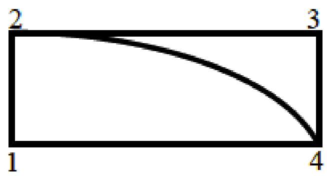
Теплопроводность

Опыт показывает, что мощность теплопередачи от более нагретого тела к менее нагретому прямо пропорциональна площади S границы раздела тел и разности их температур Δt:

$$N = kS\Delta t.$$

Данная формула носит название *закона Ньютона — Рихмана*. Коэффициент пропорциональности k называется иногда *коэффициентом теплоотдачи*.



Задача 1. (*«Росатом», 2018, 8, 10*) Имеется прямоугольник *1234*, изготовленный из металлических стержней одинакового материала и одинакового сечения, причём длины сторон прямоугольника относятся как *12* : *14* = 1 : 2. Вершины *2* и *4* связаны таким же (но кривым) стержнем с длиной, втрое большей длины стержня *12*. Температуры вершин *1* и *3* поддерживаются постоянными и равными $t_1 = 100\,^\circ$C, $t_3 = 0\,^\circ$C. Найти температуры вершин *2* и *4*.

Указание. Тепловой поток между точками, температуры которых поддерживаются постоянными, пропорционален разности температур точек, обратно пропорционален расстоянию между ними и коэффициенту теплопроводности среды между ними (закон Фурье). Считать, что боковые поверхности стержней теплоизолированы.

$\boxed{t_2 = \frac{72t_1+45t_3}{117} = 61{,}5\,^\circ\text{C};\ t_4 = \frac{45t_1+72t_3}{117} = 38{,}5\,^\circ\text{C}}$

Задача 2. (*МОШ, 2018, 10*) Для поддержания температуры воды в бассейне $t_0 = 25\,^\circ$C используется встроенный в стенки нагреватель, имеющий мощность $N_1 = 50$ кВт и температуру $t_1 = 50\,^\circ$C. Тепловой поток от нагревателя к бассейну прямо пропорционален разности температур между ними. Для увеличения температуры воды в бассейне до $t_2 = 28\,^\circ$C пришлось увеличить мощность нагревателя до $N_2 = 60$ кВт. Какой при этом стала температура нагревателя? Тепловым потоком, рассеивающимся от нагревателя в окружающую среду, можно пренебречь.

$\boxed{t_2 = t + \frac{N_2}{N_1}(t_1 - t_0) = 58\,^\circ\text{C}}$

Задача 3. (*Всеросс., 2018, ШЭ, 9*) Для поддержания в доме постоянной температуры $T = +20\,^\circ$C в печку всё время подкладывают дрова. При похолодании температура воздуха на улице понижается на $\Delta t = 15\,^\circ$C, и для поддержания в доме прежней температуры приходится подкладывать дрова в 1,5 раза чаще. Определите температуру воздуха на улице при похолодании. Какая температура установилась бы в доме, если бы дрова подкладывали с прежней частотой? Считайте, что мощность передачи теплоты от комнаты к улице пропорциональна разности их температур.

$\boxed{T_x = T - \Delta t = 5\,^\circ\text{C}}$

Задача 4. (*МОШ, 1991, 9*) В ванну за одну секунду вливается $m = 0{,}01$ кг воды, нагретой до температуры $T_1 = 50\,^\circ\mathrm{C}$. Известно, что теплоотдача от ванны составляет $Q = k(T - T_0)$, где $k = 100$ Дж/(с $\cdot$ °C), $T_0 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ — температура окружающего воздуха. Определите установившуюся температуру воды в ванне, если уровень воды поддерживается постоянным за счёт вытекания её из ванны. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг $\cdot$ °C). Считайте, что втекающая вода успевает полностью перемешаться с водой, которая была в ванне.

$T = \frac{cmT_1 + kT_0}{cm + k} \approx 29\,^\circ\mathrm{C}$

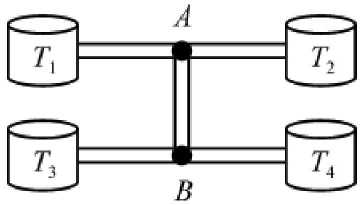
Задача 5. (*МОШ, 2002, 9*) Холодильник поддерживает в морозильной камере постоянную температуру $T_0 = -12\,^\circ\mathrm{C}$. Кастрюля с водой охлаждается в этой камере от температуры $T_1 = +29\,^\circ\mathrm{C}$ до $T_2 = +25\,^\circ\mathrm{C}$ за $t_1 = 6$ мин, а от $T_3 = +2\,^\circ\mathrm{C}$ до $T_4 = 0\,^\circ\mathrm{C}$ — за $t_2 = 9$ мин. За сколько времени вода в кастрюле замёрзнет (при $0\,^\circ\mathrm{C}$)? Теплоёмкостью кастрюли пренебречь. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ кДж/кг.

за 395 минут

Задача 6. (*МОШ, 2013, 10*) Школьник Владислав исследует охлаждение воды в стакане на морозе. Владислав заметил, что охлаждение от температуры 91 °C до 89 °C происходит за 3 минуты, а от температуры 31 °C до 29 °C — за 6 минут. За какое время будет происходить охлаждение от 11 °C до 9 °C? А от +1 °C до −1 °C? Считайте, что мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур стакана и окружающей среды. Удельные теплоёмкости воды и льда составляют соответственно 4,2 кДж/(кг $\cdot$ °C) и 2,1 кДж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплота плавления льда равна 336 кДж/кг. Теплоёмкостью стакана пренебречь.

9 минут; 8 часов

Задача 7. (*МОШ, 2017, 9*) Четыре термостата, в которых поддерживаются температуры $T_1 = +10\,^\circ\mathrm{C}$, $T_2 = +20\,^\circ\mathrm{C}$, $T_3 = 0\,^\circ\mathrm{C}$ и $T_4 = -10\,^\circ\mathrm{C}$, соединены между собой при помощи пяти одинаковых теплопроводящих стержней (см. рис.). Найдите установившиеся температуры точек A и B соединения стержней. Мощность теплопередачи через каждый стержень пропорциональна разности температур на его концах. Потерями теплоты можно пренебречь.



