

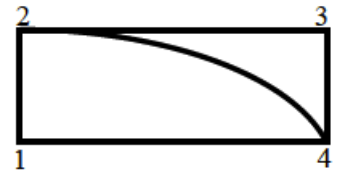
## Теплопроводность

Опыт показывает, что мощность теплопередачи от более нагретого тела к менее нагретому прямо пропорциональна площади  $S$  границы раздела тел и разности их температур  $\Delta t$ :

$$N = kS\Delta t.$$

Данная формула носит название *закона Ньютона — Рихмана*. Коэффициент пропорциональности  $k$  называется иногда *коэффициентом теплоотдачи*.

**ЗАДАЧА 1.** («Росатом», 2018, 8, 10) Имеется прямоугольник 1234, изготовленный из металлических стержней одинакового материала и одинакового сечения, причём длины сторон прямоугольника относятся как  $12 : 14 = 1 : 2$ . Вершины 2 и 4 связаны таким же (но кривым) стержнем с длиной, втрое большей длины стержня 12. Температуры вершин 1 и 3 поддерживаются постоянными и равными  $t_1 = 100^\circ\text{C}$ ,  $t_3 = 0^\circ\text{C}$ . Найти температуры вершин 2 и 4.



*Указание.* Тепловой поток между точками, температуры которых поддерживаются постоянными, пропорционален разности температур точек, обратно пропорционален расстоянию между ними и коэффициенту теплопроводности среды между ними (закон Фурье). Считать, что боковые поверхности стержней теплоизолированы.

$$Q_{12} = \frac{12(t_1 - t_2)}{L} = Q_{23} = \frac{14(t_2 - t_3)}{2L} = Q_{43}$$

**ЗАДАЧА 2.** (МОШ, 2018, 10) Для поддержания температуры воды в бассейне  $t_0 = 25^\circ\text{C}$  используется встроенный в стенки нагреватель, имеющий мощность  $N_1 = 50$  кВт и температуру  $t_1 = 50^\circ\text{C}$ . Тепловой поток от нагревателя к бассейну прямо пропорционален разности температур между ними. Для увеличения температуры воды в бассейне до  $t_2 = 28^\circ\text{C}$  пришлось увеличить мощность нагревателя до  $N_2 = 60$  кВт. Какой при этом стала температура нагревателя? Тепловым потоком, рассеивающимся от нагревателя в окружающую среду, можно пренебречь.

$$Q_{12} = (t_1 - t_0) \frac{N_1}{t_1 - t_0} = Q_{21}$$

**ЗАДАЧА 3.** (Всеросс., 2018, ШЭ, 9) Для поддержания в доме постоянной температуры  $T = +20^\circ\text{C}$  в печку всё время подкладывают дрова. При похолодании температура воздуха на улице понижается на  $\Delta t = 15^\circ\text{C}$ , и для поддержания в доме прежней температуры приходится подкладывать дрова в 1,5 раза чаще. Определите температуру воздуха на улице при похолодании. Какая температура установилась бы в доме, если бы дрова подкладывали с прежней частотой? Считайте, что мощность передачи теплоты от комнаты к улице пропорциональна разности их температур.

$$Q_{12} = \lambda \nabla - L = \lambda L$$

ЗАДАЧА 4. (МОШ, 1991, 9) В ванну за одну секунду вливается  $m = 0,01$  кг воды, нагретой до температуры  $T_1 = 50^\circ\text{C}$ . Известно, что теплоотдача от ванны составляет  $Q = k(T - T_0)$ , где  $k = 100$  Дж/(с · °C),  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  — температура окружающего воздуха. Определите установившуюся температуру воды в ванне, если уровень воды поддерживается постоянным за счёт вытекания её из ванны. Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг · °C). Считайте, что вытекающая вода успевает полностью перемешаться с водой, которая была в ванне.

$$T_{\text{уст}} \approx \frac{q + mc}{0,01k + 1Lmc} = 27$$

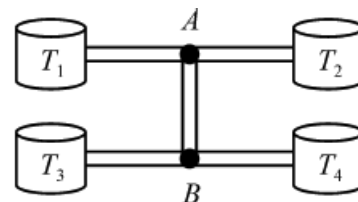
ЗАДАЧА 5. (МОШ, 2002, 9) Холодильник поддерживает в морозильной камере постоянную температуру  $T_0 = -12^\circ\text{C}$ . Кастрюля с водой охлаждается в этой камере от температуры  $T_1 = +29^\circ\text{C}$  до  $T_2 = +25^\circ\text{C}$  за  $t_1 = 6$  мин, а от  $T_3 = +2^\circ\text{C}$  до  $T_4 = 0^\circ\text{C}$  — за  $t_2 = 9$  мин. За сколько времени вода в кастрюле замёрзнет (при  $0^\circ\text{C}$ )? Теплоёмкостью кастрюли пренебречь. Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 340$  кДж/кг.

$$t_{\text{зам}} = 395 \text{ мин}$$

ЗАДАЧА 6. (МОШ, 2013, 10) Школьник Владислав исследует охлаждение воды в стакане на морозе. Владислав заметил, что охлаждение от температуры  $91^\circ\text{C}$  до  $89^\circ\text{C}$  происходит за 3 минуты, а от температуры  $31^\circ\text{C}$  до  $29^\circ\text{C}$  — за 6 минут. За какое время будет происходить охлаждение от  $11^\circ\text{C}$  до  $9^\circ\text{C}$ ? А от  $+1^\circ\text{C}$  до  $-1^\circ\text{C}$ ? Считайте, что мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур стакана и окружающей среды. Удельные теплоёмкости воды и льда составляют соответственно  $4,2$  кДж/(кг · °C) и  $2,1$  кДж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда равна  $336$  кДж/кг. Теплоёмкостью стакана пренебречь.

$$t_{\text{охла}} = 8 \text{ минут}$$

ЗАДАЧА 7. (МОШ, 2017, 9) Четыре термостата, в которых поддерживаются температуры  $T_1 = +10^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = +20^\circ\text{C}$ ,  $T_3 = 0^\circ\text{C}$  и  $T_4 = -10^\circ\text{C}$ , соединены между собой при помощи пяти одинаковых теплопроводящих стержней (см. рис.). Найдите установившиеся температуры точек  $A$  и  $B$  соединения стержней. Мощность теплопередачи через каждый стержень пропорциональна разности температур на его концах. Потерями теплоты можно пренебречь.



