

Неупругие взаимодействия

Примерами неупругих взаимодействий служат пробивание пулей бруска или абсолютно неупругий удар (после которого тела двигаются как единое целое, слипаясь или не слипаясь). В результате неупругого взаимодействия механическая энергия не сохраняется: часть её переходит во внутреннюю энергию взаимодействующих тел. Поэтому связывать состояния до и после неупругого взаимодействия законом сохранения механической энергии нельзя — тут работает только закон сохранения импульса.

ЗАДАЧА 1. Шар массой m_1 , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью v , налетает на покоящийся шар массой m_2 . Происходит абсолютно неупругий центральный удар. Какое количество теплоты выделится при ударе?

$$\frac{(v_1 m_1 + v_2 m_2) \tau}{\tau^a \epsilon u \tau u} = \varnothing$$

ЗАДАЧА 2. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 7–9) Два тела одинаковой массы летели во взаимно-перпендикулярных направлениях с одинаковой по модулю скоростью. Произошло абсолютно неупругое столкновение. Какая часть кинетической энергии перешла в тепло?

$$\square$$

ЗАДАЧА 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 7–9) Снаряд, летевший со скоростью $v = 300$ м/с, разорвался на три осколка. Два осколка имели одинаковые массы $m = 2$ кг каждый, и они полетели с одинаковой по модулю скоростью. Масса третьего осколка была в два раза больше, и он полетел вдоль линии движения снаряда до взрыва. Известно, что в результате взрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличилась на $W = 810$ кДж. Движение всех осколков поступательное, а масса пороховых газов пренебрежимо мала. Найдите максимально возможную величину скорости третьего осколка при таких условиях.

$$\frac{v}{\tau} \text{ } \varnothing \varnothing \varnothing = \frac{u \tau}{M} \wedge + a = \text{ } \text{ } \text{ } \tau$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1996) По горизонтальной поверхности стола скользит брусок массой m и сталкивается неупруго с неподвижным бруском массой $2m$, имея перед ударом скорость $v = 2$ м/с. Какое расстояние пройдут слипшиеся бруски до остановки? Коэффициент трения скольжения между брусками и столом $\mu = 1/8$.

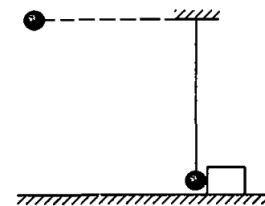
$$\frac{\delta \pi \varnothing \tau}{\tau^a} = \tau$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1997) Пуля летит горизонтально со скоростью v_0 , пробивает лежащую на горизонтальной поверхности стола коробку и вылетает в том же направлении со скоростью втрое меньшей. Масса коробки в пять раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между коробкой и столом равен μ .

- 1) Найти скорость коробки сразу после вылета из неё пули.
- 2) На какое расстояние передвинется коробка?

$$\frac{\delta \pi \varnothing \tau \tau}{\tau^a \tau} = s \left(\tau : \varnothing a \frac{\varnothing \tau}{\tau} = a \right) \tau$$

Задача 6. (МФТИ, 1997) На столе лежит брусок. На лёгкой нити длиной L висит шарик, касаясь бруска. Нить вертикальна (см. рисунок). Массу бруска в 7 раз больше массы шарика. Шарик отклоняют в сторону так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают. После неупругого удара о брусок шарик останавливается, а брусок смещается по горизонтальной поверхности стола на расстояние S .



- 1) Найти скорость бруска сразу после удара.
- 2) Найти коэффициент трения скольжения между бруском и столом.

$$\frac{S6v}{L} = \mu \left(\frac{L}{76L} \right) = a \quad (1)$$

Задача 7. (МФТИ, 1997) На лёгкой нити длиной L висит шар. Пуля летит горизонтально со скоростью v_0 , пробивает шар и продолжает лететь в прежнем направлении. В результате максимальный угол отклонения шара на нити оказался равным $\alpha = 60^\circ$. Масса шара в 10 раз больше массы пули.

