

Баллистика. Относительность

В задачах, где рассматривается относительное движение двух брошенных камней, бывает полезно переходить в систему отсчёта, связанную с одним из камней. Она движется относительно земли с ускорением свободного падения \vec{g} , и потому движение второго камня в этой системе отсчёта будет *равномерным и прямолинейным*.

ЗАДАЧА 1. Два камня брошены одновременно: один — с высоты h вертикально вниз со скоростью u , другой — с поверхности земли вертикально вверх со скоростью v . Через какое время камни окажутся на одной высоте над землёй? Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$\frac{a+n}{4} = t$$

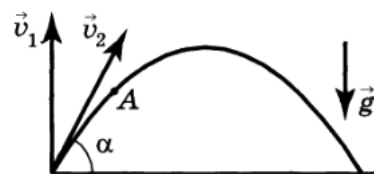
ЗАДАЧА 2. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Тяжёлую гирию отпускают без начальной скорости с некоторой высоты. Одновременно с земли брошен камешек. Куда в начальный момент должна быть направлена скорость камня (если она достаточна по величине), чтобы камень попал в гирию во время падения? Сопротивление воздуха отсутствует.

$$\text{напр. вН}$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2014, 9–11) Два камня бросили одновременно из одной точки под углами 20° и 80° к горизонту с одинаковыми скоростями $v_0 = 15$ м/с. Найдите расстояние между камнями через $\tau = 1$ секунду. Ответ выразить в метрах. Если ответ не целый, то округлить до сотых. Ускорение свободного падения равно 10 м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

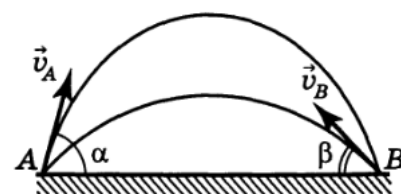
$$\pi \sin 1 = \pi 0 \alpha$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 1998, ОЭ, 9) Одновременно из одной точки брошены два тела с одинаковыми по модулю скоростями $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v_0$: первое — вертикально вверх, второе — под углом α к горизонту (см. рисунок). В дальнейшем они двигались поступательно. Определите скорость второго тела относительно первого в момент времени, когда второе тело будет находиться в точке A , достигнув половины своей максимальной высоты полёта. Сопротивлением воздуха пренебречь.



$$\left(\frac{v}{v_0} - \cos 2\alpha\right) \sin 2\alpha = \sin 2\alpha$$

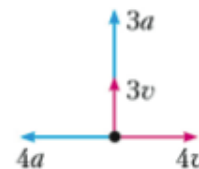
ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 1999, ОЭ, 9) Из точек A и B , находящихся на одной горизонтальной прямой, одновременно бросили два камня с одинаковыми по модулю скоростями $v_0 = 20$ м/с. Один из них полетел по навесной траектории, а другой — по настильной, и каждый упал в точку старта другого камня. Известно, что угол бросания α камня из точки A составляет 75° (см. рисунок). Через какое время после бросания расстояние между камнями станет минимальным?



Чему равно это расстояние? Укажите на рисунке положения камней в этот момент.

$$\pi 01 = \frac{6v}{c} = \sin p \text{ : } \text{ : } 19'0 \approx \frac{68}{9 \wedge 0 \alpha} = \perp$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2013, финал, 9) Две частицы начали движение из одной точки во взаимно перпендикулярных направлениях (рис.). Первая — с начальной скоростью $3v$ и постоянным ускорением $3a$, сонаправленным с начальной скоростью, другая — со скоростью $4v$ и постоянным ускорением $4a$, направленным противоположно начальной скорости.



Численно $a = 0,538 \text{ м/с}^2$, $v = 10 \text{ м/с}$.