$$T_A = 0 = (k_{L1} + k_{L2} + k_{L3} + k_{L4}) \frac{q}{L} = k_{L1} T_1 + (k_{L2} + k_{L3} + k_{L4}) \frac{q}{L} = T_1$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2017, ШЭ, 10) В трёхлитровую банку с водой опустили кипятильник мощностью  $N = 280$  Вт. В результате вода нагрелась до  $t_1 = 80^\circ\text{C}$ , после чего её температура перестала изменяться. До какой температуры можно нагреть этим кипятильником воду в двухлитровой банке? Считайте, что обе банки геометрически подобны, заполняются водой полностью и закрываются крышками. Начальная температура воды равна  $t = 20^\circ\text{C}$  и совпадает с температурой воздуха в комнате. Мощность теплопередачи окружающему воздуху считайте пропорциональной площади поверхности банки и разности температур воды и воздуха в комнате. Испарение воды не учитывайте! Удельная теплоёмкость воды равна  $c = 4200$  Дж/(кг · °C).

$$T_{\text{уст}} \approx (t - T_{\text{ком}}) \left( \frac{c_{\text{л}}}{c_{\text{в}}} \right) + T_{\text{ком}}$$

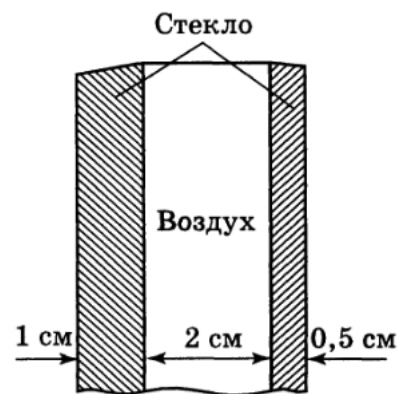
ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 1992, ОЭ, 9) При разведении теплолюбивых рыб в аквариуме для поддержания необходимой температуры воды  $t_t = 25^\circ\text{C}$  используется электрический нагреватель, мощность которого  $P_0 = 100$  Вт. Для хладолюбивых рыб температура воды в аквариуме должна быть  $t_x = 12^\circ\text{C}$ . Чтобы обеспечить низкотемпературный режим, через погружённый в аквариум теплообменник — длинную медную трубку — пропускают водопроводную воду, температура которой  $t_1 = 8^\circ\text{C}$  (эффективность теплообменника столь высока, что вытекающая из трубки вода находится в тепловом равновесии с водой аквариума).

Предполагая, что мощность теплообмена между аквариумом и окружающей средой пропорциональна разности температур между ними, определите минимальный расход воды ( $\mu = \frac{\Delta m}{\Delta \tau}$ ) для поддержания заданного температурного режима. Комнатная температура  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ . Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг · К).

Как изменится ответ, если в аквариуме будут разводить рыб, предпочитающих температуру воды  $t_x^* = 16^\circ\text{C}$ ?

$$\frac{c}{1} \mu \approx \frac{P_0}{c} \approx \frac{(t_t - t_x)(0_t - t_t) \rho}{(t_t - 0_t) \rho} = \mu$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) Во время ремонта магазина были установлены новые рамы с двумя стёклами для витрин, конструкция которых приведена на рисунке: толщина  $L$  толстого стекла равна 1 см, а тонкого —  $l = 0,5$  см; расстояние между рамами равно 2 см. Одну раму установили толстым стеклом внутрь магазина, а другую — наружу. Какая температура воздуха установится между стёклами в каждой из рам, если температура в магазине  $+20^\circ\text{C}$ , а на улице  $-10^\circ\text{C}$ ? Считается, что теплоотдача пропорциональна разности температур, а температура воздуха между стёклами из-за конвекции всюду одинакова.

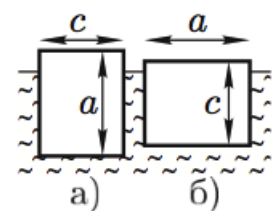


$$\frac{c_p + c_p}{k_1 k_p + k_2 k_p} = \mu$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2005, ОЭ, 9) В стакан с водой с начальной температурой  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  поместили электронагреватель и включили его в сеть. Вода стала нагреваться со скоростью  $\mu_1 = 0,03^\circ\text{C}/\text{мин}$ , однако с течением времени скорость  $\mu$  уменьшалась, и вода нагрелась только до температуры  $t_2 = 80^\circ\text{C}$ . Нагреватель выключили. Вода начала остывать со скоростью  $\mu_2 = -0,04^\circ\text{C}/\text{мин}$ . Чему равна температура окружающей среды  $t_0$ ? Во сколько раз нужно увеличить мощность электронагревателя, чтобы всё-таки довести воду до кипения? Считайте, что теплоотдача в окружающую среду пропорциональна разности температур тела и среды.

$$\frac{1}{c} \mu = \frac{(t_1 - t_0) \frac{1}{c} \mu_1}{|t_2 - t_0|} - t_2 = 0$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2008, ОЭ, 9) В течение своей «жизни» айсберг несколько раз опрокидывается, поворачиваясь на  $90^\circ$ . Для изучения этого явления любознательный школьник проделал несколько модельных экспериментов, наблюдая процесс таяния льда в ванне. Опыты показали, что «айсберг» неустойчив к перевороту, если хотя бы один из его поперечных размеров меньше его высоты примерно на 20%. Затем был проделан следующий количественный эксперимент: тающий кусок льда в форме параллелепипеда размеров  $a \times b \times c = 10 \times 10 \times 8$  см<sup>3</sup> опускался в ванну с водой при температуре  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ . Попытки заставить плавать «айсберг» в положении  $a$  (рис.) не увенчались успехом: он практически сразу



самопроизвольно опрокидывался в устойчивое положение б. Далее в процессе таяния «айсберг», оставаясь параллелепипедом (тонкий надводный козырёк подтаивал и практически не образовывался), изменялся в размерах и примерно через полчаса ( $\tau_0 = 30$  мин) самопроизвольно опрокинулся.

1) Какими были размеры модельного «айсберга» непосредственно перед этим опрокидыванием?

