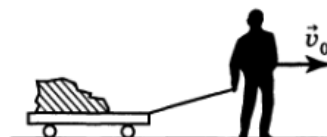


## Неупругие взаимодействия

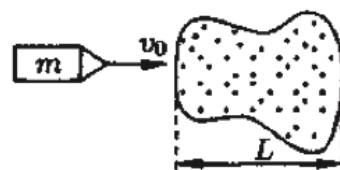
Примерами неупругих взаимодействий служат пробивание пулей бруска или абсолютно неупругий удар (после которого тела двигаются как единое целое, слипаясь или не слипаясь). В результате неупругого взаимодействия механическая энергия не сохраняется: часть её переходит во внутреннюю энергию взаимодействующих тел. Поэтому связывать состояния до и после неупругого взаимодействия законом сохранения механической энергии нельзя — тут работает только закон сохранения импульса.

**ЗАДАЧА 1.** (*Всеросс., 1993, ОЭ, 9*) На прямолинейном горизонтальном участке железной дороги стоит вагонетка с ценным грузом. Ночью к ней подкрался похититель. В качестве вспомогательного орудия злоумышленник решил применить невесомый упругий шнур; привязав один конец этого шнура к вагонетке, а другой взяв в руки, он побежал вдоль железнодорожного полотна с постоянной скоростью  $v_0$  (рис.). Через некоторое время похититель очнулся, лежа на вагонетке, которая двигалась со скоростью  $v_1 = 1,8v_0$ . Чему равна масса вагонетки с грузом, если масса похитителя  $m = 80$  кг? Трением качения можно пренебречь, а трение между ботинками и землей достаточно велико. Опишите, каким образом злоумышленник оказался на вагонетке.



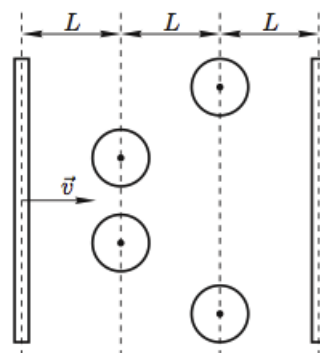
$$M = 4m = 320 \text{ кг}$$

**ЗАДАЧА 2.** (*Всеросс., 2005, ОЭ, 9*) Ракета массой  $m$ , летящая в космическом пространстве с выключенным двигателем со скоростью  $v_0$ , попадает в облако пыли средней плотностью  $\rho$ , имеющее протяжённость  $L$  в направлении движения ракеты (рис.). Пылинки неподвижны и прилипают к ракете при столкновении с ней. Площадь поперечного сечения ракеты  $S$ . Какую скорость  $v_1$  будет иметь ракета при вылете из облака пыли? Сколько времени  $\tau$  займёт пролёт через это облако?



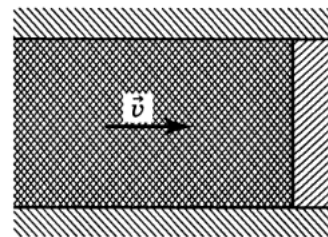
$$\left(\frac{uv}{TS^d} + 1\right) \frac{0a}{T} = \perp : \frac{TS^d + uv}{0a uv} = \tau a$$

**ЗАДАЧА 3.** (*Всеросс., 2007, ОЭ, 9*) На гладкой поверхности расположены параллельно друг другу две длинных и узких доски, а между ними — четыре шайбы радиуса  $R$ . Расстояние между досками  $3L$ , а начальное положение шайб показано на рисунке. Левая доска начинает двигаться вправо со скоростью  $v$ . Масса каждой доски  $m$ , масса каждой из шайб  $m/2$ . Материал, из которого сделаны доски и шайбы, таков, что все столкновения можно считать абсолютно неупругими. Тела при соударении не слипаются. Радиус шайб  $R < L$  и достаточно мал для того, чтобы шайбы не задевали друг за друга. На каком расстоянии от правой доски будет находиться левая доска через достаточно большое время  $t$  после начала движения?



