

## Закон Ньютона — Рихмана

Опыт показывает, что мощность теплопередачи от более нагретого тела к менее нагретому прямо пропорциональна площади  $S$  границы раздела тел и разности их температур  $\Delta t$ :

$$N = kS\Delta t.$$

Данная формула носит название *закона Ньютона — Рихмана*. Коэффициент пропорциональности  $k$  называется иногда *коэффициентом теплоотдачи*.

**ЗАДАЧА 1.** (МОШ, 1991, 9) В ванну за одну секунду вливается  $m = 0,01$  кг воды, нагретой до температуры  $T_1 = 50^\circ\text{C}$ . Известно, что теплоотдача от ванны составляет  $Q = k(T - T_0)$ , где  $k = 100$  Дж/(с · °C),  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  — температура окружающего воздуха. Определите установившуюся температуру воды в ванне, если уровень воды поддерживается постоянным за счёт вытекания её из ванны. Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг · °C). Считайте, что вытекающая вода успевает полностью перемешаться с водой, которая была в ванне.

$$Q_{\text{отд}} \approx \frac{q + mc}{0,01k + 1} = L$$

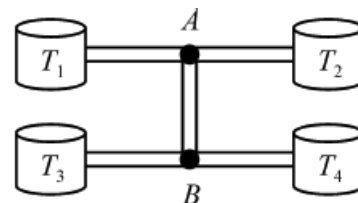
**ЗАДАЧА 2.** (МОШ, 2002, 9) Холодильник поддерживает в морозильной камере постоянную температуру  $T_0 = -12^\circ\text{C}$ . Кастрюля с водой охлаждается в этой камере от температуры  $T_1 = +29^\circ\text{C}$  до  $T_2 = +25^\circ\text{C}$  за  $t_1 = 6$  мин, а от  $T_3 = +2^\circ\text{C}$  до  $T_4 = 0^\circ\text{C}$  — за  $t_2 = 9$  мин. За сколько времени вода в кастрюле замёрзнет (при  $0^\circ\text{C}$ )? Теплоёмкостью кастрюли пренебречь. Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 340$  кДж/кг.

$$\lambda \text{ или } m \text{ в } \lambda$$

**ЗАДАЧА 3.** (МОШ, 2013, 10) Школьник Владислав исследует охлаждение воды в стакане на морозе. Владислав заметил, что охлаждение от температуры  $91^\circ\text{C}$  до  $89^\circ\text{C}$  происходит за 3 минуты, а от температуры  $31^\circ\text{C}$  до  $29^\circ\text{C}$  — за 6 минут. За какое время будет происходить охлаждение от  $11^\circ\text{C}$  до  $9^\circ\text{C}$ ? А от  $+1^\circ\text{C}$  до  $-1^\circ\text{C}$ ? Считайте, что мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур стакана и окружающей среды. Удельные теплоёмкости воды и льда составляют соответственно  $4,2$  кДж/(кг · °C) и  $2,1$  кДж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда равна  $336$  кДж/кг. Теплоёмкостью стакана пренебречь.

$$\text{в } 8 \text{ или } \lambda \text{ или } m$$

**ЗАДАЧА 4.** (МОШ, 2017, 9) Четыре термостата, в которых поддерживаются температуры  $T_1 = +10^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = +20^\circ\text{C}$ ,  $T_3 = 0^\circ\text{C}$  и  $T_4 = -10^\circ\text{C}$ , соединены между собой при помощи пяти одинаковых теплопроводящих стержней (см. рис.). Найдите установившиеся температуры точек  $A$  и  $B$  соединения стержней. Мощность теплопередачи через каждый стержень пропорциональна разности температур на его концах. Потерями теплоты можно пренебречь.