2) На основании описанного опыта оцените время  $\tau_1$  опрокидывания реального айсберга с размерами  $500 \times 500 \times 400$  м<sup>3</sup> в океане с температурой  $t_1 = 5^\circ\text{C}$ . Каковы его размеры при опрокидывании? Считайте, что теплоподвод происходит только по воде и скорость таяния пропорциональна разности температур льда и окружающих его вод.

*Примечание.* Температуру айсбергов принять равной  $0^\circ\text{C}$ .

$$\tau_1 = \frac{500 \times 500 \times 400}{\lambda \rho_L} \approx 10^4 \text{ с} \approx 2,8 \text{ ч}$$

**ЗАДАЧА 13.** (*Всеросс., 2011, РЭ, 9*) В большой комнате с температурой воздуха  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  находится испорченный кран. Из него каждую секунду тоненькой струйкой вытекает  $\mu = 0,1$  г воды. Вода попадает в тонкостенную металлическую раковину с квадратным сечением  $a^2 = 30 \text{ см} \times 30 \text{ см}$ . Температура воды в кране  $t_1 = 54^\circ\text{C}$ . Слив раковины закрыт так, что вода из него частично вытекает. При этом уровень воды в раковине установился на высоте  $H = 10$  см, равной глубине раковины. Пренебрегая теплоёмкостью раковины и считая, что она очень хорошо проводит тепло, определите установившуюся температуру  $t$  воды в раковине. Считайте, что поток тепла  $q$  от воды в раковине пропорционален разности температур  $(t - t_0)$ , а также полной площади поверхности воды (включая стенки раковины). Коэффициент пропорциональности  $k = 0,3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ , а удельная теплоёмкость воды  $c_w = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ . Вода в раковине перемешивается.

$$H \mu \rho_L + c_w \rho_L a^2 H = S k (t - t_0) \Rightarrow t = \frac{H \mu \rho_L + c_w \rho_L a^2 H}{S k} + t_0 \approx 48^\circ\text{C}$$

**ЗАДАЧА 14.** (*Всеросс., 1996, финал, 9*) В кастрюлю поместили воду и лёд при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  и закрыли её крышкой. Массы воды и льда одинаковы. Через время  $\tau = 2$  ч 40 мин весь лёд растаял.

1) Через какое время температура воды повысится на  $1^\circ\text{C}$ ?

2) Какое время потребуется, чтобы вода нагрелась от  $20^\circ\text{C}$  до  $21^\circ\text{C}$ ?

Температура воздуха в комнате  $t_k = 25^\circ\text{C}$ . Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ . Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,2 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$ .

$$\tau = \frac{\lambda}{c} \frac{m}{\Delta t} = \frac{3,2 \cdot 10^5}{4200} \frac{m}{1} \approx 76 \text{ с} \approx 1,3 \text{ мин}$$

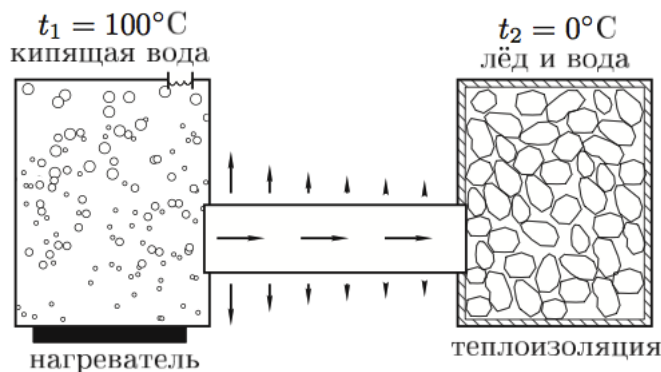
**ЗАДАЧА 15.** (*Всеросс., 2003, финал, 9*) На поверхности озера Байкал зимой намерзает толстый слой льда. Предположим, что где-то в декабре толщина льда составляет  $x = 80$  см. Температура воздуха  $t = -40^\circ\text{C}$ . С какой скоростью  $v$  (в мм/час) увеличивается в этот период толщина слоя льда?

Для льда: плотность  $\rho_L = 0,92 \text{ г}/\text{см}^3$ , удельная теплота плавления  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$ , коэффициент теплопроводности  $k = 2,2 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$ .

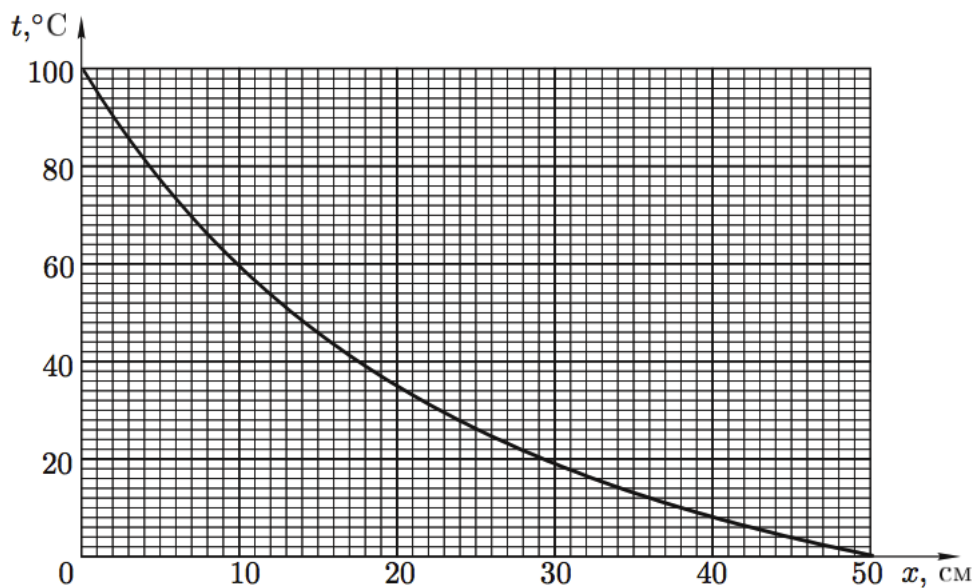
*Примечание.* Количество теплоты, проходящее в единицу времени через слой вещества площадью  $S$  и толщиной  $h$  при разнице температур  $\Delta t$  между поверхностями, определяется соотношением  $q = kS\Delta t/h$ . Теплоёмкость воды и льда не учитывать.

