

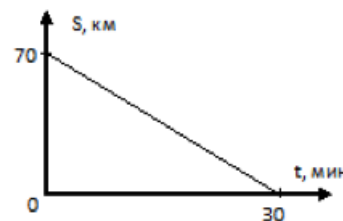
Относительность движения

В некоторых ситуациях приходится рассматривать движение тела в двух системах отсчёта, одна из которых считается неподвижной (например, связанная с землёй), а вторая движется относительно первой.

Движение вдоль одной прямой

С такими задачами вы давно знакомы. Если Петя идёт по прямой дороге со скоростью 1 м/с , а Вася движется по этой же дороге навстречу Пете со скоростью 2 м/с , то Пете кажется, что Вася приближается к нему со скоростью $1 + 2 = 3 \text{ м/с}$. Физик скажет, что 1 м/с и 2 м/с — это скорости Пети и Васи в неподвижной системе отсчёта, а 3 м/с — скорость Васи относительно Пети (то есть в системе отсчёта, связанной с Петей).

Задача 1. (*Всеросс., 2018, МЭ, 9*) Деревня находится на расстоянии $L = 70 \text{ км}$ от города. Населённые пункты соединяет прямолинейный участок шоссе. Одновременно из города и деревни навстречу начинают движение легковой автомобиль и автобус. Скорость автомобиля равна $v = 90 \text{ км/ч}$. На рисунке представлен график, на котором показано, как изменялось расстояние между ними с момента выезда до момента встречи. Найдите скорость автобуса. Какое время потребовалось автобусу на путь от места встречи до города? Считать, что автобус и автомобиль движутся с постоянными скоростями во время всего движения.



50 км/ч; 54 мин

Задача 2. (*«Курчатов», 2017, 9*) Два авианосца движутся навстречу друг другу с постоянными скоростями. Скорость первого авианосца 20 км/ч , скорость второго — 30 км/ч . В момент, когда расстояние между кораблями равно 60 км , с первого авианосца взлетает вертолёт и движется по прямой ко второму авианосцу со скоростью 150 км/ч . Долетев до второго авианосца, вертолёт зависает на 18 минут над этим кораблём, и затем возвращается на первый авианосец, вновь двигаясь со скоростью 150 км/ч . Сколько времени вертолёт отсутствовал на первом авианосце? Найдите путь, пройденный вертолётном.

48 мин; 84 км

Задача 3. (*МОШ, 2014, 7–8, 11*) Школьник Владислав идёт по движущемуся вверх эскалатору, поднимаясь за 20 с . Школьник Ярослав, стоя на этом же эскалаторе, поднимается за 60 с .

А) За какое время Владислав будет подниматься по эскалатору вверх, если эскалатор остановить?

В) За какое время Владислав будет подниматься по эскалатору вверх, если эскалатор запустят в обратном направлении с такой же по модулю скоростью, как и при движении вверх?

Ответы представьте в секундах и округлите до целых.

09 (А) 30; (В) 09

ЗАДАЧА 4. («Росатом», 2013, 11) Ширина реки равна l . Если лодка плывёт против течения реки, её скорость относительно земли равна v , если по течению — $3v$. За какое минимальное время лодка может пересечь реку?

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

ЗАДАЧА 5. («Росатом», 2013, 9) Корабль плывёт по реке с постоянной скоростью. По палубе с постоянной по величине скоростью ходит пассажир. От кормы к носу пассажир идёт со скоростью v относительно берега, а обратно со скоростью $v/2$ относительно берега. Длина палубы L . Пассажир прошёл один раз от кормы к носу и обратно. Какое расстояние относительно берега прошёл за это время корабль? Скорость корабля относительно воды больше скорости пассажира относительно корабля.