$T_A = \frac{1}{8}(3T_1 + 3T_2 + T_3 + T_4) = +10\,^\circ\mathrm{C}$; $T_B = \frac{1}{8}(T_1 + T_2 + 3T_3 + 3T_4) = 0\,^\circ\mathrm{C}$

Задача 8. (*Всеросс., 2017, ШЭ, 10*) В трёхлитровую банку с водой опустили кипятильник мощностью $N = 280$ Вт. В результате вода нагрелась до $t_1 = 80\,^\circ\mathrm{C}$, после чего её температура перестала изменяться. До какой температуры можно нагреть этим кипятильником воду в двухлитровой банке? Считайте, что обе банки геометрически подобны, заполняются водой полностью и закрываются крышками. Начальная температура воды равна $t = 20\,^\circ\mathrm{C}$ и совпадает с температурой воздуха в комнате. Мощность теплопередачи окружающему воздуху считайте пропорциональной площади поверхности банки и разности температур воды и воздуха в комнате. Испарение воды не учитывайте! Удельная теплоёмкость воды равна $c = 4200$ Дж/(кг $\cdot$ °C).

$t_2 = t + \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{2/3}(t_1 - t) \approx 98{,}6\,^\circ\mathrm{C}$

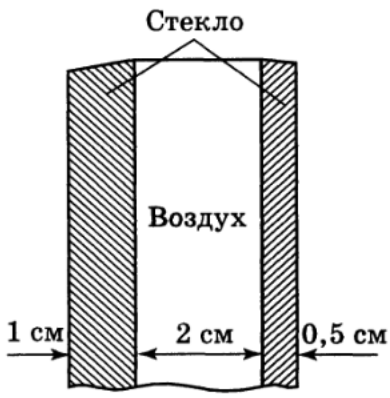
Задача 9. (*Всеросс., 1992, ОЭ, 9*) При разведении теплолюбивых рыб в аквариуме для поддержания необходимой температуры воды $t_т = 25\,°C$ используется электрический нагреватель, мощность которого $P_0 = 100$ Вт. Для хладолюбивых рыб температура воды в аквариуме должна быть $t_х = 12\,°C$. Чтобы обеспечить низкотемпературный режим, через погружённый в аквариум теплообменник — длинную медную трубку — пропускают водопроводную воду, температура которой $t_1 = 8\,°C$ (эффективность теплообменника столь высока, что вытекающая из трубки вода находится в тепловом равновесии с водой аквариума).

Предполагая, что мощность теплообмена между аквариумом и окружающей средой пропорциональна разности температур между ними, определите минимальный расход воды ($\mu = \frac{\Delta m}{\Delta \tau}$) для поддержания заданного температурного режима. Комнатная температура $t_0 = 20\,°C$. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К).

Как изменится ответ, если в аквариуме будут разводить рыб, предпочитающих температуру воды $t_х^* = 16\,°C$?

$\mu = \frac{P_0(t_0-t_х)}{c(t_т-t_0)(t_х-t_1)} \approx 9{,}5$ г/с; $\mu_* \approx 2{,}4$ г/с

Задача 10. (*Всеросс., 1997, ОЭ, 9*) Во время ремонта магазина были установлены новые рамы с двумя стёклами для витрин, конструкция которых приведена на рисунке: толщина L толстого стекла равна 1 см, а тонкого — $l = 0{,}5$ см; расстояние между рамами равно 2 см. Одну раму установили толстым стеклом внутрь магазина, а другую — наружу. Какая температура воздуха установится между стёклами в каждой из рам, если температура в магазине +20 °C, а на улице −10 °C? Считается, что теплоотдача пропорциональна разности температур, а температура воздуха между стёклами из-за конвекции всюду одинакова.

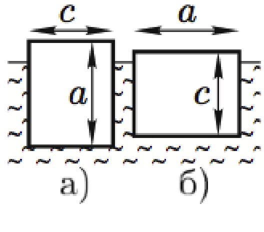


$t = \frac{d_м t_к + d_к t_м}{d_м + d_к}$; 0 °C и +10 °C

Задача 11. (*Всеросс., 2005, ОЭ, 9*) В стакан с водой с начальной температурой $t_1 = 20\,°C$ поместили электронагреватель и включили его в сеть. Вода стала нагреваться со скоростью $\mu_1 = 0{,}03\,°C$/мин, однако с течением времени скорость μ уменьшалась, и вода нагрелась только до температуры $t_2 = 80\,°C$. Нагреватель выключили. Вода начала остывать со скоростью $\mu_2 = -0{,}04\,°C$/мин. Чему равна температура окружающей среды t_0? Во сколько раз нужно увеличить мощность электронагревателя, чтобы всё-таки довести воду до кипения? Считайте, что теплоотдача в окружающую среду пропорциональна разности температур тела и среды.

$t_0 = t_2 - \frac{|\mu_2|}{\mu_1}(t_2 - t_1) = 0\,°C$; в 1,25 раза

Задача 12. (*Всеросс., 2008, ОЭ, 9*) В течение своей «жизни» айсберг несколько раз опрокидывается, поворачиваясь на 90°. Для изучения этого явления любознательный школьник проделал несколько модельных экспериментов, наблюдая процесс таяния льда в ванне. Опыты показали, что «айсберг» неустойчив к перевороту, если хотя бы один из его поперечных размеров меньше его высоты примерно на 20%. Затем был проделан следующий количественный эксперимент: тающий кусок льда в форме параллелепипеда размеров $a \times b \times c = 10 \times 10 \times 8$ см^3 опускался в ванну с водой при температуре $t_0 = 20\,°C$. Попытки заставить плавать «айсберг» в положении a (рис.) не увенчались успехом: он практически сразу



самопроизвольно опрокидывался в устойчивое положение *б*. Далее в процессе таяния «айсберг», оставаясь параллелепипедом (тонкий надводный козырёк подтаивал и практически не образовывался), изменялся в размерах и примерно через полчаса ($\tau_0 = 30$ мин) самопроизвольно опрокинулся.