$$v = \frac{k \Delta t}{\rho_L \lambda h} \approx \frac{2,2 \cdot 10^5 \cdot 40}{0,92 \cdot 3,3 \cdot 10^5 \cdot 0,8} \approx 100 \text{ мм/час}$$

ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2008, финал, 9) Имеются два сосуда. В первом из них находится кипящая вода ( $t_1 = 100^\circ\text{C}$ ). Во втором теплоизолированном сосуде находится смесь воды и льда ( $t_2 = 0^\circ\text{C}$ ). Сосуды соединены металлическим стержнем длиной  $L = 50$  см, по которому тепловая энергия передаётся от кипящей воды тающему льду (рис.). Стержень не теплоизолирован, и поэтому часть энергии рассеивается в окружающее пространство. Стрелками на рисунке указаны направления тепловых потоков.



На приведённом ниже графике показано распределение температуры вдоль стержня.

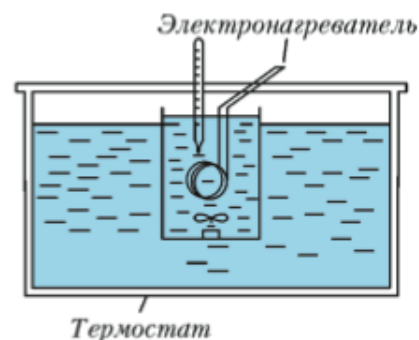


- 1) Определите графически, какая доля тепловой энергии, поступающей в левый конец стержня от сосуда с кипящей водой, рассеивается в окружающее пространство.
- 2) Во сколько раз быстрее растает весь лёд во втором сосуде, если поверхность стержня покрыть теплоизолирующим слоем?

*Примечание.* Тепловой поток через слой вещества толщиной  $\Delta x$  пропорционален разности температур  $\Delta t$  между поверхностями, ограничивающими слой, и обратно пропорционален толщине:  $\Delta Q \propto \Delta t / \Delta x$ .

1) 84%: 2) в 2,5 раза

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2012, финал, 9) В лаборатории у экспериментатора Глюка были электронагреватель с мешалкой, термостат и два тонкостенных химических стакана, линейные размеры которых отличались в два раза (толщина стенок стаканов одинакова). В термостате поддерживалась постоянная температура  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  (рис.). Глюк решил исследовать, как зависит температура жидкости в стакане от времени (мешалка нужна для быстрого выравнивания температуры по всему объёму стакана).



Сначала он использовал стакан меньшего размера, который заполнил исследуемой жидкостью при температуре  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  и поместил в термостат. Включив электронагреватель, Глюк обнаружил, что за первые  $\tau_1 = 10$  с система нагрелась на  $\Delta t_1 = 1^\circ\text{C}$ . Спустя продолжительное время температура жидкости установилась на отметке  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ .

Во втором эксперименте он взял больший стакан, заполнил его той же жидкостью, нагретой до температуры  $t_3 = 35^\circ\text{C}$ , и включил тот же нагреватель в сеть. Через некоторое время  $\tau_2$  он с удивлением обнаружил, что температура содержимого в стакане понизилась на  $\Delta t_2 = 0,5^\circ\text{C}$ .

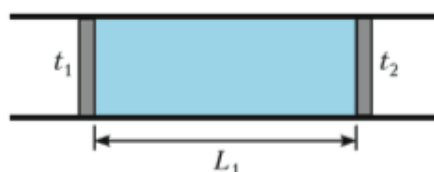
Считайте, что теплоёмкость стаканов мала по сравнению с теплоёмкостью содержащейся в них жидкости.

- 1) Найдите температуру  $t_4$ , которая установится в стакане спустя продолжительное время.
- 2) Вычислите время  $\tau_2$ .

*Примечание.* Известно, что поток энергии, проходящий через слой вещества (стенки стакана) в единицу времени, прямо пропорционален разнице температур на границах слоя и площади поверхности слоя.

$$Q = \frac{\rho V c \Delta t}{\tau} = \frac{\rho V c (t_2 - t_1)}{\tau_1} = \frac{\rho V c (t_4 - t_1)}{\tau_2}$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2013, финал, 9) В теплоизолированном цилиндре на расстоянии  $L_1 = 80$  см друг от друга находятся два легкоподвижных теплопроводящих поршня. Пространство между ними заполнено водой, а снаружи на поршни действует атмосферное давление (рис.).



Слева от левого поршня включили холодильник, который поддерживает постоянную температуру  $t_1 = -40^\circ\text{C}$ , а справа от правого — нагреватель, поддерживающий постоянную температуру  $t_2 = 16^\circ\text{C}$ . Через некоторое время система пришла в стационарное состояние, и расстояние между поршнями стало  $L_2$ .

После этого поршни снаружи теплоизолировали и дождались установления теплового равновесия в цилиндре. Расстояние между поршнями стало  $L_3$ . Найдите расстояния  $L_2$  и  $L_3$ . Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоёмкость воды  $c_{\text{в}} = 4200$  Дж/(кг · °C), удельная теплоёмкость льда  $c_{\text{л}} = 2100$  Дж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330$  кДж/кг, коэффициент теплопроводности льда в 4 раза больше коэффициента теплопроводности воды.

*Указание.* Считайте, что мощность теплового потока  $P$  вдоль цилиндра, между торцами

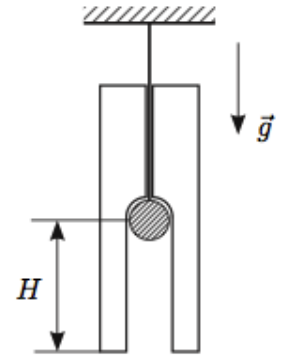
которого поддерживается постоянная разность температур  $\Delta t$ , равна

$$P = \frac{kS\Delta t}{L},$$

где  $k$  — коэффициент теплопроводности среды,  $S$  — площадь торца цилиндра,  $L$  — длина цилиндра.

$$m \cdot c \cdot \Delta T \approx \tau T \frac{u d}{\Delta T} = \varepsilon T \cdot m \cdot \Delta T = \tau T \frac{c_1 + |c_2| \frac{u d}{\Delta T}}{c_1 + |c_2| \frac{u d}{\Delta T}} = \varepsilon T$$

**ЗАДАЧА 19.** (*Всеросс., 2014, финал, 9*) Через тонкое отверстие, проходящее вдоль вертикальной оси цилиндрической сосульки, продета нить, на конце которой закреплён шарик из материала с очень высоким значением теплопроводности. В начале эксперимента шарик нагрет до некоторой температуры  $t_1$ , а температура сосульки равна температуре окружающего воздуха  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Из-за таяния льда сосулька опускается вниз (см. рисунок), а талая вода вытекает в виде капель при температуре  $t_0$ . При этом за шариком остаётся цилиндрический канал площадью  $S = 2 \text{ см}^2$ .