- 1) Найти скорость шара сразу после вылета из него пули.
- 2) Найти скорость вылетевшей из шара пули.

$$\frac{v_0}{v} = \frac{10}{1} \left(\frac{L}{L} \right) = a \quad (1)$$

Задача 8. (МФТИ, 2008) Шарик массой m , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности, налетает на лежащий неподвижно на той же поверхности брусок. В результате неупругого удара шарик останавливается и 80% его кинетической энергии переходит в теплоту, а брусок начинает двигаться поступательно. Какова масса бруска?

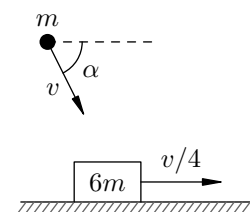
$$m_2 = 10m$$

Задача 9. (МФТИ, 1996) Из бункера с высоты $H = 1$ м высыпалась порция песка массой $m = 100$ кг и попала в вагонетку массой $2m$, движущуюся горизонтально со скоростью $v = 3$ м/с. Сопротивление движению вагонетки со стороны рельсов не учитывать.

- 1) Найти скорость вагонетки с песком.
- 2) На сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия вагонетки, песка и окружающих тел?

$$\Delta Q = \frac{1}{2} (2m + \frac{m}{2}) v^2 = \Delta Q \quad (1)$$

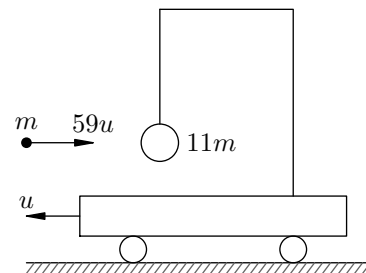
Задача 10. (МФТИ, 1996) Кусок пластилина массой $m = 32$ г (см. рисунок) попадает в брусок массой $6m$,двигающийся по гладкой горизонтальной поверхности стола, и прилипает к нему. Перед ударом скорость куска пластилина равна $v = 7$ м/с и направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, а скорость бруска равна $v/4$ и лежит в одной вертикальной плоскости со скоростью пластилина.



- 1) Определить скорость бруска с пластилином после удара.
- 2) На сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия бруска, пластилина и окружающих тел?

$$\Delta Q = \frac{1}{2} (6m + \frac{m}{2}) v^2 = \Delta Q \quad (1)$$

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2014) По горизонтальной поверхности пола движется со скоростью $u = 0,2$ м/с тележка со штативом, к которому на нити длиной $l = 0,25$ м привязан шар (см. рисунок). Пуля, летящая горизонтально со скоростью $59u$, попадает в шар и застревает в нём. Массы пули и шара m и $11m$, масса тележки намного больше массы шара. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости. Размеры шара малы по сравнению с длиной нити.



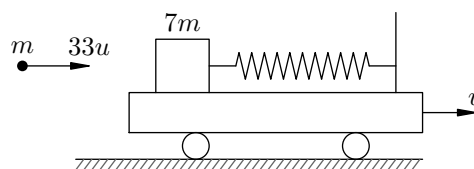
1) Найдите скорость шара v_1 относительно тележки сразу после попадания пули.

2) Найдите скорость шара v_2 относительно пола сразу после попадания пули.

3) На какой максимальный угол от вертикали отклонится нить при дальнейших колебаниях шара?

$$v_1 \approx \left(\frac{16}{25} - 1 \right) u = -\frac{9}{25}u \quad (1) \quad v_2 = \frac{16}{25}u \quad (2) \quad \alpha = \arccos \frac{16}{25} \quad (3)$$

ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2014) На гладкой горизонтальной поверхности тележки находится брусок, прикрепленный к тележке лёгкой упругой пружиной жёсткостью $k = 10$ Н/м (см. рисунок). Тележка с бруском движется со скоростью $u = 0,25$ м/с по горизонтальной поверхности пола. Пуля, летящая горизонтально со скоростью $33u$, попадает в брусок и застревает в нём. Массы пули и бруска $m = 0,5$ г и $7m$, масса тележки намного больше массы бруска. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости.



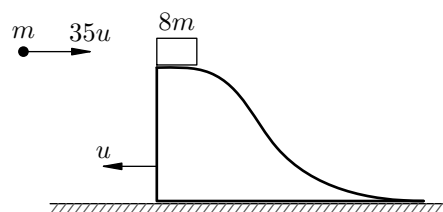
1) Найдите скорость бруска v_1 относительно тележки сразу после попадания пули.