1) Какими были размеры модельного «айсберга» непосредственно перед этим опрокидыванием?

2) На основании описанного опыта оцените время τ_1 опрокидывания реального айсберга с размерами $500 \times 500 \times 400$ м^3 в океане с температурой $t_1 = 5\,°\text{C}$. Каковы его размеры при опрокидывании? Считайте, что теплоподвод происходит только по воде и скорость таяния пропорциональна разности температур льда и окружающих его вод.

Примечание. Температуру айсбергов принять равной $0\,°\text{C}$.

1) $4 \times 4 \times 5$ см^3; 2) 10^4 часов

Задача 13. (*Всеросс., 2011, РЭ, 9*) В большой комнате с температурой воздуха $t_0 = 20\,°\text{C}$ находится испорченный кран. Из него ежесекундно тоненькой струйкой вытекает $\mu = 0{,}1$ г воды. Вода попадает в тонкостенную металлическую раковину с квадратным сечением $a^2 = 30$ см $\times$ 30 см. Температура воды в кране $t_1 = 54\,°\text{C}$. Слив раковины прикрыт так, что вода из него частично вытекает. При этом уровень воды в раковине установился на высоте $H = 10$ см, равной глубине раковины. Пренебрегая теплоёмкостью раковины и считая, что она очень хорошо проводит тепло, определите установившуюся температуру t воды в раковине. Считайте, что поток тепла q от воды в раковине пропорционален разности температур $(t - t_0)$, а также полной площади поверхности воды (включая стенки раковины). Коэффициент пропорциональности $k = 0{,}3$ Вт/(м$^2 \cdot$ °C), а удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг $\cdot$ °C). Вода в раковине перемешивается.

$t = \alpha t_1 + (1-\alpha)t_0 \approx 48\,°\text{C}$, где $\alpha = \left(1 + \frac{kS}{c_в\mu}\right)^{-1}$ и $S = 2a^2 + 4aH$

Задача 14. (*Всеросс., 1996, финал, 9*) В кастрюлю поместили воду и лёд при температуре $t_0 = 0\,°\text{C}$ и закрыли её крышкой. Массы воды и льда одинаковы. Через время $\tau = 2$ ч 40 мин весь лёд растаял.

1) Через какое время температура воды повысится на $1\,°\text{C}$?

2) Какое время потребуется, чтобы вода нагрелась от $20\,°\text{C}$ до $21\,°\text{C}$?

Температура воздуха в комнате $t_к = 25\,°\text{C}$. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}2 \cdot 10^5$ Дж/кг.

1) $\tau_1 = \frac{2c\Delta t}{\lambda}\tau = 252$ с; 2) $\tau_2 = \frac{t_к - t_0}{t_к - t_1}\tau_1 = 1260$ с

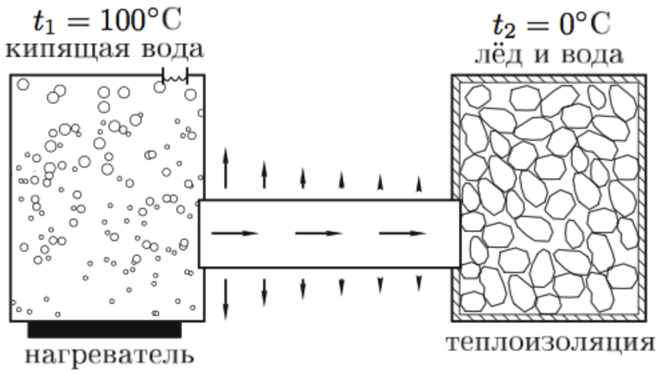
Задача 15. (*Всеросс., 2003, финал, 9*) На поверхности озера Байкал зимой намерзает толстый слой льда. Предположим, что где-то в декабре толщина льда составляет $x = 80$ см. Температура воздуха $t = -40\,°\text{C}$. С какой скоростью v (в мм/час) увеличивается в этот период толщина слоя льда?

Для льда: плотность $\rho_л = 0{,}92$ г/см^3, удельная теплота плавления $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг, коэффициент теплопроводности $k = 2{,}2$ Вт/(м $\cdot$ °C).

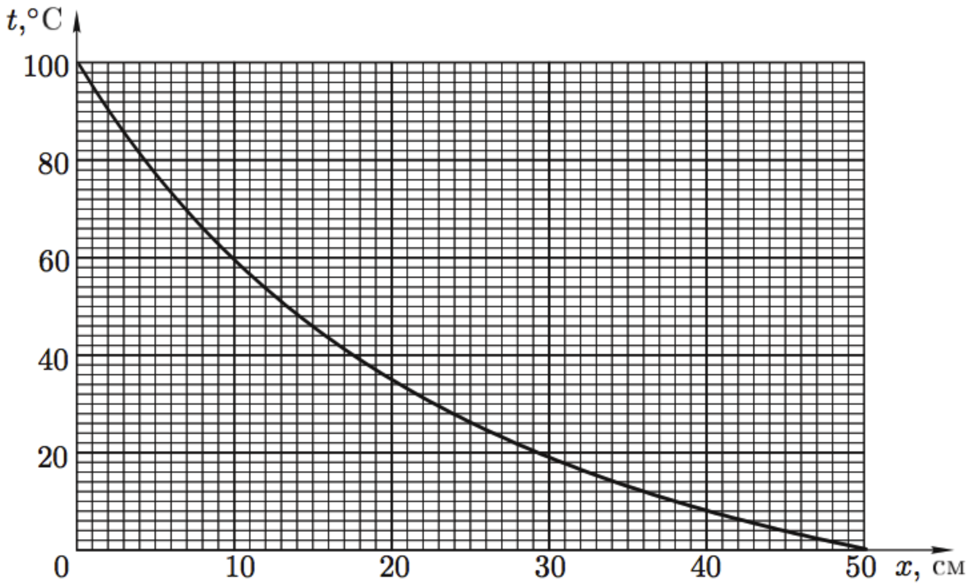
Примечание. Количество теплоты, проходящее в единицу времени через слой вещества площадью S и толщиной h при разнице температур Δt между поверхностями, определяется соотношением $q = kS\Delta t/h$. Теплоёмкость воды и льда не учитывать.