79

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2005, ОЭ, 9) С линии старта одновременно в момент $t = 0$ ушли две гоночные машины с ускорениями

$$a_1(t) = a_0 \left(1 + \sqrt{2 - \frac{t}{t_1}} \right) \quad \text{и} \quad a_2(t) = a_0 \sqrt{2 - \frac{t}{t_1}}$$

соответственно. Начиная с момента времени t_1 скорость первой машины не изменялась, а вторая машина продолжила разгоняться с постоянным ускорением, пока в момент t_2 её скорость не сравнялась со скоростью первой машины. Каково расстояние ΔS между автомобилями в этот момент времени?

$$\frac{v_2}{v_1} = S \nabla$$

Поступательное движение системы отсчёта

Перейдём к более сложной ситуации, когда скорость тела (в неподвижной системе отсчёта) и скорость движущейся системы отсчёта направлены вдоль разных прямых. Мы пока считаем движение системы отсчёта поступательным — ведь только в этом случае мы вообще можем говорить о «скорости движущейся системы отсчёта», ибо все её точки двигаются с одной и той же скоростью.

Итак, если муха ползёт по стенке вагона, а вагон *поступательно* движется по земле, то закон сложения скоростей гласит:

$$\vec{v}_{\text{мухи относительно земли}} = \vec{v}_{\text{мухи относительно вагона}} + \vec{v}_{\text{вагона относительно земли}}. \quad (1)$$

Обратите внимание на два момента.

- Указанные скорости складываются векторно.
- Муха переносится в пространстве каждой точкой вагона (через которую она проползает) с одной и той же скоростью $\vec{v}_{\text{вагона относительно земли}}$ (повторимся: вагон движется поступательно, и поэтому все его точки двигаются с одинаковыми скоростями). Случай вращения движущейся системы отсчёта будет рассмотрен в конце листка.

Слово «переносится» употреблено не случайно: скорость $\vec{v}_{\text{вагона относительно земли}}$ называется также *переносной*; именно с этой скоростью происходит перенос мухи относительно земли в том случае, когда она сидит неподвижно на стенке вагона.

Две оставшиеся скорости в формуле (1) также имеют свои названия: $\vec{v}_{\text{мухи}}$ относительно земли — это *абсолютная скорость*, $\vec{v}_{\text{мухи}}$ относительно вагона — *относительная скорость*. Таким образом, абсолютная скорость есть векторная сумма относительной и переносной скоростей:

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}. \quad (2)$$

Для удобства осознания закона сложения скоростей придадим ему ещё одну форму. Пусть система отсчёта S движется поступательно со скоростью \vec{v}_{SA} относительно системы отсчёта A . Если \vec{v}_A и \vec{v}_S — скорости тела в этих системах отсчёта, то

$$\vec{v}_A = \vec{v}_S + \vec{v}_{SA}.$$

Здесь, разумеется, \vec{v}_A — абсолютная скорость, \vec{v}_S — относительная, \vec{v}_{SA} — переносная.

ЗАДАЧА 7. («Росатом», 2011, 11) Поезд движется со скоростью v . Под некоторым углом к направлению его движения дует ветер; при этом скорость ветра, измеренная пассажиром поезда, равна v_1 . Когда поезд увеличил скорость в два раза, сохранив направление движения, скорость ветра, измеренная пассажиром, стала равна $1,5v_1$. Определить величину скорости ветра относительно земли.

$$\frac{v}{v_1} - \frac{v^2}{v_1^2} \Lambda = n$$

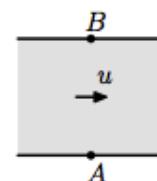
ЗАДАЧА 8. (МОШ, 2017, 9) Ракета удаляется от горизонтальной поверхности Земли со скоростью V , направленной строго вертикально. Параллельно поверхности точно на запад летит самолёт со скоростью $V/\sqrt{3}$.

1) С какой наименьшей по модулю скоростью u и в каком направлении должен лететь (относительно Земли) квадрокоптер для того, чтобы относительно него ракета и самолёт имели противоположные по направлению скорости?