2) Найдите скорость бруска v_2 относительно пола сразу после попадания пули.

3) Найдите максимальную деформацию пружины при последующих колебаниях бруска.

$$v_1 = \frac{33}{34}u \quad (1) \quad v_2 = \frac{33}{34}u \quad (2) \quad \Delta x = \frac{m}{k} \sqrt{\frac{33}{34}} \omega u \quad (3)$$

ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2014) По гладкой горизонтальной поверхности стола движется со скоростью u горка с неподвижной относительно горки шайбой на вершине горки (см. рисунок). Пуля, летящая горизонтально со скоростью $35u$, попадает в шайбу и застревает в ней. В результате шайба съезжает с горки, не отрываясь от её гладкой поверхности, и покидает горку. Массы пули и шайбы равны m и $8m$, масса горки намного больше массы шайбы.



1) Найдите скорость шайбы v_1 относительно горки сразу после попадания пули.

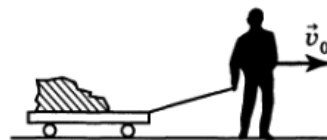
2) Найдите скорость шайбы v_2 относительно стола сразу после попадания пули.

3) С какой скоростью относительно стола шайба покинула горку?

Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости. Известно, что при съезде с неподвижной горки изначально неподвижной шайбы шайба приобретает скорость $3u$.

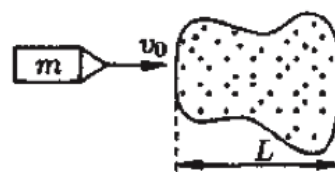
$$v_1 = 3u \quad (1) \quad v_2 = 3u \quad (2) \quad v_3 = 3u \quad (3)$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 1993, ОЭ, 9) На прямолинейном горизонтальном участке железной дороги стоит вагонетка с ценным грузом. Ночью к ней подкрался похититель. В качестве вспомогательного орудия злоумышленник решил применить невесомый упругий шнур; привязав один конец этого шнура к вагонетке, а другой взяв в руки, он побежал вдоль железнодорожного полотна с постоянной скоростью v_0 (рис.). Через некоторое время похититель очнулся, лежа на вагонетке, которая двигалась со скоростью $v_1 = 1,8v_0$. Чему равна масса вагонетки с грузом, если масса похитителя $m = 80$ кг? Трением качения можно пренебречь, а трение между ботинками и землей достаточно велико. Опишите, каким образом злоумышленник оказался на вагонетке.



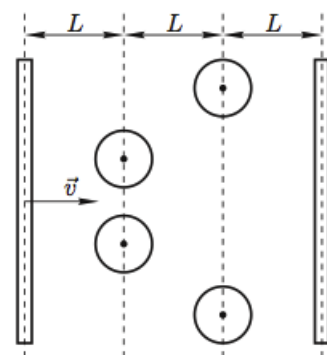
$$M = 4m = 320 \text{ кг}$$

ЗАДАЧА 15. (Всеросс., 2005, ОЭ, 9) Ракета массой m , летящая в космическом пространстве с выключенным двигателем со скоростью v_0 , попадает в облако пыли средней плотностью ρ , имеющее протяжённость L в направлении движения ракеты (рис.). Пылинки неподвижны и прилипают к ракете при столкновении с ней. Площадь поперечного сечения ракеты S . Какую скорость v_1 будет иметь ракета при вылете из облака пыли? Сколько времени τ займёт пролёт через это облако?



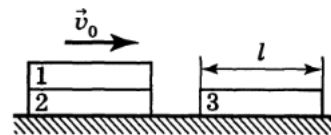
$$\left(\frac{uvz}{TSd} + 1\right) \frac{0a}{T} = \perp : \frac{TSd+uv}{0au} = \Gamma a$$

ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2007, ОЭ, 9) На гладкой поверхности расположены параллельно друг другу две длинных и узких доски, а между ними — четыре шайбы радиуса R . Расстояние между досками $3L$, а начальное положение шайб показано на рисунке. Левая доска начинает двигаться вправо со скоростью v . Масса каждой доски m , масса каждой из шайб $m/2$. Материал, из которого сделаны доски и шайбы, таков, что все столкновения можно считать абсолютно неупругими. Тела при соударении не слипаются. Радиус шайб $R < L$ и достаточно мал для того, чтобы шайбы не задевали друг за друга. На каком расстоянии от правой доски будет находиться левая доска через достаточно большое время t после начала движения?



