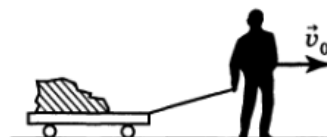


Неупругие взаимодействия

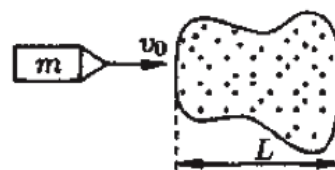
Примерами неупругих взаимодействий служат пробивание пулей бруска или абсолютно неупругий удар (после которого тела двигаются как единое целое, слипаясь или не слипаясь). В результате неупругого взаимодействия механическая энергия не сохраняется: часть её переходит во внутреннюю энергию взаимодействующих тел. Поэтому связывать состояния до и после неупругого взаимодействия законом сохранения механической энергии нельзя — тут работает только закон сохранения импульса.

ЗАДАЧА 1. (*Всеросс., 1993, ОЭ, 9*) На прямолинейном горизонтальном участке железной дороги стоит вагонетка с ценным грузом. Ночью к ней подкрался похититель. В качестве вспомогательного орудия злоумышленник решил применить невесомый упругий шнур; привязав один конец этого шнура к вагонетке, а другой взяв в руки, он побежал вдоль железнодорожного полотна с постоянной скоростью v_0 (рис.). Через некоторое время похититель очнулся, лежа на вагонетке, которая двигалась со скоростью $v_1 = 1,8v_0$. Чему равна масса вагонетки с грузом, если масса похитителя $m = 80$ кг? Трением качения можно пренебречь, а трение между ботинками и землей достаточно велико. Опишите, каким образом злоумышленник оказался на вагонетке.



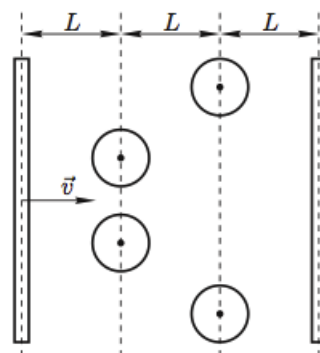
$$M = 4m = 320 \text{ кг}$$

ЗАДАЧА 2. (*Всеросс., 2005, ОЭ, 9*) Ракета массой m , летящая в космическом пространстве с выключенным двигателем со скоростью v_0 , попадает в облако пыли средней плотностью ρ , имеющее протяжённость L в направлении движения ракеты (рис.). Пылинки неподвижны и прилипают к ракете при столкновении с ней. Площадь поперечного сечения ракеты S . Какую скорость v_1 будет иметь ракета при вылете из облака пыли? Сколько времени τ займёт пролёт через это облако?



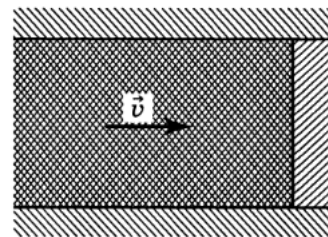
$$\left(\frac{v_1}{v_0} + 1\right) \frac{m}{S} = \rho L S \frac{v_1}{v_0} \Rightarrow v_1 = v_0 \frac{m}{m + \rho L S}$$

ЗАДАЧА 3. (*Всеросс., 2007, ОЭ, 9*) На гладкой поверхности расположены параллельно друг другу две длинных и узких доски, а между ними — четыре шайбы радиуса R . Расстояние между досками $3L$, а начальное положение шайб показано на рисунке. Левая доска начинает двигаться вправо со скоростью v . Масса каждой доски m , масса каждой из шайб $m/2$. Материал, из которого сделаны доски и шайбы, таков, что все столкновения можно считать абсолютно неупругими. Тела при соударении не слипаются. Радиус шайб $R < L$ и достаточно мал для того, чтобы шайбы не задевали друг за друга. На каком расстоянии от правой доски будет находиться левая доска через достаточно большое время t после начала движения?



$$x = \frac{2}{R} (L + 3R)$$

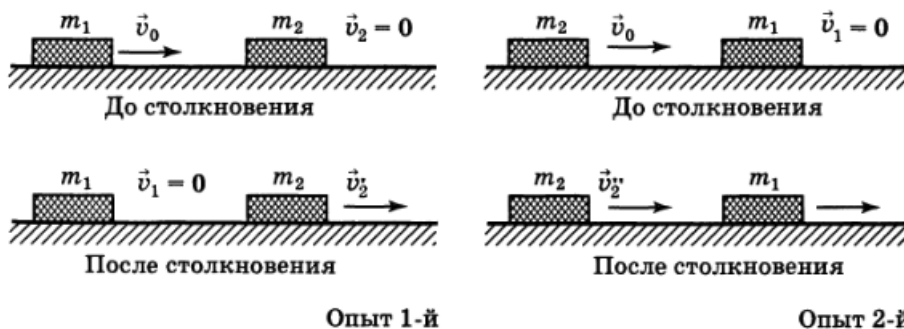
ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 1995, финал, 9–10) По реке со скоростью v плывут мелкие льдины, которые равномерно распределяются по поверхности воды, покрывая её n -ю часть. В некотором месте реки образовался затор. В заторе льдины полностью покрывают поверхность воды, не нагромождаясь друг на друга (рис.). С какой скоростью растёт граница сплошного льда? Какая сила действует на 1 м ледяной границы между водой и сплошным льдом в заторе со стороны останавливающихся льдин?