$v = \frac{k|t|}{\lambda\rho x} \approx 1{,}3$ мм/ч

Задача 16. (*Всеросс., 2008, финал, 9*) Имеются два сосуда. В первом из них находится кипящая вода ($t_1 = 100\,^\circ$C). Во втором теплоизолированном сосуде находится смесь воды и льда ($t_2 = 0\,^\circ$C). Сосуды соединены металлическим стержнем длиной $L = 50$ см, по которому тепловая энергия передаётся от кипящей воды тающему льду (рис.). Стержень не теплоизолирован, и поэтому часть энергии рассеивается в окружающее пространство. Стрелками на рисунке указаны направления тепловых потоков.



На приведённом ниже графике показано распределение температуры вдоль стержня.



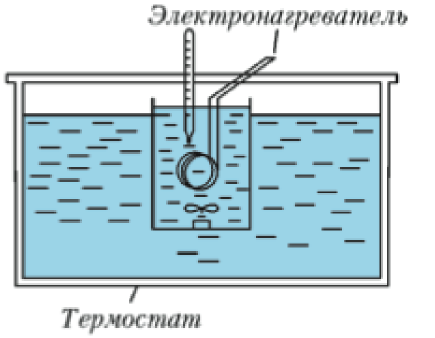
1) Определите графически, какая доля тепловой энергии, поступающей в левый конец стержня от сосуда с кипящей водой, рассеивается в окружающее пространство.

2) Во сколько раз быстрее растает весь лёд во втором сосуде, если поверхность стержня покрыть теплоизолирующим слоем?

Примечание. Тепловой поток через слой вещества толщиной Δx пропорционален разности температур Δt между поверхностями, ограничивающими слой, и обратно пропорционален толщине: $\Delta Q \propto \Delta t/\Delta x$.

1) 84%; 2) в 2,5 раза

Задача 17. (*Всеросс., 2012, финал, 9*) В лаборатории у экспериментатора Глюка были электронагреватель с мешалкой, термостат и два тонкостенных химических стакана, линейные размеры которых отличались в два раза (толщина стенок стаканов одинакова). В термостате поддерживалась постоянная температура $t_1 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ (рис.). Глюк решил исследовать, как зависит температура жидкости в стакане от времени (мешалка нужна для быстрого выравнивания температуры по всему объёму стакана).



Сначала он использовал стакан меньшего размера, который заполнил исследуемой жидкостью при температуре $t_1 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ и поместил в термостат. Включив электронагреватель, Глюк обнаружил, что за первые $\tau_1 = 10$ с система нагрелась на $\Delta t_1 = 1\,^\circ\mathrm{C}$. Спустя продолжительное время температура жидкости установилась на отметке $t_2 = 40\,^\circ\mathrm{C}$.

Во втором эксперименте он взял больший стакан, заполнил его той же жидкостью, нагретой до температуры $t_3 = 35\,^\circ\mathrm{C}$, и включил тот же нагреватель в сеть. Через некоторое время τ_2 он с удивлением обнаружил, что температура содержимого в стакане понизилась на $\Delta t_2 = 0{,}5\,^\circ\mathrm{C}$.

Считайте, что теплоёмкость стаканов мала по сравнению с теплоёмкостью содержащейся в них жидкости.

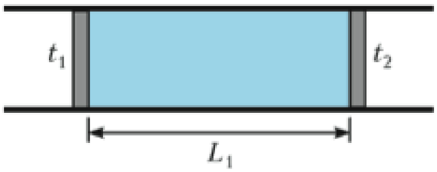
1) Найдите температуру t_4, которая установится в стакане спустя продолжительное время.

2) Вычислите время τ_2.

Примечание. Известно, что поток энергии, проходящий через слой вещества (стенки стакана) в единицу времени, прямо пропорционален разнице температур на границах слоя и площади поверхности слоя.

1) $t_4 = \frac{3t_1+t_2}{4} = 25\,^\circ\mathrm{C}$; 2) $\tau_2 = 8\tau_1 \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \frac{t_2-t_1}{4t_3-3t_1-t_2} = 20$ с

Задача 18. (*Всеросс., 2013, финал, 9*) В теплоизолированном цилиндре на расстоянии $L_1 = 80$ см друг от друга находятся два легкоподвижных теплопроводящих поршня. Пространство между ними заполнено водой, а снаружи на поршни действует атмосферное давление (рис.).



Слева от левого поршня включили холодильник, который поддерживает постоянную температуру $t_1 = -40\,^\circ\mathrm{C}$, а справа от правого — нагреватель, поддерживающий постоянную температуру $t_2 = 16\,^\circ\mathrm{C}$. Через некоторое время система пришла в стационарное состояние, и расстояние между поршнями стало L_2.

После этого поршни снаружи теплоизолировали и дождались установления теплового равновесия в цилиндре. Расстояние между поршнями стало L_3. Найдите расстояния L_2 и L_3. Плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплоёмкость льда $c_л = 2100$ Дж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, коэффициент теплопроводности льда в 4 раза больше коэффициента теплопроводности воды.

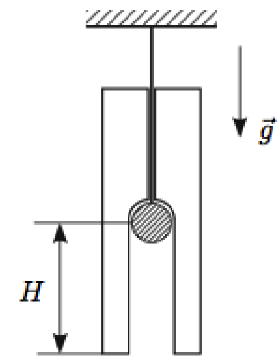
Указание. Считайте, что мощность теплового потока P вдоль цилиндра, между торцами которого поддерживается постоянная разность температур Δt, равна

$$P = \frac{kS\Delta t}{L},$$

где k — коэффициент теплопроводности среды, S — площадь торца цилиндра, L — длина цилиндра.