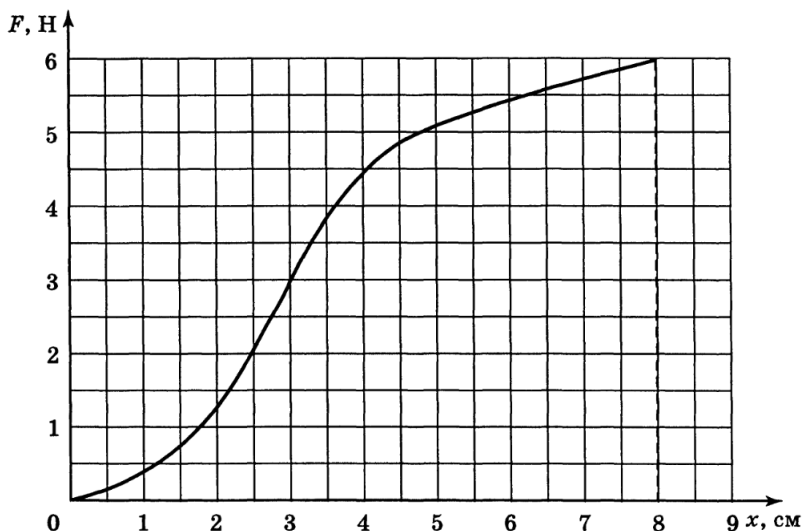
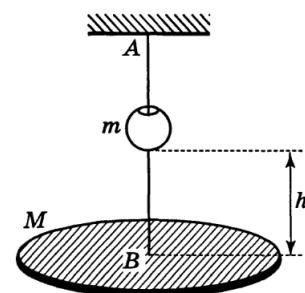
$$\frac{2}{3L+3R} = x$$

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 1997, финал, 9) Доска 1 лежит на такой же доске 2. Обе они как целое скользят по гладкой ледяной поверхности со скоростью v_0 и сталкиваются с такой же доской 3, верхняя поверхность которой покрыта тонким слоем резины (рис.). При ударе доски 2 и 3 прочно сцепляются. Чему равна длина l каждой доски, если известно, что доска 1 прекратила движение относительно досок 2 и 3 из-за трения после того, как она полностью переместилась с 2 на 3? Все доски твёрдые. Коэффициент трения между досками 1 и 3 равен k . Трением между досками 1 и 2, а также трением досок 2 и 3 о лёд можно пренебречь.



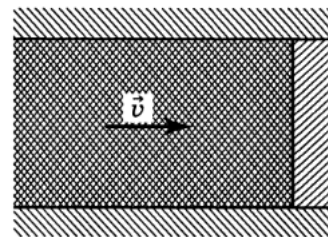
$$\frac{6\sqrt{9}}{\frac{0.2}{2}} = l$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2001, финал, 9) Горизонтальная платформа массы $M = 300$ г подвешена на резиновом жгуте AB (рис. справа). Жгут проходит сквозь отверстие в грузе массы $m = 100$ г. Система находится в равновесии. Затем груз отпускают без начальной скорости с высоты h относительно платформы. Найдите, при каком минимальном значении h жгут порвётся, если его максимально допустимое удлинение $x_{\text{к}} = 8$ см. Зависимость силы натяжения жгута от его удлинения $F(x)$ приведена на рисунке ниже. Удар груза о платформу считать абсолютно неупругим.



$$m\omega \approx (0x - \kappa x) \left(\frac{m}{m+M} \right) - ((0x)M - (\kappa x)M) \frac{6\sqrt{9}}{m+M} = \eta$$

ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 1995, финал, 9–10) По реке со скоростью v плывут мелкие льдины, которые равномерно распределяются по поверхности воды, покрывая её n -ю часть. В некотором месте реки образовался затор. В заторе льдины полностью покрывают поверхность воды, не нагромождаясь друг на друга (рис.). С какой скоростью растёт граница сплошного льда? Какая сила действует на 1 м ледяной границы между водой и сплошным льдом в заторе со стороны останавливающихся льдин?