Плотность льда $\rho = 0,91 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; толщина $h = 20 \text{ см}$; скорость реки $v = 0,72 \text{ км/ч}$; плывущие льдины покрывают $n = 0,1$ часть поверхности воды.

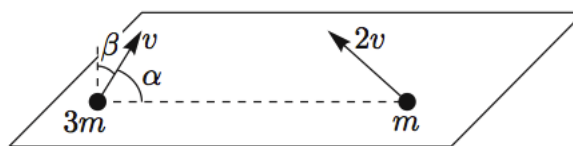
$$\frac{v}{h} \cdot \rho = \rho \cdot n \cdot v = f \Rightarrow \frac{v}{h} \cdot \rho = \rho \cdot n \cdot v = n \cdot \rho \cdot v = n$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 1992, ОЭ, 10) На рисунке показаны два опыта с шайбами. Поверхность стола горизонтальная и абсолютно гладкая. Измерения показали, что $v_2' = v_2''$. Найдите отношение масс шайб.



$$\tau = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2}$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2008, ОЭ, 10) Два куска пластилина с массами $3m$ и m брошены одновременно с горизонтальной поверхности Земли со скоростями v и $2v$ (рис.), причём скорости кусков не находятся в одной вертикальной плоскости. Скорость куска массой $3m$ составляет угол $\beta = 45^\circ$ с вертикалью и угол $\alpha = 60^\circ$ с прямой, проходящей через куски перед броском. Через некоторое время куски сталкиваются и слипаются. С какой скоростью упали на Землю слипшиеся куски?



$$\frac{3m \cdot v \cdot \sin \alpha}{m \cdot 2v} = n$$

ЗАДАЧА 7. Шар массой m_1 , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью v , налетает на покоящийся шар массой m_2 . Происходит абсолютно неупругий центральный удар. Какое количество теплоты выделится при ударе?

$$\frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = Q$$

Задача 8. (МФТИ, 1996) По горизонтальной поверхности стола скользит брусок массой m и сталкивается неупруго с неподвижным бруском массой $2m$, имея перед ударом скорость $v = 2$ м/с. Какое расстояние пройдут слипшиеся бруски до остановки? Коэффициент трения скольжения между брусками и столом $\mu = 1/8$.

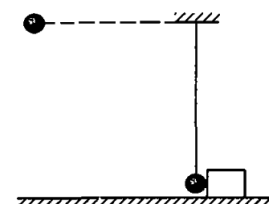
$$\frac{6\pi 81}{\varepsilon^a} = T$$

Задача 9. (МФТИ, 1997) Пуля летит горизонтально со скоростью v_0 , пробивает лежащую на горизонтальной поверхности стола коробку и вылетает в том же направлении со скоростью втрое меньшей. Масса коробки в пять раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между коробкой и столом равен μ .

- 1) Найти скорость коробки сразу после вылета из неё пули.
- 2) На какое расстояние передвинется коробка?

$$\frac{6\pi 81}{\varepsilon^a} = s \quad (z : 0a \frac{91}{2} = a \quad (1$$

Задача 10. (МФТИ, 1997) На столе лежит брусок. На лёгкой нити длиной L висит шарик, касаясь бруска. Нить вертикальна (см. рисунок). Масса бруска в 7 раз больше массы шарика. Шарик отклоняют в сторону так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают. После неупругого удара о брусок шарик останавливается, а брусок смещается по горизонтальной поверхности стола на расстояние S .



- 1) Найти скорость бруска сразу после удара.
- 2) Найти коэффициент трения скольжения между бруском и столом.

$$\frac{S6\pi}{T} = \pi \quad (z : \frac{L}{T6\pi} = a \quad (1$$

Задача 11. (МФТИ, 1997) На лёгкой нити длиной L висит шар. Пуля летит горизонтально со скоростью v_0 , пробивает шар и продолжает лететь в прежнем направлении. В результате максимальный угол отклонения шара на нити оказался равным $\alpha = 60^\circ$. Масса шара в 10 раз больше массы пули.

- 1) Найти скорость шара сразу после вылета из него пули.
- 2) Найти скорость вылетевшей из шара пули.

$$\frac{T6\pi 01 - 0a = a \quad (z : T6\pi = n \quad (1$$

Задача 12. (МФТИ, 2008) Шарик массой m , движущийся по гладкой горизонтальной поверхности, налетает на лежащий неподвижно на той же поверхности брусок. В результате неупругого удара шарик останавливается и 80% его кинетической энергии переходит в теплоту, а брусок начинает двигаться поступательно. Какова масса бруска?