$$Q_{\text{отд}} = (k_{L1} + k_{L2} + k_{L3} + k_{L4}) \frac{\Delta T}{l} = k_{L1} \Delta T_{12} + (k_{L2} + k_{L3} + k_{L4}) \frac{\Delta T}{l} = k_{L1} \Delta T_{12} + k_{L2} \Delta T_{13} + k_{L3} \Delta T_{14} + k_{L4} \Delta T_{23} = k_{L1} \Delta T_{12} + k_{L2} \Delta T_{13} + k_{L3} \Delta T_{14} + k_{L4} \Delta T_{23}$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2017, ШЭ, 10) В трёхлитровую банку с водой опустили кипятильник мощностью  $N = 280$  Вт. В результате вода нагрелась до  $t_1 = 80^\circ\text{C}$ , после чего её температура перестала изменяться. До какой температуры можно нагреть этим кипятильником воду в двухлитровой банке? Считайте, что обе банки геометрически подобны, заполняются водой полностью и закрываются крышками. Начальная температура воды равна  $t = 20^\circ\text{C}$  и совпадает с температурой воздуха в комнате. Мощность теплопередачи окружающему воздуху считайте пропорциональной площади поверхности банки и разности температур воды и воздуха в комнате. Испарение воды не учитывайте! Удельная теплоёмкость воды равна  $c = 4200$  Дж/(кг·°C).

$$Q_0 9'86 \approx (t - t_1) \frac{c_A}{\varepsilon/\tau} + t = \tau_1$$

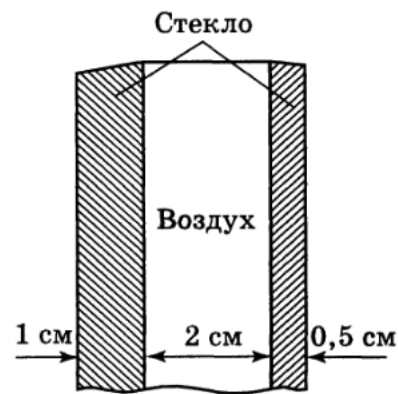
ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 1992, ОЭ, 9) При разведении теплолюбивых рыб в аквариуме для поддержания необходимой температуры воды  $t_t = 25^\circ\text{C}$  используется электрический нагреватель, мощность которого  $P_0 = 100$  Вт. Для хладолюбивых рыб температура воды в аквариуме должна быть  $t_x = 12^\circ\text{C}$ . Чтобы обеспечить низкотемпературный режим, через погружённый в аквариум теплообменник — длинную медную трубку — пропускают водопроводную воду, температура которой  $t_1 = 8^\circ\text{C}$  (эффективность теплообменника столь высока, что вытекающая из трубки вода находится в тепловом равновесии с водой аквариума).

Предполагая, что мощность теплообмена между аквариумом и окружающей средой пропорциональна разности температур между ними, определите минимальный расход воды ( $\mu = \frac{\Delta m}{\Delta \tau}$ ) для поддержания заданного температурного режима. Комнатная температура  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ . Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг·K).

Как изменится ответ, если в аквариуме будут разводить рыб, предпочитающих температуру воды  $t_x^* = 16^\circ\text{C}$ ?

$$c/\mu \tau^2 \approx \mu \tau^2 : c/\mu \tau^2 \approx \frac{(t_2 - t_x)(t_2 - t_1)c}{(t_1 - t_0)c} = \mu$$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) Во время ремонта магазина были установлены новые рамы с двумя стёклами для витрин, конструкция которых приведена на рисунке: толщина  $L$  толстого стекла равна 1 см, а тонкого —  $l = 0,5$  см; расстояние между рамами равно 2 см. Одну раму установили толстым стеклом внутрь магазина, а другую — наружу. Какая температура воздуха установится между стёклами в каждой из рам, если температура в магазине  $+20^\circ\text{C}$ , а на улице  $-10^\circ\text{C}$ ? Считается, что теплоотдача пропорциональна разности температур, а температура воздуха между стёклами из-за конвекции всюду одинакова.

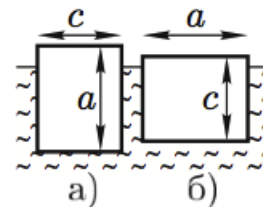


$$Q_0 01+ \text{ и } Q_0 0 : \frac{\lambda_p + \lambda_p}{\lambda_1 \lambda_p + \lambda_2 \lambda_p} = \tau$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2005, ОЭ, 9) В стакан с водой с начальной температурой  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  поместили электронагреватель и включили его в сеть. Вода стала нагреваться со скоростью  $\mu_1 = 0,03^\circ\text{C}/\text{мин}$ , однако с течением времени скорость  $\mu$  уменьшалась, и вода нагрелась только до температуры  $t_2 = 80^\circ\text{C}$ . Нагреватель выключили. Вода начала остывать со скоростью  $\mu_2 = -0,04^\circ\text{C}/\text{мин}$ . Чему равна температура окружающей среды  $t_0$ ? Во сколько раз нужно увеличить мощность электронагревателя, чтобы всё-таки довести воду до кипения? Считайте, что теплоотдача в окружающую среду пропорциональна разности температур тела и среды.

