ответ выразить в г. Округлить до целых.



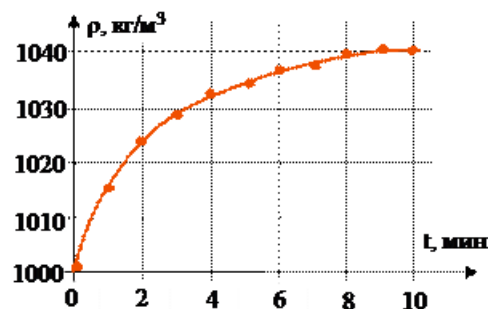
15 г

ЗАДАЧА 21. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 7) При раскопках кургана археологи нашли слиток похожего на золото металла. Толщина слитка  $l = 10$  мм, масса  $m = 410$  г. Фотография слитка на листе в клеточку приведена на рисунке. Сторона клеточки 5,0 мм. Определите плотность слитка. Ответ выразить в  $\text{г/см}^3$ , округлив до десятых.



501

ЗАДАЧА 22. («Физтех», 2016, 7) Юный экспериментатор исследовал зависимость плотности соляного раствора от времени его приготовления. Для этого он постепенно добавлял соль в колбу с 1,4 литрами воды, постоянно помешивая раствор до полного растворения соли. Раз в минуту экспериментатор снимал показания ареометра (прибора для измерения плотности жидкости). С помощью полученного по результатам эксперимента графика, определите, какую массу соли удалось растворить экспериментатору в интервале времени между 2-й и 8-й минутами. Ответ выразите в граммах. Округлите до целых.



21

ЗАДАЧА 23. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 7) В стеклянную банку наливают  $V_0 = 270$  мл воды, а затем её замораживают. Каким должен быть минимальный объём банки  $V$ , чтобы при превращении воды в лёд она не лопнула? Плотность воды  $1 \text{ г/см}^3$ , а плотность льда  $0,9 \text{ г/см}^3$ . Ответ выразить в мл, округлив до целых.

30E

ЗАДАЧА 24. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 7) Чему равна масса сплошного куба из чугуна, если площадь его поверхности  $S = 150 \text{ см}^2$ , а плотность чугуна равна  $\rho = 7 \text{ г/см}^3$ ? Ответ выразить в г, округлив до целых.

528

ЗАДАЧА 25. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 7) Археологи обнаружили кусок льда с вмёрзшей в него костью мамонта. Найти объём кости, если объём льда с костью равен  $V = 440$  л, масса  $M = 500$  кг. Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$ , а плотность кости  $\rho_{\text{к}} = 2000 \text{ кг/м}^3$ . Ответ выразить в  $\text{дм}^3$ , округлив до целых.

96

ЗАДАЧА 26. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 7–8) Стальной сейф с длиной ребра  $a = 50$  см имеет массу  $m = 764,4$  кг. Чему равна толщина стенок сейфа, если плотность стали равна  $\rho_c = 7,8$  г/см<sup>3</sup>? Ответ выразить в см, округлив до целых.

01

ЗАДАЧА 27. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 7–8) Бронзовая медаль олимпийских игр имеет массу  $M = 300$  г и плотность  $\rho = 8,6$  г/см<sup>3</sup>. Известно, что бронза является сплавом меди и олова. Определить массу олова в медали, если плотность олова равна  $\rho_o = 7,3$  г/см<sup>3</sup>, а плотность меди —  $\rho_m = 8,9$  г/см<sup>3</sup>. Ответ выразить в г, округлив до целых.