Плотность льда $\rho = 0,91 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; толщина $h = 20 \text{ см}$; скорость реки $v = 0,72 \text{ км/ч}$; плывущие льдины покрывают $n = 0,1$ часть поверхности воды.

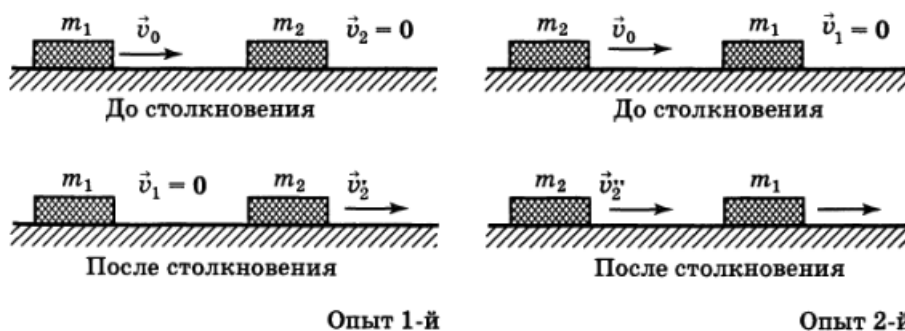
$$\frac{v}{H} \cdot 0 = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{v-1}{u} = f \cdot \rho / \text{м} \cdot z z 0'0 = \frac{u-1}{au} = n$$

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2018, финал, 9) Кусок пластилина массой m , упав без начальной скорости с некоторой высоты, прилип к бруску такой же массы, движущемуся по горизонтальной поверхности с постоянной скоростью $v_0 = 4 \text{ м/с}$ под действием постоянной горизонтальной силы. Коэффициент трения между бруском и поверхностью $\mu = 0,2$. Определите скорость v_1 бруска через время $t_1 = 1 \text{ с}$ после начала падения пластилина. Постройте график зависимости скорости бруска v от времени t после начала падения пластилина для двух случаев: а) с высоты $h_a = 10 \text{ м}$; б) с высоты $h_b = 25 \text{ м}$, указав на нём координаты характерных точек.

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$\left. \begin{array}{l} \text{лифадл} : \text{м} \cdot \text{с} > \mu \text{ илгээ} \quad \text{с/м} \cdot \text{л} = (\text{л} \cdot \text{бл} - \text{о} \cdot \text{а}) \frac{\text{с}}{\text{л}} \\ \text{м} \cdot \text{с} < \mu \text{ илгээ} \quad \text{с/м} \cdot \text{л} = \text{о} \cdot \text{а} \end{array} \right\} = \tau \cdot \alpha$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 1992, ОЭ, 10) На рисунке показаны два опыта с шайбами. Поверхность стола горизонтальная и абсолютно гладкая. Измерения показали, что $v'_2 = v''_2$. Найдите отношение масс шайб.



$$\tau = \frac{\tau_{\text{ш}}}{\tau_{\text{ш}}}$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) Два куска пластилина с массами $3m$ и m брошены одновременно с горизонтальной поверхности Земли со скоростями v и $2v$ (рис.), причём скорости кусков не находятся в одной вертикальной плоскости. Скорость куска массой $3m$ составляет угол $\beta = 45^\circ$ с вертикалью и угол $\alpha = 60^\circ$ с прямой, проходящей через куски перед броском. Через некоторое время куски сталкиваются и слипаются. С какой скоростью упали на Землю слипшиеся куски?

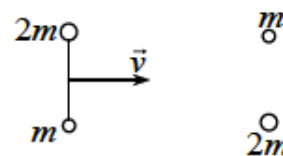


$$\frac{v}{g} \sqrt{9 - 0.2} \sqrt{\frac{g}{a}} = n$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 2013, финал, 10) Мешочек с песком бросают с горизонтальной поверхности земли под некоторым углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . После приземления он теряет вертикальную составляющую скорости. Найдите максимальное горизонтальное перемещение мешочка относительно точки бросания и угол α , при котором оно достигается. Коэффициент трения между мешком и плоскостью равен μ . Ускорение свободного падения g . Время удара считайте малым.