1) Найдите начальную температуру  $t_1$  шарика, если в процессе эксперимента сосулька перестала опускаться тогда, когда шарик проплавил канал глубиной  $H = 10 \text{ см}$ .

2) Определите скорость  $v_0$  сосульки на начальной стадии эксперимента, если в момент времени, когда она опустилась на две трети глубины  $H$ , её скорость равнялась  $u = 0,1 \text{ мм/с}$ .

Считайте мощность теплопередачи пропорциональной разности температур шарика и льда и что вся она идёт на плавление льда. Теплоёмкость шарика  $C = 59,4 \text{ Дж/}^\circ\text{C}$ . Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330 \text{ кДж/кг}$ . Плотность льда  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ .

$$c/m \cdot \varepsilon \cdot \Delta T = n \varepsilon = \Delta T \left( \frac{C}{HS \Delta T} + \rho \right) = \tau T \quad (1)$$

**ЗАДАЧА 20.** (*Всеросс., 2015, финал, 9*) В жаркие летние дни, когда в комнате установилась температура  $t_0 = 30^\circ\text{C}$ , экспериментатор Глюк обратил внимание на то, что время работы двигателя холодильника стало вдвое превышать время бездействия. Решив оптимизировать его работу, экспериментатор регулятором изменил температуру внутри холодильника на  $\Delta\theta = 9^\circ\text{C}$ . В результате время бездействия стало вдвое больше времени работы. Определите:

1. На какие температуры  $t_1$  и  $t_2$  был настроен регулятор в начале и в конце эксперимента?
2. На какую внутреннюю температуру  $t_m$  надо выставить регулятор, чтобы двигатель холодильника начал работать без перерыва?
3. При какой выставленной регулятором температуре  $t_3$  частота включения холодильника станет максимальной?

*Указание.* Регулятор задает температуру внутри холодильника  $t$  в небольшом интервале  $t \pm \Delta t/2$ . Когда температура внутри становится равной  $t + \Delta t/2$ , двигатель холодильника включается, когда она снижается до  $t - \Delta t/2$  — выключается. Считайте, что:

- 1) мощность подводимого тепла пропорциональна разности температуры внутри холодильника и окружающей среды и постоянна во всём интервале внутренних температур  $t \pm \Delta t/2$ ;
- 2) тепловая мощность, отбираемая двигателем во время его работы у внутреннего объёма холодильника, не зависит от температур;
- 3) изменением температуры в комнате можно пренебречь.

$$C \cdot \Delta T = \varepsilon \cdot C \cdot \Delta T = \tau T \cdot C \cdot \Delta T = \tau T \cdot C \cdot \Delta T = \tau T$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2016, финал, 9) Теплообменник состоит из двух тонких коаксиальных труб и имеет длину  $L = 5$  м. По внутренней трубе течёт кофе, а по внешней во встречном направлении — молоко (см. рисунок). Молоко поступает в теплообменник при температуре  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ , а кофе — с противоположной стороны при температуре  $t_2 = 90^\circ\text{C}$ . Если в единицу времени по трубам теплообменника в каждую сторону протекает одинаковая масса жидкостей  $\mu$ , то к выходу из него молоко успевает нагреться до температуры  $t_3 = 60^\circ\text{C}$ .

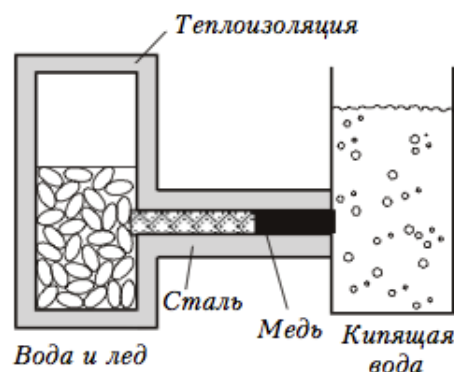


- 1) Определите температуру  $t_4$  кофе на выходе из теплообменника.
- 2) На каком расстоянии  $s$  друг от друга находятся участки труб, в которых температуры кофе и молока одинаковы?
- 3) Какими станут температуры молока  $t'_3$  и кофе  $t'_4$ , вытекающих из теплообменника, если увеличить скорость обоих потоков в два раза, сохранив их температуры на входе?

Указание: Мощность теплопередачи через небольшую площадку внутренней трубы пропорциональна разности температур контактирующих с ней жидкостей. Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Плотности и удельные теплоёмкости кофе и молока считать одинаковыми.

$$t_4 = 40^\circ\text{C}; t_3 = 70^\circ\text{C}; s = 3\text{ м}; t'_3 = 53,6^\circ\text{C}; t'_4 = 46,4^\circ\text{C}$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2001, финал, 9) В теплоизолированном сосуде находится смесь воды и льда при температуре  $t_1 = 0^\circ\text{C}$ . Через стенку в сосуд вводится торец медного стержня, боковые стенки которого покрыты теплоизолирующим слоем. Другой торец стержня погружён в воду, кипящую при атмосферном давлении. Через время  $\tau_m = 15$  мин весь лёд в сосуде растаял. Если бы вместо медного стержня в этом эксперименте был использован стальной стержень того же сечения, но другой длины, то весь лёд растаял бы через время  $\tau_c = 48$  мин.