$$\mu_1 \mu_2 \tau^2 \text{ и } Q_0 0 = (t_1 - t_0) \frac{\tau \mu}{|\mu_1|} - \tau_1 = 0$$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2008, ОЭ, 9) В течение своей «жизни» айсберг несколько раз опрокидывается, поворачиваясь на  $90^\circ$ . Для изучения этого явления любознательный школьник проделал несколько модельных экспериментов, наблюдая процесс таяния льда в ванне. Опыты показали, что «айсберг» неустойчив к перевороту, если хотя бы один из его поперечных размеров меньше его высоты примерно на 20%.



Затем был проделан следующий количественный эксперимент: тающий кусок льда в форме параллелепипеда размеров  $a \times b \times c = 10 \times 10 \times 8 \text{ см}^3$  опускался в ванну с водой при температуре  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ . Попытки заставить плавать «айсберг» в положении *а* (рис.) не увенчались успехом: он практически сразу самопроизвольно опрокидывался в устойчивое положение *б*. Далее в процессе таяния «айсберг», оставаясь параллелепипедом (тонкий надводный козырёк подтаивал и практически не образовывался), изменялся в размерах и примерно через полчаса ( $\tau_0 = 30 \text{ мин}$ ) самопроизвольно опрокинулся.

1) Какими были размеры модельного «айсберга» непосредственно перед этим опрокидыванием?

2) На основании описанного опыта оцените время  $\tau_1$  опрокидывания реального айсберга с размерами  $500 \times 500 \times 400 \text{ м}^3$  в океане с температурой  $t_1 = 5^\circ\text{C}$ . Каковы его размеры при опрокидывании? Считайте, что теплоподвод происходит только по воде и скорость таяния пропорциональна разности температур льда и окружающих его вод.

*Примечание.* Температуру айсбергов принять равной  $0^\circ\text{C}$ .

$$(1) \quad 4 \times 4 \times 5 \text{ см}^3; (2) \quad 10^4 \text{ часов}$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2011, РЭ, 9) В большой комнате с температурой воздуха  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  находится испорченный кран. Из него каждую секунду тоненькой струйкой вытекает  $\mu = 0,1 \text{ г}$  воды. Вода попадает в тонкостенную металлическую раковину с квадратным сечением  $a^2 = 30 \text{ см} \times 30 \text{ см}$ . Температура воды в кране  $t_1 = 54^\circ\text{C}$ . Слив раковины прикрыт так, что вода из него частично вытекает. При этом уровень воды в раковине установился на высоте  $H = 10 \text{ см}$ , равной глубине раковины. Пренебрегая теплоёмкостью раковины и считая, что она очень хорошо проводит тепло, определите установившуюся температуру  $t$  воды в раковине. Считайте, что поток тепла  $q$  от воды в раковине пропорционален разности температур  $(t - t_0)$ , а также полной площади поверхности воды (включая стенки раковины). Коэффициент пропорциональности  $k = 0,3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ , а удельная теплоёмкость воды  $c_B = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ . Вода в раковине перемешивается.

$$H^2 \mu + c_B \tau = S k (t - t_0) \left( \frac{H^2}{S} + 1 \right) = \mu \tau (c_0 (t_0 - t) + \tau_0) = \tau$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 1996, финал, 9) В кастрюлю поместили воду и лёд при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  и закрыли её крышкой. Массы воды и льда одинаковы. Через время  $\tau = 2 \text{ ч } 40 \text{ мин}$  весь лёд растаял.

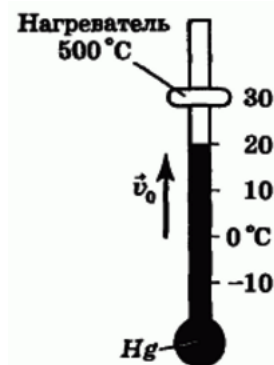
1) Через какое время температура воды повысится на  $1^\circ\text{C}$ ?