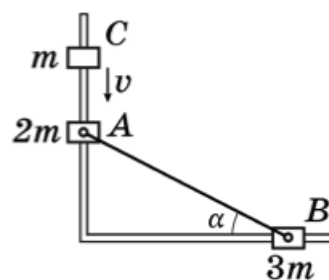
$$\left. \begin{array}{l} (v_0 \cos \alpha = v \text{ или } l < r \text{ и т.д.}) \\ (v_0 \sin \alpha = v \text{ или } l \geq r \text{ и т.д.}) \end{array} \right\} = \text{хешТ}$$

ЗАДАЧА 24. («Росатом», 2017, 11) К концам невесомого стержня длиной l прикреплены два маленьких шарика с массами m и $2m$. Стержень, двигаясь поступательно в направлении перпендикулярном ему самому со скоростью v , налетает на два точно таких же покоящихся тела, находящихся на расстоянии l друг от друга (см. рисунок). Одновременно происходят два центральных абсолютно неупругих столкновения. Найти силу натяжения стержня сразу после этого. Силу тяжести не учитывать.



$$\frac{19}{6} \frac{m v^2}{a} = J$$

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 2018, РЭ, 11) Три муфты (A, B и C), массы которых равны $2m$, $3m$ и m соответственно, могут скользить без трения по двум горизонтальным направляющим, пересекающимся под прямым углом. Муфты A и B с помощью шарниров соединены с лёгким жёстким неупругим стержнем так, что угол между стержнем и направляющей, на которой надета муфта B, равен α . Между муфтой C, движущейся со скоростью v , и покоящейся муфтой A происходит неупругое столкновение. Определите скорости муфт сразу после соударения.

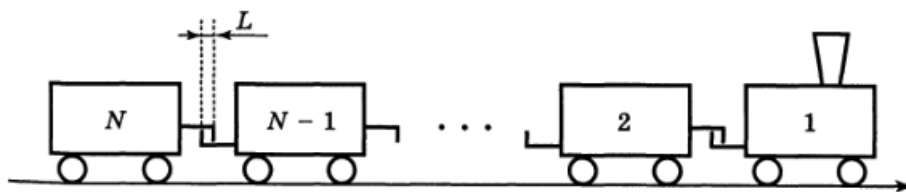


$$v_1 \cos \alpha \frac{g}{l} = g a, v_2 \cos \alpha \frac{g}{l} = \mathcal{D} v a$$

ЗАДАЧА 26. («Росатом», 2013, 11) (Л. Эйлер, статья «Об ударе пули при стрельбе по доске», 1771 г.) В центр квадратной свободно висящей доски попадает пуля. Пуля пробивает доску насквозь, если её скорость до удара больше v_0 . С какой скоростью будет двигаться доска, если скорость пули до удара $2v_0$? Масса пули m , масса доски M , силу сопротивления считать не зависящей от скорости.

$$\left(\frac{v}{v_0} - \tau \right) \frac{m + MN}{v_0 m} = n$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2000, финал, 10) Длинный товарный поезд трогается с места. Вагоны соединены друг с другом с помощью абсолютно неупругих сцепок. Первоначально зазор в каждой сцепке равен L (рис.). Масса локомотива равна m , его порядковый номер — первый. Все вагоны загружены, и масса каждого из них тоже равна m .



1) Считая силу тяги локомотива постоянной и равной F , найдите время, за которое в движение будет вовлечено N вагонов.

2) Полагая, что состав очень длинный ($N \rightarrow \infty$) определите предельную скорость v_∞ локомотива.

$$\frac{v}{v_0} \sqrt{\lambda} = \infty a \left(\tau : \frac{F}{Tm} (N - \tau N) \right) \sqrt{\lambda} = N \tau (1$$

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2012, финал, 11) Бумажный пакет с мукой падает без начальной скорости с высоты $h = 4$ см на чашку пружинных весов. Стрелка весов отклонилась до отметки $m_1 = 6$ кг и, после того как колебания прекратились, стала показывать массу $m_0 = 2$ кг. Жёсткость пружины $k = 1,5$ кН/м. Найти массу M чашки.

Примечание. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

$$\text{ля } \tau = 0 \text{м} - \frac{(0 \text{м} \tau - 1 \text{м}) \delta 1 \text{м}}{4^2 \text{м} \tau} = N$$

Ответ к задаче 20