48

#### 4 «Росатом»

ЗАДАЧА 28. («Росатом», 2016, 7) На поверхность воды разлили нефть массой  $m = 800$  кг. Какую площадь займёт нефть, если она растеклась тонким слоем толщиной  $d = 1/4000$  мм? Плотность нефти  $\rho = 0,8$  г/см<sup>3</sup>. Ответ выразите в квадратных километрах.

$$S = \frac{m}{\rho d}$$

ЗАДАЧА 29. («Росатом», 2012, 7) Из куска алюминия массой  $m = 1$  кг изготовили прямоугольный параллелепипед, рёбра которого относятся друг к другу как 1 : 2 : 5. Найти длину меньшего ребра параллелепипеда. Плотность алюминия  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>.

$$v = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$$

ЗАДАЧА 30. («Росатом», 2017, 7) Перловую крупу массой  $m = 1$  кг залили водой массой  $M = 3$  кг и сварили. Известно, что плотность сухой перловки  $\rho = 1400$  кг/м<sup>3</sup>, варёной —  $\rho_1 = 1200$  кг/м<sup>3</sup>, воды —  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Считая, что объём варёного зерна равен сумме объёмов сухого зерна и впитавшейся в него воды, найти массу испарившейся при варке воды.

$$M = m \frac{\rho - \rho_1}{\rho_0 - \rho}$$

ЗАДАЧА 31. («Росатом», 2012, 7) Имеются два одинаковых стакана, в один из которых налито некоторое количество молока, во второй — такое же количество кофе. Одну ложку молока переливают в стакан с кофе, тщательно размешивают и одну ложку смеси переливают обратно в стакан с молоком. Чего в чём больше: молока в том стакане, в котором первоначально был кофе, или кофе в стакане, в котором было молоко? Ответ обосновать.

Одинаково

#### 5 «Курчатов»

ЗАДАЧА 32. («Курчатов», 2014, 7–8) Шулер хочет пронести в казино игральный кубик, состоящий из пластика в форме куба с ребром 3 см, в который вплавлена свинцовая вставка неправильной формы массой 7 г. Сможет ли он это сделать, если для этого кубик должен весить не больше, чем кубик таких же габаритов плотностью  $\rho_0 = 2,6$  г/см<sup>3</sup>? Плотность свинца равна  $\rho_{св} = 11,3$  г/см<sup>3</sup>, плотность пластика  $\rho_{пл} = 2,4$  г/см<sup>3</sup>.

Не сможет

ЗАДАЧА 33. («Курчатов», 2015, 7) Плотность воздуха при постоянном давлении обратно пропорциональна его абсолютной температуре  $T$  и при температуре  $0^\circ\text{C}$  равна  $1,3 \text{ кг/м}^3$ . В Васиной комнате было очень жарко — комнатный термометр показывал  $+27^\circ\text{C}$ . Поэтому, придя домой, Вася открыл окно, чтобы проветрить помещение, и отправился гулять. Вернувшись, он увидел, что термометр показывает всего  $+10^\circ\text{C}$ . Комната имеет размеры (в длину, ширину и высоту)  $3,5 \text{ м} \times 4 \text{ м} \times 3 \text{ м}$ . На сколько увеличилась масса воздуха в комнате после такого проветривания?

*Примечание.* Абсолютная температура  $T$  измеряется в Кельвинах (К) и рассчитывается по формуле  $T = t + 273$  град, где  $t$  — температура, выраженная в градусах Цельсия.

На 3 кг

ЗАДАЧА 34. («Курчатов», 2017, 8) В пищевой промышленности используется величина, называемая насыпной плотностью продукта, которая показывает, какую массу будет иметь продукт, для хранения которого понадобится 1 кубический метр объёма. Например, насыпная плотность овса  $432 \text{ кг/м}^3$ , значит, для хранения 432 кг овса понадобится контейнер объёмом  $1 \text{ м}^3$ .

Насыпная плотность груш составляет  $480 \text{ кг/м}^3$ , а обычная плотность —  $900 \text{ кг/м}^3$ . Какая часть объёма, используемого для хранения груш, приходится на воздух?

Средняя масса одной груши — 120 г. Сколько груш может храниться в прямоугольном ящике, если его размеры  $60 \text{ см} \times 40 \text{ см} \times 50 \text{ см}$ ?

$0,53 \text{ м}^3; 480$