2) Какое время потребуется, чтобы вода нагрелась от  $20^\circ\text{C}$  до  $21^\circ\text{C}$ ?

Температура воздуха в комнате  $t_k = 25^\circ\text{C}$ . Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ . Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,2 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$ .

$$\tau_1 = \frac{L \lambda}{c(t_k - t_0)} = \tau_2 \quad (2) \quad c; \tau_2 = \frac{L}{c \Delta t} = \tau_1 \quad (1)$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 1997, финал, 9) К ртутному термометру на уровне деления  $t_x = 30^\circ\text{C}$  прикреплен маленький нагреватель, температура которого поддерживается постоянной и равной  $500^\circ\text{C}$  (рис.). Через некоторое время столбик ртути проходит через деление  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  со скоростью  $v_0 = 0,1$  град/с. Найдите, через какое время температура ртути достигнет  $26^\circ\text{C}$ , считая теплопроводность ртути во много раз больше теплопроводности стекла. Теплоёмкостью стекла можно пренебречь, а тепловой поток от нагревателя к ртути считать пропорциональным разности температур.



42 с

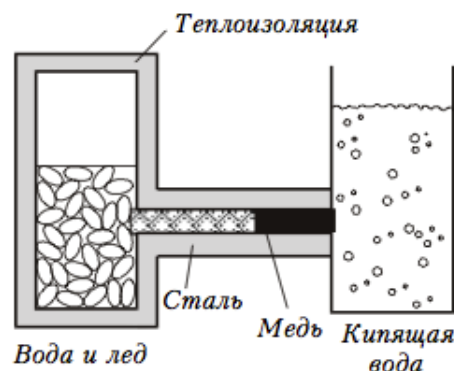
ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2003, финал, 9) На поверхности озера Байкал зимой намерзает толстый слой льда. Предположим, что где-то в декабре толщина льда составляет  $x = 80$  см. Температура воздуха  $t = -40^\circ\text{C}$ . С какой скоростью  $v$  (в мм/час) увеличивается в этот период толщина слоя льда?

Для льда: плотность  $\rho_{\text{л}} = 0,92$  г/см<sup>3</sup>, удельная теплота плавления  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$  Дж/кг, коэффициент теплопроводности  $k = 2,2$  Вт/(м · °C).

*Примечание.* Количество теплоты, проходящее в единицу времени через слой вещества площадью  $S$  и толщиной  $h$  при разнице температур  $\Delta t$  между поверхностями, определяется соотношением  $q = kS\Delta t/h$ . Теплоёмкость воды и льда не учитывать.

$$h/\text{мм}; \text{с}; \tau \approx \frac{x d \chi}{|k|} = a$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2001, финал, 9) В теплоизолированном сосуде находится смесь воды и льда при температуре  $t_1 = 0^\circ\text{C}$ . Через стенку в сосуд вводится торец медного стержня, боковые стенки которого покрыты теплоизолирующим слоем. Другой торец стержня погружён в воду, кипящую при атмосферном давлении. Через время  $\tau_{\text{м}} = 15$  мин весь лёд в сосуде растаял. Если бы вместо медного стержня в этом эксперименте был использован стальной стержень того же сечения, но другой длины, то весь лёд растаял бы через время  $\tau_{\text{с}} = 48$  мин.



Стержни соединяют последовательно (см. рис.). Какой будет температура  $t$  в месте соприкосновения медного и стального стержней? Рассмотрите два случая:

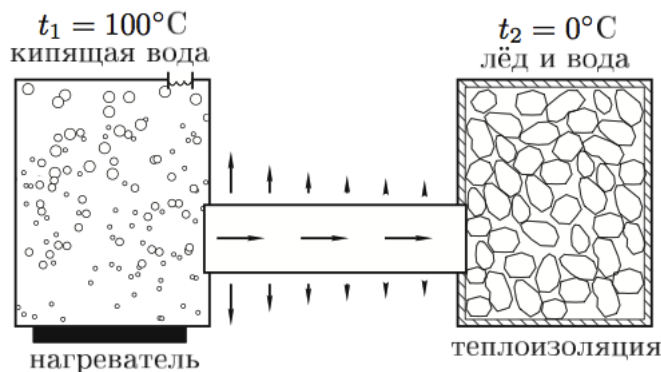
- 1) кипящая вода соприкасается с торцом медного стержня;
- 2) кипящая вода соприкасается с торцом стального стержня.