2) Под каким углом к горизонту (относительно Земли) должна быть направлена скорость квадрокоптера для того, чтобы ракета и самолёт имели в системе отсчёта квадрокоптера противоположные по направлению и равные по модулю скорости? Чему равен модуль скорости квадрокоптера в этом случае?

$$\frac{V}{V/\sqrt{3}} - \frac{V^2}{(V/\sqrt{3})^2} \Lambda = n \text{ или } \frac{V}{V/\sqrt{3}} - \frac{V^2}{(V/\sqrt{3})^2} \Lambda = n \text{ или } \frac{V}{V/\sqrt{3}} - \frac{V^2}{(V/\sqrt{3})^2} \Lambda = n$$

ЗАДАЧА 9. (МОШ, 2015, 11) Школьник Вася, находящийся в точке A , собирается переплыть на противоположный берег реки и оказаться как можно ближе к точке B , расположенной точно напротив точки A . Ширина реки равна L , скорость течения реки равна u , скорость Васи в стоячей воде равна v . Определите, на каком минимальном расстоянии от точки B может оказаться Вася после переправы. Объясните Ваш ответ. Изобразите на рисунке векторы скорости течения реки, скорости Васи в стоячей воде и скорости Васи относительно берега при оптимальном способе переправы.



Решите задачу в общем случае и в частных случаях

(а) $u = 0,8$ м/с, $v = 1$ м/с, $L = 100$ м;

(б) $u = 1$ м/с, $v = 0,8$ м/с, $L = 100$ м.

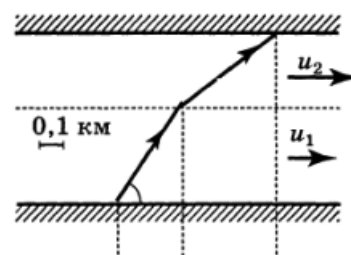
$$n \leq L = x \text{ (г) } \text{ '0} = x \text{ (в) } \text{ 'n} > a \text{ или } \frac{a}{\frac{a^2 - x^2}{L}} = x \text{ и } n \leq a \text{ или } 0 = x$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 1996, финал, 9) Минимальное время, которое необходимо, чтобы переплыть в лодке реку, равно t_0 . Ширина русла реки равна H . Скорость течения реки постоянна в любом месте русла и в β раз больше скорости лодки ($\beta > 1$), плывущей в стоячей воде.

- 1) Найдите скорость лодки в стоячей воде.
- 2) На какое расстояние снесёт лодку за минимальное время переправы?
- 3) Определите наименьшее расстояние, на которое может снести лодку за время переправы.
- 4) Найдите время переправы лодки в том случае, когда её сносит на минимальное расстояние.

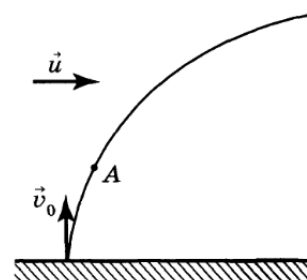
$$\frac{1 - \beta^2}{\beta} = \tau \left(1 - \beta^2 \right) H = \text{числ} T \left(\beta : H \beta = T \left(\tau : \frac{0}{H} = a \right) \right)$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 1996, финал, 10) Русло реки разделено цепью узких песчаных отмелей на два рукава с разной скоростью течения. С одного берега реки на другой переправляется лодка. На рисунке показан путь, при движении по которому снос лодки будет наименьшим. Для переправы по этому пути требуется время $t = 25$ мин. Принимая масштаб, обозначенный на рисунке, определите скорость лодки в стоячей воде v_0 и скорости течения воды u_1 и u_2 в каждом рукаве.

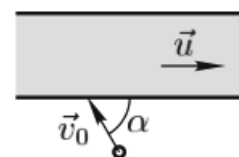


$$\frac{v_0}{\text{км/ч}} \approx 2.5 \quad ; \quad \frac{u_1}{\text{км/ч}} \approx 1.5 \quad ; \quad \frac{u_2}{\text{км/ч}} \approx 1.5$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2001, ОЭ, 9) Деревянный плот оттолкнули от берега так, что в начальный момент времени его скорость оказалась равной v_0 и направленной перпендикулярно берегу (рис.). Двигаясь по траектории, показанной на рисунке, плот через некоторое время T после начала движения оказался в точке A . Скорость реки постоянна и равна u . Графически найдите точки траектории плота, в которых он находился в моменты времени $2T$, $3T$ и $4T$.