$L_2 = \frac{4|t_1|+t_2}{4\frac{\rho_л}{\rho_в}|t_1|+t_2} L_1 = 88$ см, $L_3 = \frac{\rho_в}{\rho_л} L_1 \approx 88{,}9$ см

Задача 19. (*Всеросс., 2014, финал, 9*) Через тонкое отверстие, проходящее вдоль вертикальной оси цилиндрической сосульки, продета нить, на конце которой закреплён шарик из материала с очень высоким значением теплопроводности. В начале эксперимента шарик нагрет до некоторой температуры t_1, а температура сосульки равна температуре окружающего воздуха $t_0 = 0\,^\circ$C. Из-за таяния льда сосулька опускается вниз (см. рисунок), а талая вода вытекает в виде капель при температуре t_0. При этом за шариком остаётся цилиндрический канал площадью $S = 2$ см^2.



1) Найдите начальную температуру t_1 шарика, если в процессе эксперимента сосулька перестала опускаться тогда, когда шарик проплавил канал глубиной $H = 10$ см.

2) Определите скорость v_0 сосульки на начальной стадии эксперимента, если в момент времени, когда она опустилась на две трети глубины H, её скорость равнялась $u = 0{,}1$ мм/с.

Считайте мощность теплопередачи пропорциональной разности температур шарика и льда и что вся она идёт на плавление льда. Теплоёмкость шарика $C = 59{,}4$ Дж/°C. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг. Плотность льда $\rho = 900$ кг/м^3.

1) $t_1 = t_0 + \frac{\lambda \rho S H}{C} = 100\,^\circ$C; 2) $v_0 = 3u = 0{,}3$ мм/с

Задача 20. (*Всеросс., 2015, финал, 9*) В жаркие летние дни, когда в комнате установилась температура $t_0 = 30\,^\circ$C, экспериментатор Глюк обратил внимание на то, что время работы двигателя холодильника стало вдвое превышать время бездействия. Решив оптимизировать его работу, экспериментатор регулятором изменил температуру внутри холодильника на $\Delta\theta = 9\,^\circ$C. В результате время бездействия стало вдвое больше времени работы. Определите:

1. На какие температуры t_1 и t_2 был настроен регулятор в начале и в конце эксперимента?

2. На какую внутреннюю температуру t_m надо выставить регулятор, чтобы двигатель холодильника начал работать без перерыва?

3. При какой выставленной регулятором температуре t_3 частота включения холодильника станет максимальной?

Указание. Регулятор задает температуру внутри холодильника t в небольшом интервале $t \pm \Delta t/2$. Когда температура внутри становится равной $t + \Delta t/2$, двигатель холодильника включается, когда она снижается до $t - \Delta t/2$ — выключается. Считайте, что:

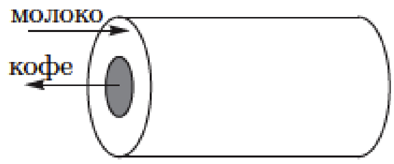
1) мощность подводимого тепла пропорциональна разности температуры внутри холодильника и окружающей среды и постоянна во всём интервале внутренних температур $t \pm \Delta t/2$;

2) тепловая мощность, отбираемая двигателем во время его работы у внутреннего объёма холодильника, не зависит от температур;

3) изменением температуры в комнате можно пренебречь.

$t_1 = 12\,^\circ$C, $t_2 = 21\,^\circ$C, $t_m = 3\,^\circ$C, $t_3 = 16{,}5\,^\circ$C

Задача 21. (*Всеросс., 2016, финал, 9*) Теплообменник состоит из двух тонких коаксиальных труб и имеет длину $L = 5$ м. По внутренней трубе течёт кофе, а по внешней во встречном направлении — молоко (см. рисунок). Молоко поступает в теплообменник при температуре $t_1 = 10\,^\circ$C, а кофе — с противоположной стороны при температуре $t_2 = 90\,^\circ$C. Если в единицу времени по трубам теплообменника в каждую сторону протекает одинаковая масса жидкостей μ, то к выходу из него молоко успевает нагреться до температуры $t_3 = 60\,^\circ$C.



1) Определите температуру t_4 кофе на выходе из теплообменника.

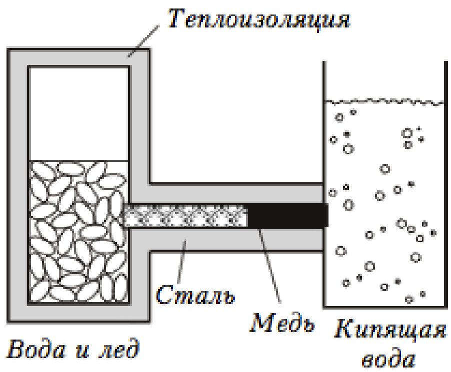
2) На каком расстоянии s друг от друга находятся участки труб, в которых температуры кофе и молока одинаковы?

3) Какими станут температуры молока t_3' и кофе t_4', вытекающих из теплообменника, если увеличить скорость обоих потоков в два раза, сохранив их температуры на входе?

Указание: Мощность теплопередачи через небольшую площадку внутренней трубы пропорциональна разности температур контактирующих с ней жидкостей. Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Плотности и удельные теплоёмкости кофе и молока считать одинаковыми.

1) $t_4 = 40\,^\circ$C; 2) $s = 3$ м; 3) $t_3' = 46{,}4\,^\circ$C, $t_4' = 53{,}6\,^\circ$C

Задача 22. (*Всеросс., 2001, финал, 9*) В теплоизолированном сосуде находится смесь воды и льда при температуре $t_1 = 0\,^\circ$C. Через стенку в сосуд вводится торец медного стержня, боковые стенки которого покрыты теплоизолирующим слоем. Другой торец стержня погружён в воду, кипящую при атмосферном давлении. Через время $\tau_м = 15$ мин весь лёд в сосуде растаял. Если бы вместо медного стержня в этом эксперименте был использован стальной стержень того же сечения, но другой длины, то весь лёд растаял бы через время $\tau_с = 48$ мин.