Стержни соединяют последовательно (см. рис.). Какой будет температура  $t$  в месте соприкосновения медного и стального стержней? Рассмотрите два случая:

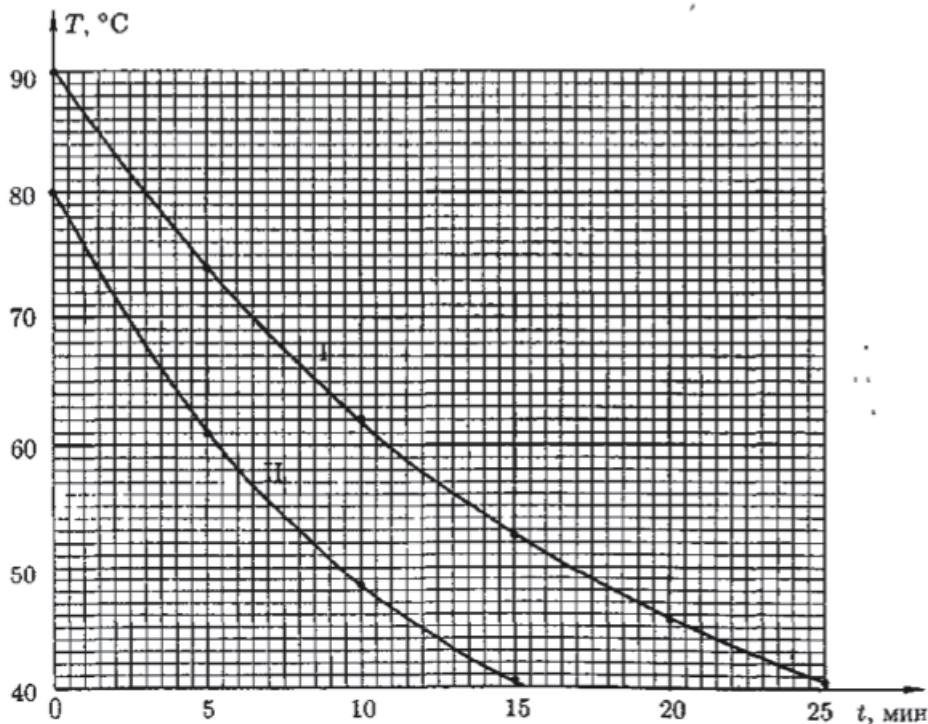
- 1) кипящая вода соприкасается с торцом медного стержня;
- 2) кипящая вода соприкасается с торцом стального стержня.

Через какое время  $\tau$  растает весь лёд при последовательном соединении стержней? Будет ли это время одинаково в случаях 1 и 2?

$$\tau_m = \frac{Q}{P} = \frac{mL}{\frac{\lambda \Delta T}{L}} = \frac{mL^2}{\lambda \Delta T}; \tau_c = \frac{Q}{P} = \frac{mL}{\frac{\lambda \Delta T}{L}} = \frac{mL^2}{\lambda \Delta T} \approx 2,4 \tau_m \approx 36 \text{ мин}$$



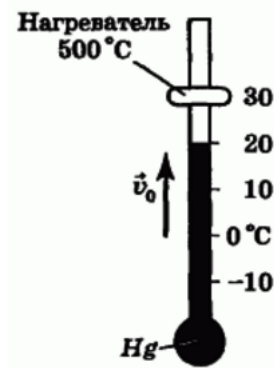
ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 2005, финал, 9) На олимпиаде по физике участникам было предложено выполнить следующий эксперимент. Пенопластовый стакан ёмкостью  $V_0$ , закрытый сверху пенопластовой крышкой, в которую вставлен термометр, заполнялся горячей водой, и, по мере остывания воды, снималась зависимость её температуры  $T$  от времени  $t$ . Затем в стакан помещался кусок свинца плотностью  $\rho = 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  и объёмом  $V = V_0/2$ , стакан доверху заполнялся горячей водой, и вновь снималась зависимость  $T(t)$ . Аккуратный ученик изобразил оба графика на одном листе миллиметровой бумаги (кривые I и II на рисунке).



Принимая удельную теплоёмкость воды равной  $c_0 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ , определите по этим экспериментальным кривым удельную теплоёмкость  $c$  свинца. Плотность воды  $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Теплоёмкостью стенок стакана и крышки можно пренебречь. Температуру в комнате, где проводился эксперимент, считайте постоянной.

$$(c_0 \cdot \rho_0) / (c \cdot \rho) = 10 \cdot (10^3 / 11,3 \cdot 10^3) = 0,885$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 1997, финал, 9) К ртутному термометру на уровне деления  $t_x = 30^\circ\text{C}$  прикреплен маленький нагреватель, температура которого поддерживается постоянной и равной  $500^\circ\text{C}$  (рис.). Через некоторое время столбик ртути проходит через деление  $t_0 = 20^\circ\text{C}$  со скоростью  $v_0 = 0,1 \text{ град/с}$ . Найдите, через какое время температура ртути достигнет  $26^\circ\text{C}$ , считая теплопроводность ртути во много раз больше теплопроводности стекла. Теплоёмкостью стекла можно пренебречь, а тепловой поток от нагревателя к ртути считать пропорциональным разности температур.