Через какое время  $\tau$  растает весь лёд при последовательном соединении стержней? Будет ли это время одинаково в случаях 1 и 2?

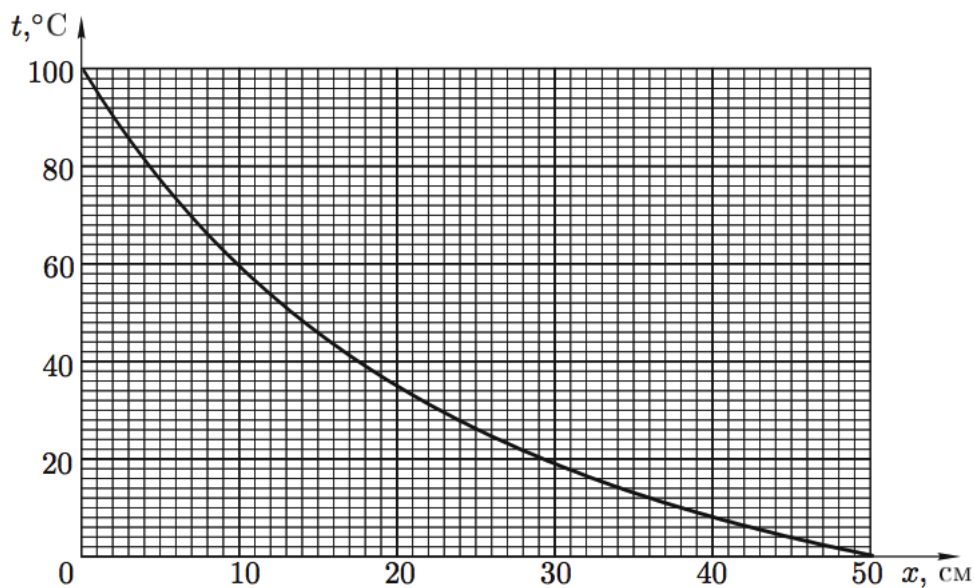
$$\text{ним } \text{с}9 = \text{с}L + \tau_{\text{м}} = L \approx 24 \text{ } ^\circ\text{C}; \tau_{\text{с}} = \text{с}0.9L \approx \frac{\tau_{\text{м}} + \tau_{\text{с}}}{2} = \text{с}63 \text{ мин}$$



ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2008, финал, 9) Имеются два сосуда. В первом из них находится кипящая вода ( $t_1 = 100^\circ\text{C}$ ). Во втором теплоизолированном сосуде находится смесь воды и льда ( $t_2 = 0^\circ\text{C}$ ). Сосуды соединены металлическим стержнем длиной  $L = 50$  см, по которому тепловая энергия передаётся от кипящей воды тающему льду (рис.). Стержень не теплоизолирован, и поэтому часть энергии рассеивается в окружающее пространство. Стрелками на рисунке указаны направления тепловых потоков.



На приведённом ниже графике показано распределение температуры вдоль стержня.

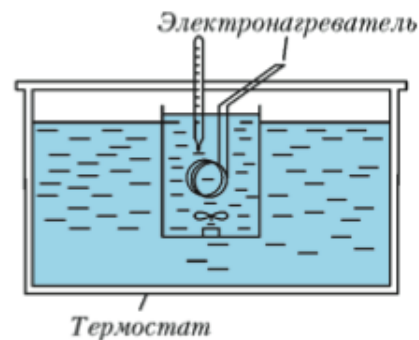


- 1) Определите графически, какая доля тепловой энергии, поступающей в левый конец стержня от сосуда с кипящей водой, рассеивается в окружающее пространство.
- 2) Во сколько раз быстрее растает весь лёд во втором сосуде, если поверхность стержня покрыть теплоизолирующим слоем?

*Примечание.* Тепловой поток через слой вещества толщиной  $\Delta x$  пропорционален разности температур  $\Delta t$  между поверхностями, ограничивающими слой, и обратно пропорционален толщине:  $\Delta Q \propto \Delta t / \Delta x$ .