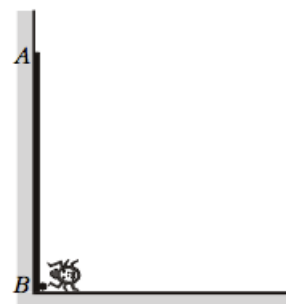


ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2009, финал, 9) Во время экскурсии на кондитерскую фабрику экспериментатор Глюк заметил, что скорость конфеты, попадающей из упаковочной машины под углом $\alpha = 60^\circ$ на ленту транспортёра (вид сверху приведён на рисунке), сначала уменьшается, а потом увеличивается. Начальная скорость \vec{v}_0 конфеты равна по модулю скорости \vec{u} ленты транспортёра и лежит в плоскости ленты. Чему равна скорость \vec{w}_0 конфеты относительно ленты транспортёра сразу после попадания её на ленту? Вычислите минимальную скорость v_{\min} конфеты относительно неподвижного Глюка.



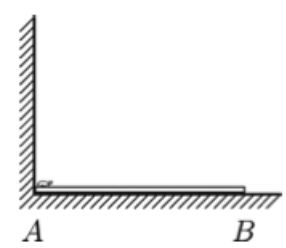
$$\frac{v_{\min}}{u} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \alpha = 60^\circ$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2002, финал, 9) У вертикальной стенки стоит палочка AB длиной L (рис.). На её нижнем конце B сидит жук. В тот момент, когда конец B начали двигать вправо по полу с постоянной скоростью v , жук пополз по палочке с постоянной скоростью u относительно неё. На какую максимальную высоту над полом поднимется жук за время своего движения по палочке, если её верхний конец не отрывается от стенки?



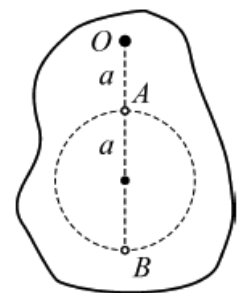
$$\left. \begin{array}{l} \zeta^{\wedge} a < n \text{ илгээ} \\ \zeta^{\wedge} a \geq n \text{ илгээ} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \left(\frac{\zeta^n}{\zeta^a} - 1 \right) \sqrt{\frac{L}{T}} \\ \left(\frac{\zeta^n}{\zeta^a} - 1 \right) \sqrt{\frac{L}{T}} \end{array} \right\} = \text{хөшиг}$$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2017, 10) Жёсткий стержень AB длиной L лежит на горизонтальном полу, придвинутый одним из своих концов вплотную к вертикальной стене, как показано на рисунке. В точке A сидит букашка. В тот момент, когда конец A стержня начали двигать вверх вдоль стены с постоянной по модулю скоростью V , букашка поползла по стержню с постоянной относительно стержня скоростью u в направлении конца B , который скользит по полу, не отрываясь от него. Найдите максимальное расстояние S от стенки до букашки в процессе её движения по стержню.



$$\left. \begin{array}{l} \zeta^{\wedge} A \leq n \text{ илгээ} \\ \zeta^{\wedge} A > n \text{ илгээ} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \left(\frac{\zeta^n}{\zeta^A} - 1 \right) \sqrt{\frac{L}{T}} \\ \left(\frac{\zeta^n}{\zeta^A} - 1 \right) \sqrt{\frac{L}{T}} \end{array} \right\} = S$$

ЗАДАЧА 16. (МОШ, 2017, 9) На очень лёгком клочке бумаги нарисовали окружность радиусом a и подвесили его на неподвижной горизонтальной оси O , относительно которой клочок может свободно вращаться (см. рисунок). В точку A , которая находится на нарисованной окружности под осью, садится жук и начинает ползти по этой окружности с постоянной по модулю скоростью V , перемещаясь в точку B , расположенную на продолжении отрезка OA . Через какое время от начала движения жук будет иметь максимальную скорость относительно неподвижной (лабораторной) системы отсчёта, если $|OA| = a$? Чему будет равна эта скорость? Считайте массу жука намного больше массы клочка бумаги.