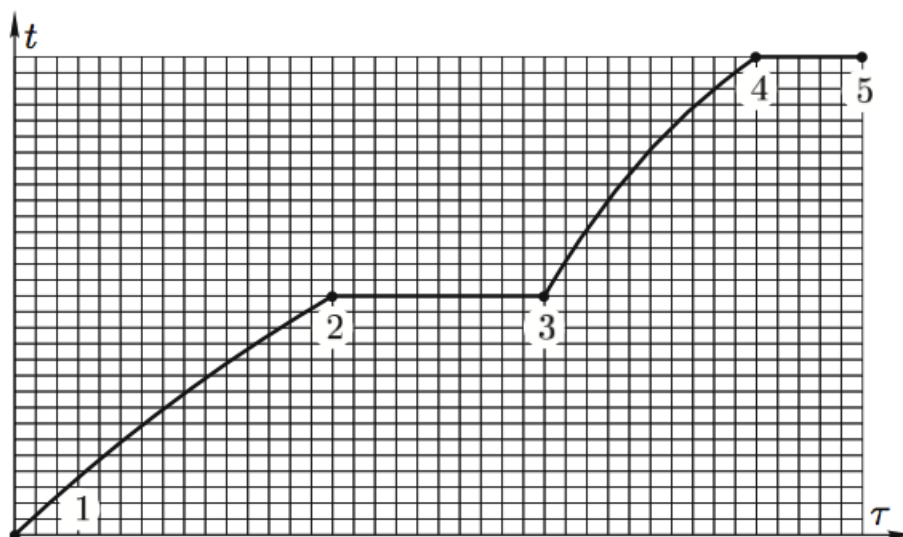
$$42 \text{ с}$$

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 1994, ОЭ, 10) При заполнении сосуда Дьюара жидким азотом, находящимся при температуре кипения, была нарушена герметичность его внешней стенки. Весь азот испарился из сосуда за время  $t_1 = 5$  ч, а концентрация молекул воздуха между стенками возросла за это время в 6 раз, оставаясь такой, что молекулы воздуха могут пролетать от стенки до стенки практически без соударений друг с другом. Оцените, за какое время  $t_2$  эта же масса азота испарилась бы из неповрежденного сосуда. Поступлением тепла через горловину сосуда и излучением можно пренебречь.

*Примечание.* Сосуд Дьюара представляет собой сосуд с двойными стенками, в пространстве между которыми поддерживается высокий вакуум.

$$\boxed{t_2 = t_1 \frac{c_1}{c_2} = 7.5 \text{ ч}}$$

ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) В открытом сосуде находятся две несмешиваемые жидкости равных масс при температуре окружающей среды. В момент времени  $\tau_1$  смесь начинают нагревать, подводя постоянную мощность. В момент времени  $\tau_5$  сосуд оказывается пустым. В результате получена зависимость температуры содержимого сосуда от времени (рис.).



Найдите отношение удельных теплот парообразования и удельных теплоёмкостей жидкостей.

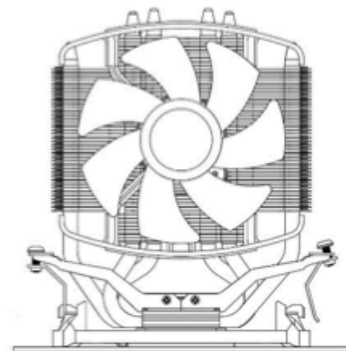
Считайте, что коэффициент пропорциональности  $\alpha$  между разностью температур и потоком теплоты от сосуда в окружающую среду постоянен.

$$\boxed{\frac{c_1}{c_2} = 1.8; \frac{L}{T} = 4.4}$$

Задача 27. (МОШ, 2018, 9) Процессор персонального компьютера может весьма сильно нагреваться. Для нормальной работы процессора необходима система охлаждения — кулер, состоящий из радиатора и вентилятора (см. рисунок). Обозначим температуру процессора  $T_C$ , температуру радиатора  $T_R$ , а температуру воздуха внутри корпуса компьютера вдали от процессора  $T_0$ .

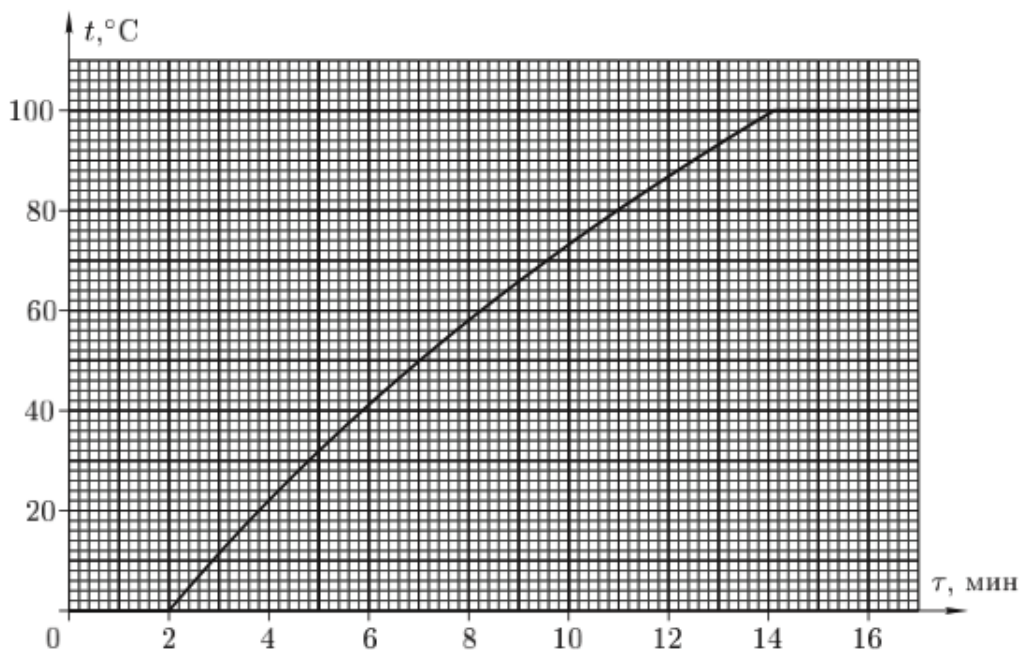
Количество теплоты, передаваемое за единицу времени процессором радиатору, пропорционально разности их температур ( $T_C - T_R$ ). Аналогично, радиатор отдаёт в единицу времени окружающей среде количество теплоты, пропорциональное разности ( $T_R - T_0$ ). Коэффициенты пропорциональности в указанных зависимостях разные, но оба они зависят только от геометрических размеров и конструкции кулера.

Температура процессора при работе в некотором режиме равна  $T_C = 54^\circ\text{C}$ . При этом  $T_R = 42^\circ\text{C}$  и  $T_0 = 26^\circ\text{C}$ . Этот процессор заменили на другой — с тепловыделением при работе в том же режиме в 1,5 раза больше, оставив прежний кулер. Температура воздуха  $T_0$  в результате увеличилась на  $2^\circ\text{C}$ . Определите температуру нового процессора.



□◦02

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2009, финал, 11) В сосуд, содержащий смесь воды и льда, в момент времени  $\tau = 0$  мин опустили нагреватель мощностью  $P_0 = 400$  Вт. На рисунке представлена зависимость температуры  $t$  смеси от времени  $\tau$ .