(1) 84%: 2) в 2,5 раза

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2012, финал, 9) В лаборатории у экспериментатора Глюка были электронагреватель с мешалкой, термостат и два тонкостенных химических стакана, линейные размеры которых отличались в два раза (толщина стенок стаканов одинакова). В термостате поддерживалась постоянная температура  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  (рис.). Глюк решил исследовать, как зависит температура жидкости в стакане от времени (мешалка нужна для быстрого выравнивания температуры по всему объёму стакана).



Сначала он использовал стакан меньшего размера, который заполнил исследуемой жидкостью при температуре  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  и поместил в термостат. Включив электронагреватель, Глюк обнаружил, что за первые  $\tau_1 = 10$  с система нагрелась на  $\Delta t_1 = 1^\circ\text{C}$ . Спустя продолжительное время температура жидкости установилась на отметке  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ .

Во втором эксперименте он взял больший стакан, заполнил его той же жидкостью, нагретой до температуры  $t_3 = 35^\circ\text{C}$ , и включил тот же нагреватель в сеть. Через некоторое время  $\tau_2$  он с удивлением обнаружил, что температура содержимого в стакане понизилась на  $\Delta t_2 = 0,5^\circ\text{C}$ .

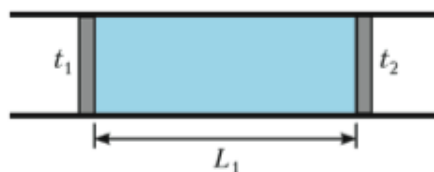
Считайте, что теплоёмкость стаканов мала по сравнению с теплоёмкостью содержащейся в них жидкости.

- 1) Найдите температуру  $t_4$ , которая установится в стакане спустя продолжительное время.
- 2) Вычислите время  $\tau_2$ .

*Примечание.* Известно, что поток энергии, проходящий через слой вещества (стенки стакана) в единицу времени, прямо пропорционален разнице температур на границах слоя и площади поверхности слоя.

$$c_1 t_1 = \frac{c_2 - t_1 t_2 - \varepsilon_{\text{эф}}}{t_2 - t_1} \frac{1}{\sigma} \frac{\Delta T}{\Delta x} = \tau_1 (2) ; c_2 t_2 = \frac{t_1}{t_2 + t_3} = \tau_1 (1)$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2013, финал, 9) В теплоизолированном цилиндре на расстоянии  $L_1 = 80$  см друг от друга находятся два легкоподвижных теплопроводящих поршня. Пространство между ними заполнено водой, а снаружи на поршни действует атмосферное давление (рис.).



Слева от левого поршня включили холодильник, который поддерживает постоянную температуру  $t_1 = -40^\circ\text{C}$ , а справа от правого — нагреватель, поддерживающий постоянную температуру  $t_2 = 16^\circ\text{C}$ . Через некоторое время система пришла в стационарное состояние, и расстояние между поршнями стало  $L_2$ .

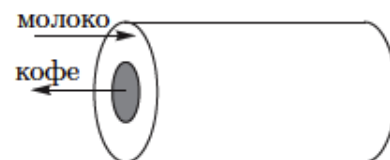
После этого поршни снаружи теплоизолировали и дождалась установления теплового равновесия в цилиндре. Расстояние между поршнями стало  $L_3$ . Найдите расстояния  $L_2$  и  $L_3$ . Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоёмкость воды  $c_{\text{в}} = 4200$  Дж/(кг · °C), удельная теплоёмкость льда  $c_{\text{л}} = 2100$  Дж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330$  кДж/кг, коэффициент теплопроводности льда в 4 раза больше коэффициента теплопроводности воды.

*Указание.* Считайте, что мощность теплового потока  $P$  вдоль цилиндра, между торцами





ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2016, финал, 9) Теплообменник состоит из двух тонких коаксиальных труб и имеет длину  $L = 5$  м. По внутренней трубе течёт кофе, а по внешней во встречном направлении — молоко (см. рисунок). Молоко поступает в теплообменник при температуре  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ , а кофе — с противоположной стороны при температуре  $t_2 = 90^\circ\text{C}$ . Если в единицу времени по трубам теплообменника в каждую сторону протекает одинаковая масса жидкостей  $\mu$ , то к выходу из него молоко успевает нагреться до температуры  $t_3 = 60^\circ\text{C}$ .