$$\frac{\tau}{R} = L + 3R = x$$

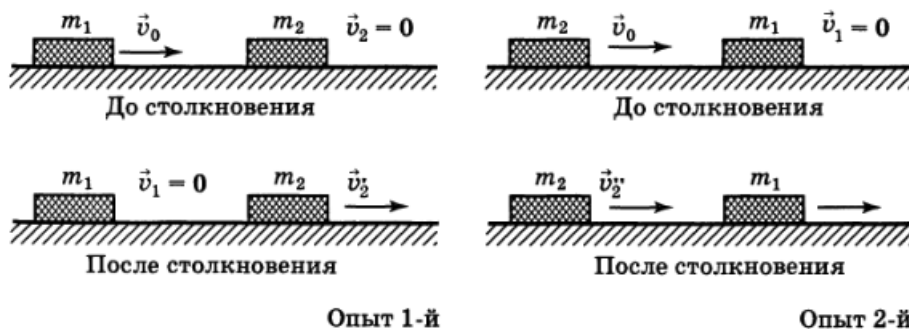
ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 1995, финал, 9–10) По реке со скоростью  $v$  плывут мелкие льдины, которые равномерно распределяются по поверхности воды, покрывая её  $n$ -ю часть. В некотором месте реки образовался затор. В заторе льдины полностью покрывают поверхность воды, не нагромождаясь друг на друга (рис.). С какой скоростью растёт граница сплошного льда? Какая сила действует на 1 м ледяной границы между водой и сплошным льдом в заторе со стороны останавливающихся льдин?



Плотность льда  $\rho = 0,91 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ; толщина  $h = 20 \text{ см}$ ; скорость реки  $v = 0,72 \text{ км/ч}$ ; плывущие льдины покрывают  $n = 0,1$  часть поверхности воды.

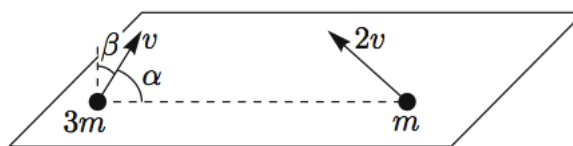
$$\frac{v}{h} \cdot \rho = \rho \cdot n \cdot v = f \Rightarrow \frac{v}{h} \cdot \rho = \rho \cdot n \cdot v = n \cdot \rho \cdot v = n$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 1992, ОЭ, 10) На рисунке показаны два опыта с шайбами. Поверхность стола горизонтальная и абсолютно гладкая. Измерения показали, что  $v_2' = v_2''$ . Найдите отношение масс шайб.



$$\tau = \frac{1m}{2m}$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) Два куска пластилина с массами  $3m$  и  $m$  брошены одновременно с горизонтальной поверхности Земли со скоростями  $v$  и  $2v$  (рис.), причём скорости кусков не находятся в одной вертикальной плоскости. Скорость куска массой  $3m$  составляет угол  $\beta = 45^\circ$  с вертикалью и угол  $\alpha = 60^\circ$  с прямой, проходящей через куски перед броском. Через некоторое время куски сталкиваются и слипаются. С какой скоростью упали на Землю слипшиеся куски?



$$\frac{3m}{9} - 0 \cdot \frac{8}{9} = n$$

ЗАДАЧА 7. Шар массой  $m_1$ , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью  $v$ , налетает на покоящийся шар массой  $m_2$ . Происходит абсолютно неупругий центральный удар. Какое количество теплоты выделится при ударе?

$$\frac{(2m+1m)\tau}{\tau^2} = \partial$$

Задача 8. (МФТИ, 1996) По горизонтальной поверхности стола скользит брусок массой  $m$  и сталкивается неупруго с неподвижным бруском массой  $2m$ , имея перед ударом скорость  $v = 2$  м/с. Какое расстояние пройдут слипшиеся бруски до остановки? Коэффициент трения скольжения между брусками и столом  $\mu = 1/8$ .

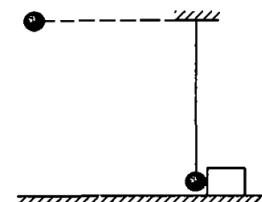
$$\frac{6\pi 81}{\varepsilon^a} = T$$

Задача 9. (МФТИ, 1997) Пуля летит горизонтально со скоростью  $v_0$ , пробивает лежащую на горизонтальной поверхности стола коробку и вылетает в том же направлении со скоростью втрое меньшей. Масса коробки в пять раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между коробкой и столом равен  $\mu$ .