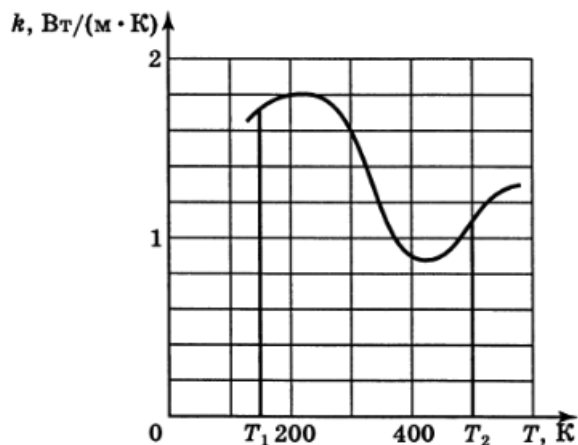
Известно, что мощность  $Q$  тепловых потерь пропорциональна разности температур  $\Delta t = t - t_0$ , где  $t_0$  — температура окружающей среды. При расчётах вы можете принять  $t_0 = 0^{\circ}\text{C}$  и, следовательно,  $Q = \alpha t$ , где  $\alpha$  — постоянный коэффициент, не зависящий от температуры. Используя приведённый график зависимости  $t(\tau)$ , найдите:

- 1) начальную массу льда  $m_{\text{л}}$  в смеси;
- 2) общую массу  $M$  содержимого сосуда;
- 3) коэффициент пропорциональности  $\alpha$ ;
- 4) максимальную мощность нагревателя  $P_{\text{max}}$ , при которой вода никогда не закипит;
- 5) время  $\tau_1$  от начала таяния льда, в течение которого вода в сосуде закипит, если мощность нагревателя  $P_1 = 300$  Вт.

Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг · К); удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,2 \cdot 10^5$  Дж/кг.

(1) 150 г; (2) 480 г; (3) 2,0 Вт/°C; (4) 200 Вт; (5)  $\tau_1 = \ln \frac{cM}{\lambda m_{\text{л}}} + \frac{\alpha}{M} \ln \frac{P_1}{P_1 - \alpha t_1} \approx 21$  мин

ЗАДАЧА 29. (Всеросс., 1995, финал, 11) Предположим, что создан материал с необычной зависимостью коэффициента теплопроводности  $k$  от температуры (рис.). Пластину из такого материала поместили между двумя стенками вплотную к ним. Температуры стенок поддерживаются неизменными:  $T_1 = 160$  К и  $T_2 = 500$  К соответственно. Какой тепловой поток установится между стенками, если толщина пластины  $d = 1$  см, а её площадь  $S = 100$  см<sup>2</sup>? Укажите способ, с помощью которого можно найти распределение температуры внутри пластины. Найдите температуру в среднем продольном сечении пластины ( $x = d/2$ ).



Указание. Тепловой поток  $P$  сквозь тонкий слой вещества, площадь которого  $S$ , а толщина  $\Delta x$ , равный количеству теплоты, проходящему сквозь этот слой в единицу времени, прямо пропорционален разности значений температуры его поверхностей  $\Delta T$  и обратно пропорционален его толщине:  $P = -kS \frac{\Delta T}{\Delta x}$ , где  $k$  — коэффициент теплопроводности вещества.

$$|P| = 450 \pm 20 \text{ Вт}; T = 290 \pm 10 \text{ К}$$

ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 2004, финал, 11) Космонавты, высадившиеся на далёкой планете, в ходе исследований обнаружили, что:

- планета так далека от всех звёзд, что единственным источником энергии на ней являются протекающие в недрах планеты реакции радиоактивного распада;
- планета однородна, имеет форму шара, а радиоактивные элементы равномерно распределены по всему её объёму;
- период полураспада радиоактивных элементов равен 1 млн лет (ход этого процесса не зависит от температуры);
- температура на поверхности планеты  $t_1 = 0$  °С, а в её центре  $t_2 = 100$  °С;
- атмосфера отсутствует и планета непрерывно теряет энергию из-за теплового излучения.

Считая, что энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности планеты, пропорциональна четвёртой степени абсолютной температуры поверхности, а тепловой поток внутри планеты пропорционален перепаду температур на единицу расстояния  $\Delta T/\Delta r$ , определите:

- 1) температуру на расстоянии  $r = R/2$  от центра планеты в момент исследований;
- 2) температуру на поверхности планеты через 4 млн лет;
- 3) температуру в центре планеты через 4 млн лет.

$$1) T \approx 348 \text{ К}; 2) T \approx 75 \text{ °С}; 3) T \approx 136,5 \text{ К}$$

ЗАДАЧА 31. (Всеросс., 2007, финал, 11) ТЭЦ снабжает жилой район горячей водой под высоким давлением, имеющей на выходе из котельной температуру  $t_0 = 120^\circ\text{C}$ . Вода течёт по стальной трубе радиусом  $R = 20$  см, покрытой теплоизолирующим слоем минеральной ваты толщиной  $h = 4$  см и расположенной на открытом воздухе. Расход воды  $\mu = 100$  кг/с. Температура окружающего воздуха  $t_{\text{в}} = -20^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплопроводности ваты  $\chi = 0,08$  Вт/(м · К). Коэффициент теплопроводности стали на несколько порядков больше, чем у минеральной ваты. Найдите температуру воды на конце теплотрассы в двух случаях:

1) длина теплотрассы  $L_1 = 10$  км;

2) длина теплотрассы  $L_2 = 100$  км.

Удельная теплоёмкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг · К).

*Примечание.* Количество теплоты  $\Delta q$ , проходящее через слой вещества площадью  $S$  и толщиной  $h$  за время  $\Delta t$  при разности температур  $\Delta T$ , определяется соотношением  $\Delta q = \chi \frac{S}{h} \Delta T \Delta t$ , где  $\chi$  — коэффициент теплопроводности.

$$Q_{\text{отд}} \approx \mu c t_0 L \approx \mu c t_0 \left( \frac{\mu c t_0}{(\mu c + h \chi) \chi} = \mu c t_0 - \mu c t_0 + \mu c t_0 \right)$$

ЗАДАЧА 32. (APhO, 2009)

- [Явление Лейденфроста / The Leidenfrost Phenomenon.](#)
- [Solution.](#)