$$A = \text{хөшиг} \left(\frac{\Delta \varepsilon}{v \Delta x} = \tau \right)$$

ЗАДАЧА 17. Торпеду выпускают из точки A в момент, когда корабль противника находится в точке B и движется со скоростью u . Направление движения корабля находится под углом β к линии AB (см. рисунок). Скорость торпеды равна v . Под каким углом α надо выпустить торпеду, чтобы она поразила цель?



$$\left(g \text{ илгээ } \frac{a}{n} \right) \text{ илгээ } = v$$

ЗАДАЧА 18. Два катера, находящиеся в данный момент в точках A и B , движутся с постоянными скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 (см. рисунок). Найдите построением минимальное расстояние, на которое могут сблизиться катера в процессе дальнейшего движения.



ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2010, финал, 9) Два корабля движутся с постоянными и одинаковыми по модулю скоростями $v_1 = v_2 = v$. В некоторый момент расстояние между ними оказалось равным L , а их взаимное расположение таким, как показано на рисунке.



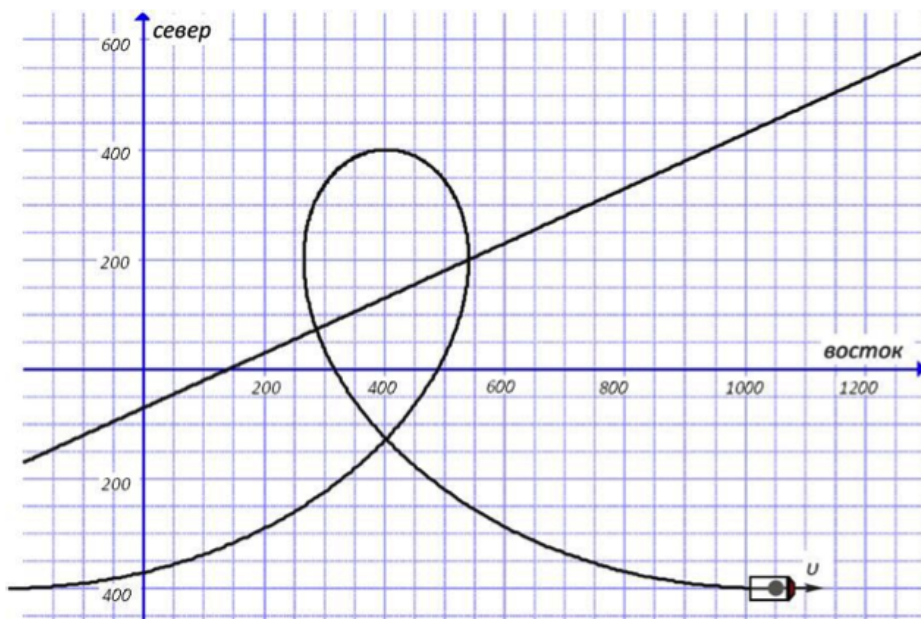
1) Определите минимальное расстояние между кораблями при их последующем движении.

2) Найдите время τ , через которое корабли окажутся на минимальном расстоянии друг от друга.

3) В момент, когда корабль B пересекает линию движения корабля A , от борта корабля A отправляется катер, который должен доставить на корабль B пакет с важным сообщением. Определите, через какое минимальное время Δt после отправки катера пакет будет доставлен на борт корабля B , если скорость u катера также равна v .

$$\frac{\xi^{\wedge 2}}{T} = \tau \nabla (\xi : \frac{\alpha \tau}{\xi^{\wedge T}} = \perp (\tau : \frac{\tau}{T} = p (\Gamma$$

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2017, финал, 9) При проведении аэрофотосъёмки была получена фотография, на которой видны два шлейфа дыма от паровозов (рис.). Одной клетке на фотографии соответствует 50 м на местности.



Известно, что один паровоз двигался равномерно по кольцевой ветке железной дороги, а другой — с такой же скоростью по прямой. Определите:

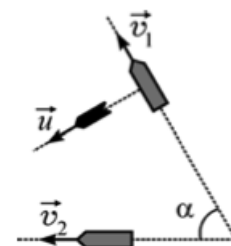
- направление скорости ветра;
- радиус R кольцевой железной дороги;
- отношение скорости паровоза v к скорости ветра u ;
- направление прямой железнодорожной ветки (выполнить построения с помощью циркуля и линейки).