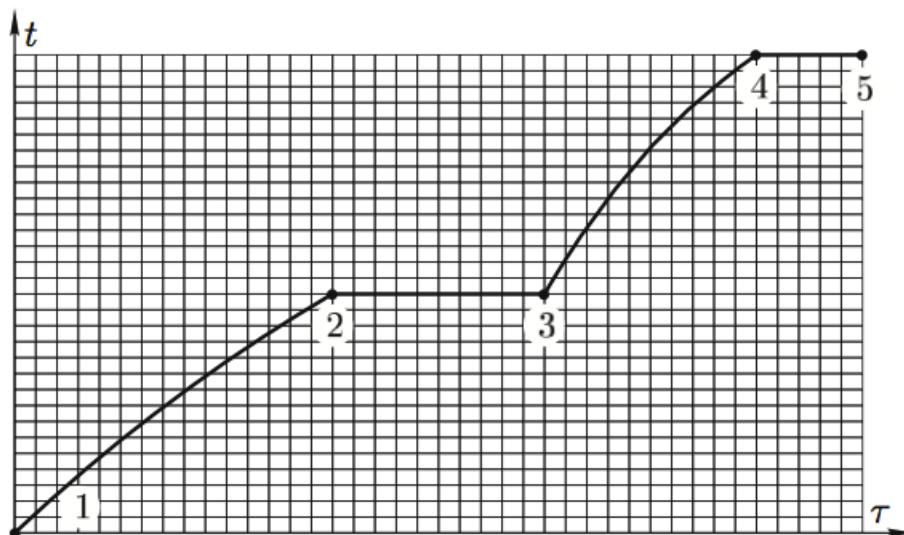


- 1) Определите температуру  $t_4$  кофе на выходе из теплообменника.
- 2) На каком расстоянии  $s$  друг от друга находятся участки труб, в которых температуры кофе и молока одинаковы?
- 3) Какими станут температуры молока  $t'_3$  и кофе  $t'_4$ , вытекающих из теплообменника, если увеличить скорость обоих потоков в два раза, сохранив их температуры на входе?

Указание: Мощность теплопередачи через небольшую площадку внутренней трубы пропорциональна разности температур контактирующих с ней жидкостей. Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Плотности и удельные теплоёмкости кофе и молока считать одинаковыми.

$$t_4 = 46,4^\circ\text{C}; t'_3 = 53,6^\circ\text{C}; t'_4 = 46,4^\circ\text{C}; s = 3 \text{ м}; t_3 = 60^\circ\text{C}$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) В открытом сосуде находятся две несмешиваемые жидкости равных масс при температуре окружающей среды. В момент времени  $\tau_1$  смесь начинают нагревать, подводя постоянную мощность. В момент времени  $\tau_5$  сосуд оказывается пустым. В результате получена зависимость температуры содержимого сосуда от времени (рис.).



Найдите отношение удельных теплот парообразования и удельных теплоёмкостей жидкостей.

Считайте, что коэффициент пропорциональности  $\alpha$  между разностью температур и потоком теплоты от сосуда в окружающую среду постоянен.

$$\frac{c_2}{c_1} = 1,8; \frac{\tau_2}{\tau_1} = 4,4$$

Задача 23. (Всеросс., 1994, ОЭ, 10) При заполнении сосуда Дьюара жидким азотом, находящимся при температуре кипения, была нарушена герметичность его внешней стенки. Весь азот испарился из сосуда за время  $t_1 = 5$  ч, а концентрация молекул воздуха между стенками возросла за это время в 6 раз, оставаясь такой, что молекулы воздуха могут пролетать от стенки до стенки практически без соударений друг с другом. Оцените, за какое время  $t_2$  эта же масса азота испарилась бы из неповрежденного сосуда. Поступлением тепла через горловину сосуда и излучением можно пренебречь.

*Примечание.* Сосуд Дьюара представляет собой сосуд с двойными стенками, в пространстве между которыми поддерживается высокий вакуум.

$$\boxed{t_2 = t_1 \frac{c}{2} = 7.5 \text{ ч}}$$