Каким будет расстояние L между частицами в момент, когда их относительная скорость по модулю опять станет равна начальной относительной скорости? Чему будет равна минимальная относительная скорость $v_{\text{отн}}$ частиц?

$$v_{\text{отн}} \approx \frac{v_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = 7$$

ЗАДАЧА 7. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Однажды Галилео Галилей бросал камешки с Пизанской башни. Один из камешков он бросил горизонтально со скоростью $u = 11 \text{ м/с}$ из точки, находящейся на высоте $H = 51 \text{ м}$ над поверхностью земли. Камешек полетел в направлении мальчика, стоящего на расстоянии $L = 68 \text{ м}$ от башни. В то же мгновение этот мальчик бросил свой камешек с помощью пращи со скоростью $v = 26 \text{ м/с}$, причём вектор этой скорости был направлен на точку вылета камня Галилея. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите, каким будет минимальное расстояние между камешками в процессе полёта.

$$r \approx \frac{v_0^2 H}{g} = 1,8 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 8. («Росатом», 2012, 11) Из точки, находящейся над землёй, одновременно бросили два тела: одно вертикально вверх с начальной скоростью v_0 , второе — горизонтально с начальной скоростью $2v_0$. Найти расстояние между телами в тот момент, когда первое тело поднялось на максимальную высоту над поверхностью земли. Второе тело в этот момент времени ещё не успело упасть на землю.

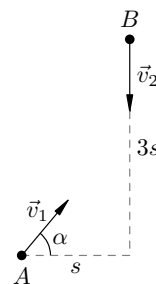
$$\frac{b}{\frac{g}{c^2}} = s$$

ЗАДАЧА 9. (МОШ, 2016, 11) Ракета удаляется от поверхности Земли с постоянной скоростью $v_0 = 200 \text{ м/с}$, направленной строго вертикально. Из неподвижного орудия под углом α к горизонту выпускается снаряд с такой же по величине начальной скоростью v_0 . В каком диапазоне должен лежать угол α , чтобы в системе отсчёта, движущейся поступательно вместе со снарядом, скорости ракеты и орудия хотя бы в какой-то момент времени были взаимно перпендикулярны? Через какое время τ это произойдёт? Сопротивлением воздуха пренебречь. Поверхность Земли считать плоской.

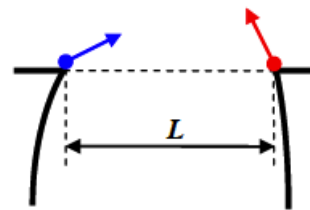
$$\left(\frac{c}{v} - v\right) \frac{b}{v_0^2} = \tau : 0,06 > \tau \geq 0,09$$

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2009) Снежки A и B , отстоящие друг от друга по горизонтали на s и по вертикали на $3s$, бросают одновременно со скоростями $v_1 = 5 \text{ м/с}$ под углом α ($\cos \alpha = 4/5$) к горизонту вверх и v_2 вертикально вниз (см. рисунок). Через некоторое время снежки столкнулись. Найти v_2 .

$$v_2 = (v_1 \sin \alpha - v_0 \cos \alpha) t = 2a$$



ЗАДАЧА 11. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) С двух сторон оврага шириной $L = 20$ м одновременно брошены два небольших камня. Начальные скорости камней одинаковы и направлены перпендикулярно друг другу, точки бросания находятся на одной горизонтали. Оказалось, что скорости камней вновь оказались перпендикулярны друг другу точно в тот момент времени, когда расстояние между ними было минимально. Найти величину начальной скорости камней. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с², сопротивлением воздуха пренебречь.



$$v_0 = \frac{L}{\sqrt{2}} \sqrt{g} = 0.707 L \sqrt{g}$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2014, финал, 10) Игрушечная катапульта может стрелять сразу двумя шариками, выпуская их с одинаковыми по модулю начальными скоростями v_0 , но направленными под разными углами к горизонту. Угол, под которым запускается один из шариков, можно менять как угодно. Конструкция катапульти такова, что после выстрела с горизонтальной плоскости оба шарика попадают в одну и ту же точку этой плоскости. После большого числа испытаний выяснилось, что максимальное из возможных расстояний между шариками в то время, пока они оба находились в воздухе, достигало $L = 19$ м. Определите начальную скорость v_0 шариков. Примите $g = 10$ м/с².

$$v_0 = \frac{L}{\sqrt{2}} \sqrt{g} = 0.707 L \sqrt{g}$$