- 1) Найти скорость коробки сразу после вылета из неё пули.
- 2) На какое расстояние передвинется коробка?

$$\frac{6\pi 81}{\varepsilon^a} = s \quad (z : 0a \frac{91}{2} = a \quad (1$$

Задача 10. (МФТИ, 1997) На столе лежит брусок. На лёгкой нити длиной  $L$  висит шарик, касаясь бруска. Нить вертикальна (см. рисунок). Масса бруска в 7 раз больше массы шарика. Шарик отклоняют в сторону так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают. После неупругого удара о брусок шарик останавливается, а брусок смещается по горизонтальной поверхности стола на расстояние  $S$ .



- 1) Найти скорость бруска сразу после удара.
- 2) Найти коэффициент трения скольжения между бруском и столом.

$$\frac{S6\pi}{T} = \pi \quad (z : \frac{L}{T6\pi} = a \quad (1$$

Задача 11. (МФТИ, 1997) На лёгкой нити длиной  $L$  висит шар. Пуля летит горизонтально со скоростью  $v_0$ , пробивает шар и продолжает лететь в прежнем направлении. В результате максимальный угол отклонения шара на нити оказался равным  $\alpha = 60^\circ$ . Масса шара в 10 раз больше массы пули.

- 1) Найти скорость шара сразу после вылета из него пули.
- 2) Найти скорость вылетевшей из шара пули.

$$\frac{T6\pi 01 - 0a = a \quad (z : T6\pi = n \quad (1$$

Задача 12. (МФТИ, 2008) Шарик массой  $m$ , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности, налетает на лежащий неподвижно на той же поверхности брусок. В результате неупругого удара шарик останавливается и 80% его кинетической энергии переходит в теплоту, а брусок начинает двигаться поступательно. Какова масса бруска?

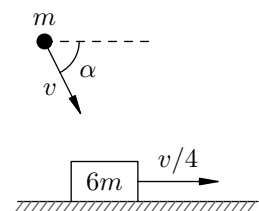
$$m\Omega = M$$

Задача 13. (МФТИ, 1996) Из бункера с высоты  $H = 1$  м высыпалась порция песка массой  $m = 100$  кг и попала в вагонетку массой  $2m$ , движущуюся горизонтально со скоростью  $v = 3$  м/с. Сопротивление движению вагонетки со стороны рельсов не учитывать.

- 1) Найти скорость вагонетки с песком.
- 2) На сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия вагонетки, песка и окружающих тел?

$$\Delta E \approx \left( \frac{1}{2} + \frac{g}{v^2} \right) m v^2 = \frac{1}{2} m v^2 \left( 1 + \frac{2g}{v^2} \right) = n \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) \quad (1)$$

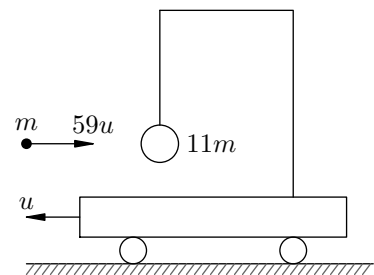
Задача 14. (МФТИ, 1996) Кусок пластилина массой  $m = 32$  г (см. рисунок) падает в брусок массой  $6m$ , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности стола, и прилипает к нему. Перед ударом скорость куска пластилина равна  $v = 7$  м/с и направлена под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту, а скорость бруска равна  $v/4$  и лежит в одной вертикальной плоскости со скоростью пластилина.



- 1) Определить скорость бруска с пластилином после удара.
- 2) На сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия бруска, пластилина и окружающих тел?

$$\Delta E \approx \frac{1}{2} m v^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{g}{v^2} \right) = \frac{1}{2} m v^2 \left( 1 + \frac{2g}{v^2} \right) = n \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) \quad (1)$$

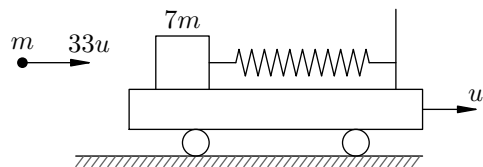
Задача 15. («Физтех», 2014) По горизонтальной поверхности пола движется со скоростью  $u = 0,2$  м/с тележка со штативом, к которому на нити длиной  $l = 0,25$  м привязан шар (см. рисунок). Пуля, летящая горизонтально со скоростью  $59u$ , попадает в шар и застревает в нём. Массы пули и шара  $m$  и  $11m$ , масса тележки намного больше массы шара. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости. Размеры шара малы по сравнению с длиной нити.