Стержни соединяют последовательно (см. рис.). Какой будет температура t в месте соприкосновения медного и стального стержней? Рассмотрите два случая:

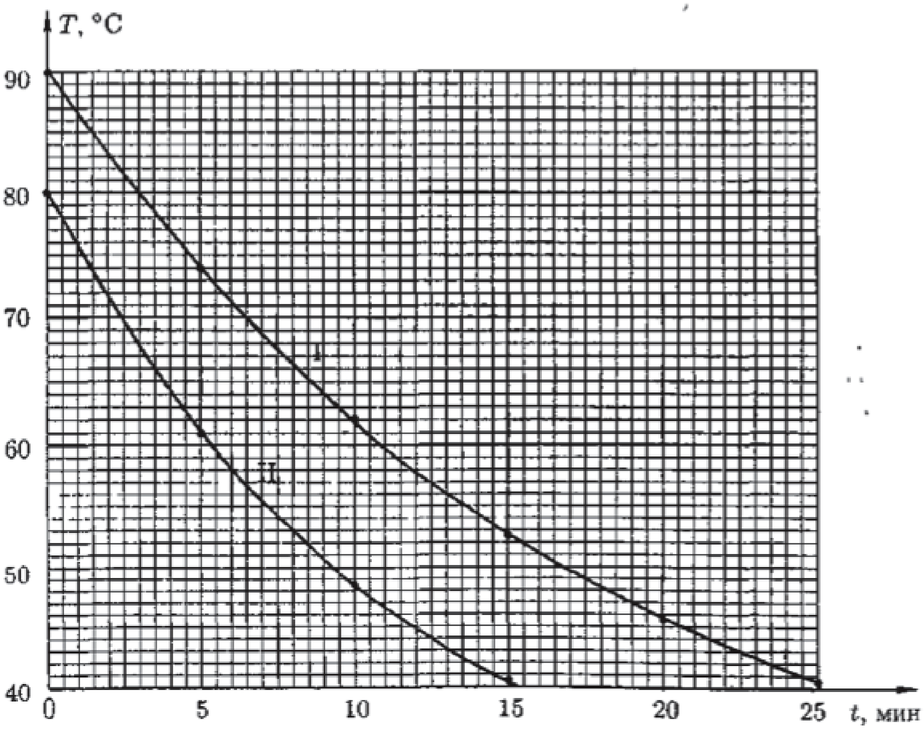
1) кипящая вода соприкасается с торцом медного стержня;

2) кипящая вода соприкасается с торцом стального стержня.

Через какое время τ растает весь лёд при последовательном соединении стержней? Будет ли это время одинаково в случаях 1 и 2?

$\tau_{мс} = \frac{\tau_м t_1 + \tau_с t_2}{\tau_м + \tau_с} \approx 76\,^\circ$C; $\tau_{см} = \frac{\tau_с t_1 + \tau_м t_2}{\tau_м + \tau_с} \approx 24\,^\circ$C; $\tau = \tau_м + \tau_с = 63$ мин

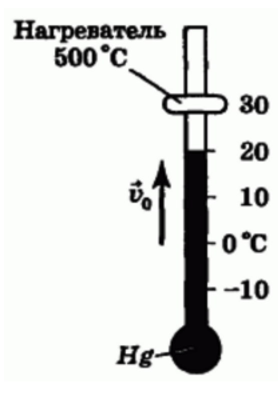
Задача 23. (*Всеросс., 2005, финал, 9*) На олимпиаде по физике участникам было предложено выполнить следующий эксперимент. Пенопластовый стакан ёмкостью V_0, закрытый сверху пенопластовой крышкой, в которую вставлен термометр, заполнялся горячей водой, и, по мере остывания воды, снималась зависимость её температуры T от времени t. Затем в стакан помещался кусок свинца плотностью $\rho = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3 и объёмом $V = V_0/2$, стакан доверху заполнялся горячей водой, и вновь снималась зависимость $T(t)$. Аккуратный ученик изобразил оба графика на одном листе миллиметровой бумаги (кривые I и II на рисунке).



Принимая удельную теплоёмкость воды равной $c_0 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · °C), определите по этим экспериментальным кривым удельную теплоёмкость c свинца. Плотность воды $\rho_0 = 1{,}0 \cdot 10^3$ кг/м^3. Теплоёмкостью стенок стакана и крышки можно пренебречь. Температуру в комнате, где проводился эксперимент, считайте постоянной.

$c = (0{,}13 \pm 0{,}01) \cdot 10^3$ Дж/(кг · °C)

Задача 24. (*Всеросс., 1997, финал, 9*) К ртутному термометру на уровне деления $t_x = 30\,°\mathrm{C}$ прикреплён маленький нагреватель, температура которого поддерживается постоянной и равной $500\,°\mathrm{C}$ (рис.). Через некоторое время столбик ртути проходит через деление $t_0 = 20\,°\mathrm{C}$ со скоростью $v_0 = 0{,}1$ град/с. Найдите, через какое время температура ртути достигнет $26\,°\mathrm{C}$, считая теплопроводность ртути во много раз больше теплопроводности стекла. Теплоёмкостью стекла можно пренебречь, а тепловой поток от нагревателя к ртути считать пропорциональным разности температур.