На запад; $R = 400$ м; $v/u = 2$

ЗАДАЧА 21. (МОШ, 2017, 10) Две самоходные баржи равномерно движутся по озеру во взаимно перпендикулярных направлениях. Скорость одной баржи $v_1 = 3$ м/с, а другой — $v_2 = 4$ м/с. На каждой барже установлен анемометр — прибор для измерения модуля скорости ветра. В течение некоторого времени на каждом из кораблей каждую минуту снимают показания анемометров. По результатам измерений обнаружилось, что значения скорости ветра, полученные на первой барже, не превышали скорости баржи v_1 , а на второй — не превышали v_2 . Какого максимального значения могла достигать скорость ветра относительно озера во время измерений? Какой угол α составляла скорость первой баржи \vec{v}_1 с направлением ветра в момент, когда скорость ветра относительно озера была максимальной?

$$u_{max} = \frac{\frac{v_1 + \frac{1}{2}v_2}{2}}{\frac{v_1}{2}} \sqrt{\frac{v_1^2 + \frac{1}{2}v_2^2}{2}} = 4,8 \text{ м/с}; \alpha = \arccos \frac{v_1}{u_{max}} = \arccos \frac{3}{4,8} = 53,1^\circ$$

ЗАДАЧА 22. (МОШ, 2013, 11) Круизные лайнеры «Первый» и «Второй» плывут равномерно и прямолинейно. Угол между их курсами равен $\alpha = 60^\circ$, скорость «Первого» $v_1 = 35$ км/ч, скорость «Второго» $v_2 = 31,6$ км/ч. С лайнера «Первый» с временным интервалом в несколько часов отплывают два катера, которые, двигаясь с постоянной одинаковой скоростью, перпендикулярно курсу «Первого», точно приплывают ко «Второму». Определите скорость u катера.



$$v_1 \sin \alpha \approx \frac{v_1 \cos \alpha - v_2}{v_1 \sin \alpha} = u$$

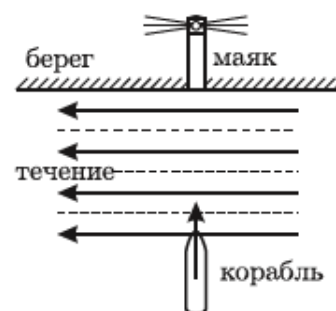
Задача о погоне

Советую посмотреть [статью](#).

ЗАДАЧА 23. (МОШ, 2008, 10) Школьник бежит по окружности радиусом $R = 30$ м с постоянной по величине скоростью $u = 3,14$ м/с. Второй школьник гонится за ним, стартовав из центра окружности. В процессе погони он все время находится на радиусе, соединяющем центр окружности и первого школьника, а величина его скорости неизменна и равна $v = 2u$. Сколько времени займёт погоня?

$$v \approx \frac{2u}{R} = t$$

ЗАДАЧА 24. (МОШ, 2009, 10) Капитан корабля заметил строго на севере береговой маяк и приказал держать курс на него. В этот момент расстояние до берега было равно $S = 30$ км. Корабль движется относительно воды со скоростью $v = 15$ км/ч и в каждый момент времени держит курс на маяк. Экипаж не знает о присутствии в море западного течения, скорость которого во всех точках одинакова и равна $u = 5$ км/ч. За какое время t корабль доплывёт до маяка? За какое время он доплыл бы до маяка, двигаясь по кратчайшей траектории?



$$\text{время } t \approx \frac{S}{v} = \frac{S}{v - u} = t$$

Вращение системы отсчёта

Допустим, что муха ползёт по глобусу, а глобус при этом вращается. Тогда мы снова имеем закон сложения скоростей:

$$\vec{v}_{абс} = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_{пер},$$

где

- $\vec{v}_{абс}$ — абсолютная скорость, то есть скорость мухи относительно земли;
- $\vec{v}_{отн}$ — относительная скорость, то есть скорость мухи относительно глобуса;
- $\vec{v}_{пер}$ — переносная скорость, то есть скорость относительно земли той точки глобуса, через которую в данный момент проползает муха.