- 1) Найдите скорость шара  $v_1$  относительно тележки сразу после попадания пули.
- 2) Найдите скорость шара  $v_2$  относительно пола сразу после попадания пули.
- 3) На какой максимальный угол от вертикали отклонится нить при дальнейших колебаниях шара?

$$\Delta E \approx \left( \frac{1}{2} + \frac{g}{v^2} \right) m v^2 = \frac{1}{2} m v^2 \left( 1 + \frac{2g}{v^2} \right) = n \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) \quad (1)$$

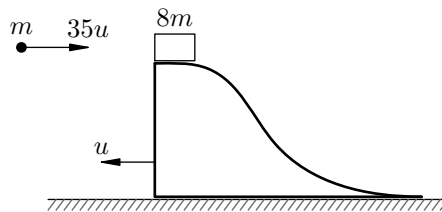
ЗАДАЧА 16. («Физтех», 2014) На гладкой горизонтальной поверхности тележки находится брусок, прикрепленный к тележке лёгкой упругой пружиной жёсткостью  $k = 10$  Н/м (см. рисунок). Тележка с бруском движутся со скоростью  $u = 0,25$  м/с по горизонтальной поверхности пола. Пуля, летящая горизонтально со скоростью  $33u$ , попадает в брусок и застревает в нём. Массы пули и бруска  $m = 0,5$  г и  $7m$ , масса тележки намного больше массы бруска. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найдите скорость бруска  $v_1$  относительно тележки сразу после попадания пули.
- 2) Найдите скорость бруска  $v_2$  относительно пола сразу после попадания пули.
- 3) Найдите максимальную деформацию пружины при последующих колебаниях бруска.

$$v_1 = \frac{m}{m+7m} \cdot 33u = \frac{33}{74}u \quad v_2 = \frac{m}{m+7m+M} \cdot 33u \quad \Delta x = \frac{m \cdot 33u}{k} \left( 1 - \frac{m+7m}{m+7m+M} \right)$$

ЗАДАЧА 17. («Физтех», 2014) По гладкой горизонтальной поверхности стола движется со скоростью  $u$  горка с неподвижной относительно горки шайбой на вершине горки (см. рисунок). Пуля, летящая горизонтально со скоростью  $35u$ , попадает в шайбу и застревает в ней. В результате шайба съезжает с горки, не отрываясь от её гладкой поверхности, и покидает горку. Массы пули и шайбы равны  $m$  и  $8m$ , масса горки намного больше массы шайбы.

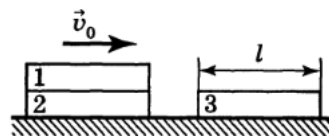


- 1) Найдите скорость шайбы  $v_1$  относительно горки сразу после попадания пули.
- 2) Найдите скорость шайбы  $v_2$  относительно стола сразу после попадания пули.
- 3) С какой скоростью относительно стола шайба покинула горку?

Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости. Известно, что при съезде с неподвижной горки изначально неподвижной шайбы шайба приобретает скорость  $3u$ .

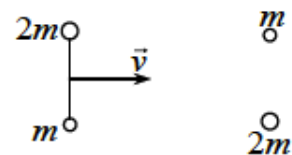
$$v_1 = \frac{m}{m+8m} \cdot 35u = \frac{35}{89}u \quad v_2 = \frac{m}{m+8m+M} \cdot 35u \quad v_{\text{exit}} = 3u$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 1997, финал, 9) Доска 1 лежит на такой же доске 2. Обе они как целое скользят по гладкой ледяной поверхности со скоростью  $v_0$  и сталкиваются с такой же доской 3, верхняя поверхность которой покрыта тонким слоем резины (рис.). При ударе доски 2 и 3 прочно сцепляются. Чему равна длина  $l$  каждой доски, если известно, что доска 1 прекратила движение относительно досок 2 и 3 из-за трения после того, как она полностью переместилась с 2 на 3? Все доски твёрдые. Коэффициент трения между досками 1 и 3 равен  $k$ . Трением между досками 1 и 2, а также трением досок 2 и 3 о лёд можно пренебречь.