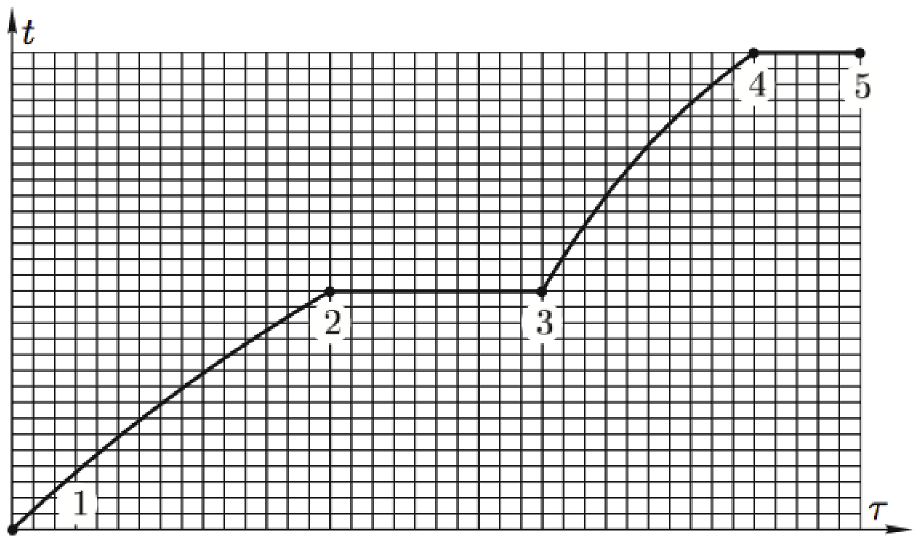
42 с

Задача 25. (*Всеросс., 1994, ОЭ, 10*) При заполнении сосуда Дьюара жидким азотом, находящимся при температуре кипения, была нарушена герметичность его внешней стенки. Весь азот испарился из сосуда за время $t_1 = 5$ ч, а концентрация молекул воздуха между стенками возросла за это время в 6 раз, оставаясь такой, что молекулы воздуха могут пролетать от стенки до стенки практически без соударений друг с другом. Оцените, за какое время t_2 эта же масса азота испарилась бы из неповрежденного сосуда. Поступлением тепла через горловину сосуда и излучением можно пренебречь.

Примечание. Сосуд Дьюара представляет собой сосуд с двойными стенками, в пространстве между которыми поддерживается высокий вакуум.

$\boxed{t_2 = \frac{7}{2}t_1 = 17{,}5 \text{ ч}}$

Задача 26. (*Всеросс., 2008, ОЭ, 10*) В открытом сосуде находятся две несмешиваемые жидкости равных масс при температуре окружающей среды. В момент времени τ_1 смесь начинают нагревать, подводя постоянную мощность. В момент времени τ_5 сосуд оказывается пустым. В результате получена зависимость температуры содержимого сосуда от времени (рис.).

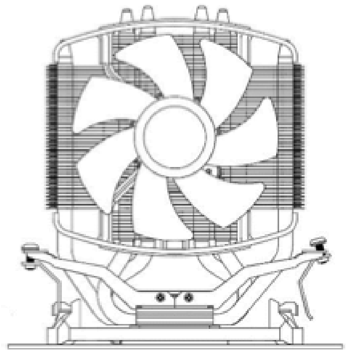


Найдите отношение удельных теплот парообразования и удельных теплоёмкостей жидкостей.

Считайте, что коэффициент пропорциональности α между разностью температур и потоком теплоты от сосуда в окружающую среду постоянен.

$\boxed{\frac{c_1}{c_2} = 1{,}8;\ \frac{L_1}{L_2} = 4{,}4}$

Задача 27. (*МОШ, 2018, 9*) Процессор персонального компьютера может весьма сильно нагреваться. Для нормальной работы процессора необходима система охлаждения — кулер, состоящий из радиатора и вентилятора (см. рисунок). Обозначим температуру процессора T_C, температуру радиатора T_R, а температуру воздуха внутри корпуса компьютера вдали от процессора T_0.

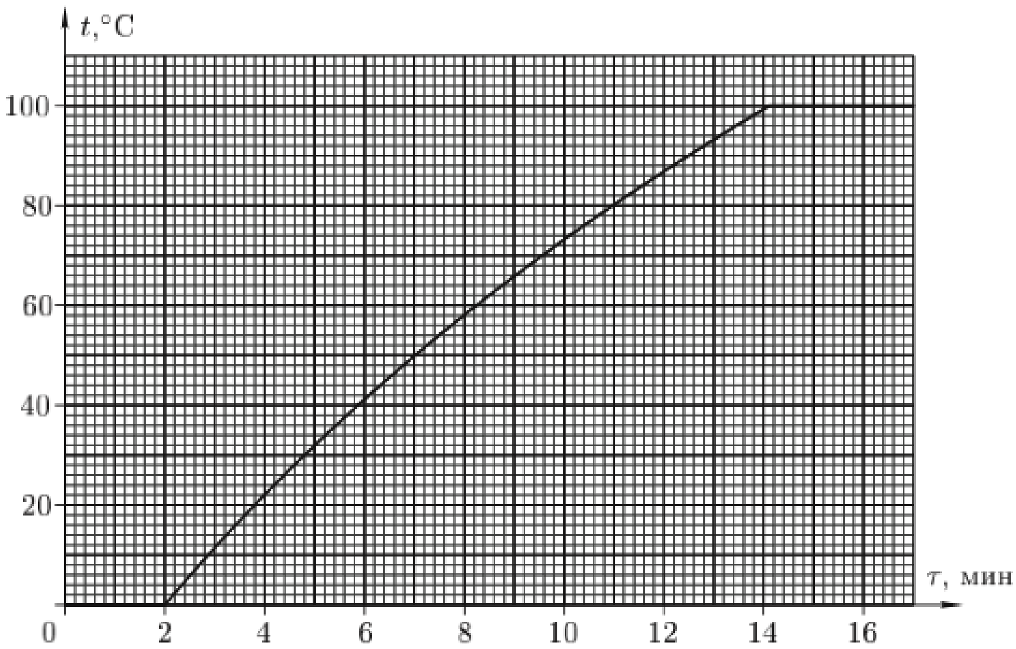


Количество теплоты, передаваемое за единицу времени процессором радиатору, пропорционально разности их температур $(T_C - T_R)$. Аналогично, радиатор отдаёт в единицу времени окружающей среде количество теплоты, пропорциональное разности $(T_R - T_0)$. Коэффициенты пропорциональности в указанных зависимостях разные, но оба они зависят только от геометрических размеров и конструкции кулера.

Температура процессора при работе в некотором режиме равна $T_C = 54\,^\circ$C. При этом $T_R = 42\,^\circ$C и $T_0 = 26\,^\circ$C. Этот процессор заменили на другой — с тепловыделением при работе в том же режиме в 1,5 раза больше, оставив прежний кулер. Температура воздуха T_0 в результате увеличилась на $2\,^\circ$C. Определите температуру нового процессора.

$\boxed{70\,^\circ\text{C}}$

Задача 28. (*Всеросс., 2009, финал, 11*) В сосуд, содержащий смесь воды и льда, в момент времени $\tau = 0$ мин опустили нагреватель мощностью $P_0 = 400$ Вт. На рисунке представлена зависимость температуры t смеси от времени τ.