Заметьте, что теперь мы не можем говорить о «скорости глобуса относительно земли», так как разные точки глобуса двигаются с разными скоростями!

Но муха может ползти не только по вращающемуся глобусу, но и, например, по стене комнаты. В этом случае закон сложения скоростей по-прежнему справедлив. Снова абсолютная скорость $\vec{v}_{абс}$ есть скорость мухи относительно земли, а относительная скорость $\vec{v}_{отн}$ есть скорость

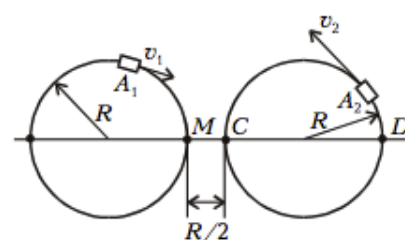
мухи относительно глобуса (то есть измеренная наблюдателем, расположенным на глобусе). Что же такое в этом случае переносная скорость?

Давайте представим себе, что с телом отсчёта — в данном случае с глобусом — жёстко связана невидимая среда S , заполняющая всё окружающее пространство. Среда S движется вместе с глобусом (как бы увлекается им), а глобус покоится относительно этой среды. Тогда переносная скорость — это скорость той точки среды S , через которую муха проползает в данный момент.

ЗАДАЧА 25. Шарообразная планета радиусом R вращается вокруг своей оси, при этом линейная скорость точек экватора равна u . Вокруг планеты в плоскости экватора по круговой орбите радиусом $2R$ вращается спутник со скоростью $3u$ (направления вращения спутника и планеты совпадают). Найдите скорость спутника относительно планеты.

$$n = \pi \omega_0$$

ЗАДАЧА 26. (*Всеросс., 1999, финал, 10*) По двум кольцевым дорогам радиуса R , лежащим в одной плоскости, движутся автомобили A_1 и A_2 со скоростями $v_1 = v = 20$ км/ч и $v_2 = 2v$ (см. рисунок). В некоторый момент автомобили находились в точках M и C на расстоянии $R/2$ друг от друга. Размеры автомобилей малы по сравнению с R .



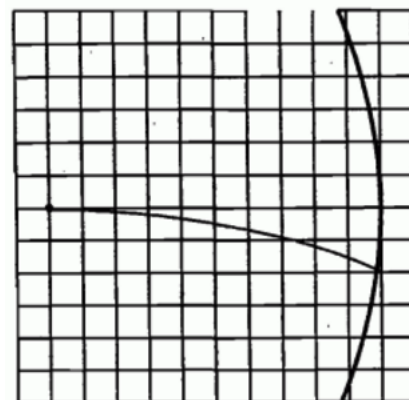
1) Найдите скорость автомобиля A_2 в системе отсчёта, связанной с автомобилем A_1 в этот момент.

2) Найдите скорость автомобиля A_2 в системе отсчёта, связанной с автомобилем A_1 , когда A_2 окажется в точке D .

$$v_2/v_1 = \frac{v_2}{v_1} = \frac{2v}{v} = 2 \quad (v_2/v_1 = \frac{v_2}{v} = 2)$$

ЗАДАЧА 27. (*Всеросс., 2002, ОЭ, 10*) На карусели радиуса $R = 15$ м, вращающейся в горизонтальной плоскости с угловой скоростью $\omega = 0,5$ рад/с, на расстоянии $R_0 = 10$ м от центра стоит хоккеист. В некоторый момент времени он ударил клюшкой по шайбе. Шайба после его броска оставила на карусели след (рис.). Найдите величину начальной скорости шайбы относительно карусели и относительно Земли. Трением шайбы о карусель пренебречь.

Примечание. При малых значениях φ (когда угол φ выражен в радианах) можно считать $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$.



$$12,5 \text{ м/с}; 13,5 \text{ м/с}$$