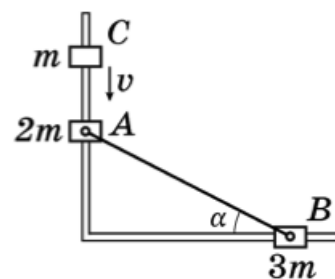
$$l = \frac{6v_0^2}{gk}$$

ЗАДАЧА 19. («Росатом», 2017, 11) К концам невесомого стержня длиной  $l$  прикреплены два маленьких шарика с массами  $m$  и  $2m$ . Стержень, двигаясь поступательно в направлении перпендикулярном ему самому со скоростью  $v$ , налетает на два точно таких же покоящихся тела, находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга (см. рисунок). Одновременно происходят два центральных абсолютно неупругих столкновения. Найти силу натяжения стержня сразу после этого. Силу тяжести не учитывать.



$$\frac{79}{2^{10} 3^{10}} = L$$

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2018, РЭ, 11) Три муфты ( $A$ ,  $B$  и  $C$ ), массы которых равны  $2m$ ,  $3m$  и  $m$  соответственно, могут скользить без трения по двум горизонтальным направляющим, пересекающимся под прямым углом. Муфты  $A$  и  $B$  с помощью шарниров соединены с лёгким жёстким неупругим стержнем так, что угол между стержнем и направляющей, на которой надета муфта  $B$ , равен  $\alpha$ . Между муфтой  $C$ , движущейся со скоростью  $v$ , и покоящейся муфтой  $A$  происходит неупругое столкновение. Определите скорости муфт сразу после соударения.

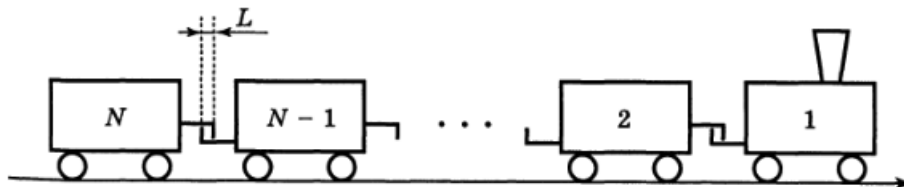


$$v_C \sin \alpha \frac{2}{1} = v_A \cos \alpha \frac{2}{1} = 2v_A$$

ЗАДАЧА 21. («Росатом», 2013, 11) (Л. Эйлер, статья «Об ударе пули при стрельбе по доске», 1771 г.) В центр квадратной свободно висящей доски попадает пуля. Пуля пробивает доску насквозь, если её скорость до удара больше  $v_0$ . С какой скоростью будет двигаться доска, если скорость пули до удара  $2v_0$ ? Масса пули  $m$ , масса доски  $M$ , силу сопротивления считать не зависящей от скорости.

$$\left( \frac{M}{m} - 2 \right) \frac{u + v_0}{v_0} = n$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2000, финал, 10) Длинный товарный поезд трогается с места. Вагоны соединены друг с другом с помощью абсолютно неупругих сцепок. Первоначально зазор в каждой сцепке равен  $L$  (рис.). Масса локомотива равна  $m$ , его порядковый номер — первый. Все вагоны загужены, и масса каждого из них тоже равна  $m$ .



- 1) Считая силу тяги локомотива постоянной и равной  $F$ , найдите время, за которое в движение будет вовлечено  $N$  вагонов.
- 2) Полагая, что состав очень длинный ( $N \rightarrow \infty$ ) определите предельную скорость  $v_\infty$  локомотива.

$$\frac{u}{v_0} \sqrt{L} = \infty \left( \frac{F}{Tm} (N - \tau N) \right) \sqrt{L} = N \tau (1$$