Известно, что мощность Q тепловых потерь пропорциональна разности температур $\Delta t = t - t_0$, где t_0 — температура окружающей среды. При расчётах вы можете принять $t_0 = 0\,^\circ$C и, следовательно, $Q = \alpha t$, где α — постоянный коэффициент, не зависящий от температуры. Используя приведённый график зависимости $t(\tau)$, найдите:

1) начальную массу льда $m_л$ в смеси;

2) общую массу M содержимого сосуда;

3) коэффициент пропорциональности α;

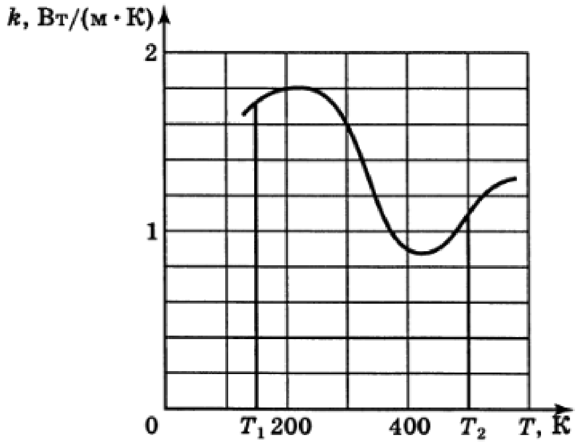
4) максимальную мощность нагревателя $P_{\max}$, при которой вода никогда не закипит;

5) время τ_1 от начала таяния льда, в течение которого вода в сосуде закипит, если мощность нагревателя $P_1 = 300$ Вт.

Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К); удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}2 \cdot 10^5$ Дж/кг.

1) 150 г; 2) 480 г; 3) 2,0 Вт/°С; 4) 200 Вт; 5) $\tau_1 = \frac{\lambda m_л}{P_1} + \frac{cM}{\alpha} \ln \frac{P_1}{P_1 - \alpha t_1} \approx 21$ мин

Задача 29. (*Всеросс., 1995, финал, 11*) Предположим, что создан материал с необычной зависимостью коэффициента теплопроводности k от температуры (рис.). Пластину из такого материала поместили между двумя стенками вплотную к ним. Температуры стенок поддерживаются неизменными: $T_1 = 160$ К и $T_2 = 500$ К соответственно. Какой тепловой поток установится между стенками, если толщина пластины $d = 1$ см, а её площадь $S = 100$ см^2? Укажите способ, с помощью которого можно найти распределение температуры внутри пластины. Найдите температуру в среднем продольном сечении пластины ($x = d/2$).



Указание. Тепловой поток P сквозь тонкий слой вещества, площадь которого S, а толщина Δx, равный количеству теплоты, проходящему сквозь этот слой в единицу времени, прямо пропорционален разности значений температуры его поверхностей ΔT и обратно пропорционален его толщине: $P = -kS\frac{\Delta T}{\Delta x}$, где k — коэффициент теплопроводности вещества.

$|P| = 450 \pm 20$ Вт; $T = 290 \pm 10$ К

Задача 30. (*Всеросс., 2004, финал, 11*) Космонавты, высадившиеся на далёкой планете, в ходе исследований обнаружили, что:

— планета так далека от всех звёзд, что единственным источником энергии на ней являются протекающие в недрах планеты реакции радиоактивного распада;

— планета однородна, имеет форму шара, а радиоактивные элементы равномерно распределены по всему её объёму;

— период полураспада радиоактивных элементов равен 1 млн лет (ход этого процесса не зависит от температуры);

— температура на поверхности планеты $t_1 = 0\,°\mathrm{C}$, а в её центре $t_2 = 100\,°\mathrm{C}$;

— атмосфера отсутствует и планета непрерывно теряет энергию из-за теплового излучения.

Считая, что энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности планеты, пропорциональна четвёртой степени абсолютной температуры поверхности, а тепловой поток внутри планеты пропорционален перепаду температур на единицу расстояния $\Delta T/\Delta r$, определите:

1) температуру на расстоянии $r = R/2$ от центра планеты в момент исследований;
2) температуру на поверхности планеты через 4 млн лет;
3) температуру в центре планеты через 4 млн лет.

1) $T_x = \frac{T_1+3T_2}{4} = 348$ К $= 75\,°\mathrm{C}$; 2) $T_1' = \frac{T_1}{2} = 136{,}5$ К; 3) $T_2' = T_1' + \frac{1}{16}(T_2 - T_1) \approx 143$ К

Задача 31. (*Всеросс., 2007, финал, 11*) ТЭЦ снабжает жилой район горячей водой под высоким давлением, имеющей на выходе из котельной температуру $t_0 = 120\,^\circ$C. Вода течёт по стальной трубе радиусом $R = 20$ см, покрытой теплоизолирующим слоем минеральной ваты толщиной $h = 4$ см и расположенной на открытом воздухе. Расход воды $\mu = 100$ кг/с. Температура окружающего воздуха $t_в = -20\,^\circ$C. Коэффициент теплопроводности ваты $\chi = 0{,}08$ Вт/(м $\cdot$ К). Коэффициент теплопроводности стали на несколько порядков больше, чем у минеральной ваты. Найдите температуру воды на конце теплотрассы в двух случаях:

1) длина теплотрассы $L_1 = 10$ км;

2) длина теплотрассы $L_2 = 100$ км.

Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг $\cdot$ К).

Примечание. Количество теплоты Δq, проходящее через слой вещества площадью S и толщиной h за время Δt при разности температур ΔT, определяется соотношением $\Delta q = \chi \frac{S}{h} \Delta T \Delta t$, где χ — коэффициент теплопроводности.

$t_к = t_в + (t_0 - t_в)e^{-\alpha t}$, где $\alpha = \frac{\chi\pi(2R+h)}{c\mu h}$; $t_{к1} \approx 111\,^\circ$C, $t_{к2} \approx 53\,^\circ$C

Задача 32. (*APhO, 2009*)

- Явление Лейденфроста / The Leidenfrost Phenomenon.

- Solution.