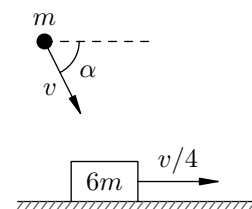
$$m\Omega = M$$

Задача 13. (МФТИ, 1996) Из бункера с высоты $H = 1$ м высыпалась порция песка массой $m = 100$ кг и попала в вагонетку массой $2m$, движущуюся горизонтально со скоростью $v = 3$ м/с. Сопротивление движению вагонетки со стороны рельсов не учитывать.

- 1) Найти скорость вагонетки с песком.
- 2) На сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия вагонетки, песка и окружающих тел?

$$\Delta E \approx \left(\frac{1}{2} + \frac{g}{v^2} \right) m v^2 = \frac{1}{2} m v^2 \left(1 + \frac{2g}{v^2} \right) = n \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \quad (1)$$

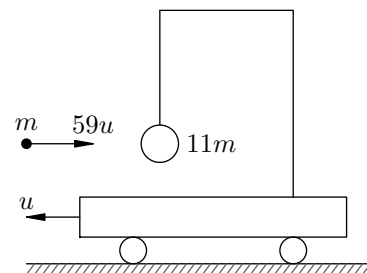
Задача 14. (МФТИ, 1996) Кусок пластилина массой $m = 32$ г (см. рисунок) падает в брусок массой $6m$, движущийся по гладкой горизонтальной поверхности стола, и прилипает к нему. Перед ударом скорость куска пластилина равна $v = 7$ м/с и направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, а скорость бруска равна $v/4$ и лежит в одной вертикальной плоскости со скоростью пластилина.



- 1) Определить скорость бруска с пластилином после удара.
- 2) На сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия бруска, пластилина и окружающих тел?

$$\Delta E \approx \frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{g}{v^2} \right) = \frac{1}{2} m v^2 \left(1 + \frac{2g}{v^2} \right) = n \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \quad (1)$$

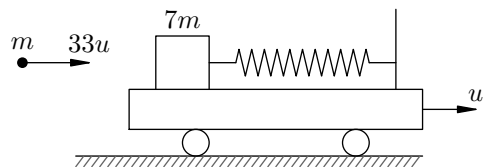
Задача 15. («Физтех», 2014) По горизонтальной поверхности пола движется со скоростью $u = 0,2$ м/с тележка со штативом, к которому на нити длиной $l = 0,25$ м привязан шар (см. рисунок). Пуля, летящая горизонтально со скоростью $59u$, попадает в шар и застревает в нём. Массы пули и шара m и $11m$, масса тележки намного больше массы шара. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости. Размеры шара малы по сравнению с длиной нити.



- 1) Найдите скорость шара v_1 относительно тележки сразу после попадания пули.
- 2) Найдите скорость шара v_2 относительно пола сразу после попадания пули.
- 3) На какой максимальный угол от вертикали отклонится нить при дальнейших колебаниях шара?

$$\Delta E \approx \left(\frac{1}{2} + \frac{g}{v^2} \right) m v^2 = \frac{1}{2} m v^2 \left(1 + \frac{2g}{v^2} \right) = n \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \quad (1)$$

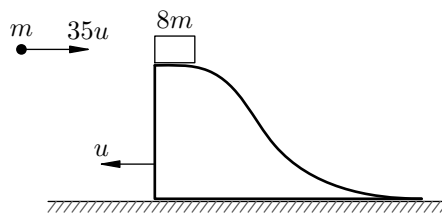
ЗАДАЧА 16. («Физтех», 2014) На гладкой горизонтальной поверхности тележки находится брусок, прикрепленный к тележке лёгкой упругой пружиной жёсткостью $k = 10$ Н/м (см. рисунок). Тележка с бруском движутся со скоростью $u = 0,25$ м/с по горизонтальной поверхности пола. Пуля, летящая горизонтально со скоростью $33u$, попадает в брусок и застревает в нём. Массы пули и бруска $m = 0,5$ г и $7m$, масса тележки намного больше массы бруска. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найдите скорость бруска v_1 относительно тележки сразу после попадания пули.
- 2) Найдите скорость бруска v_2 относительно пола сразу после попадания пули.
- 3) Найдите максимальную деформацию пружины при последующих колебаниях бруска.

$$v_1 = \frac{m}{m+7m} (33u - u) = \frac{32m}{8m} u = 4u$$

ЗАДАЧА 17. («Физтех», 2014) По гладкой горизонтальной поверхности стола движется со скоростью u горка с неподвижной относительно горки шайбой на вершине горки (см. рисунок). Пуля, летящая горизонтально со скоростью $35u$, попадает в шайбу и застревает в ней. В результате шайба съезжает с горки, не отрываясь от её гладкой поверхности, и покидает горку. Массы пули и шайбы равны m и $8m$, масса горки намного больше массы шайбы.

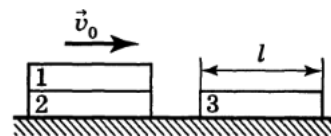


- 1) Найдите скорость шайбы v_1 относительно горки сразу после попадания пули.
- 2) Найдите скорость шайбы v_2 относительно стола сразу после попадания пули.
- 3) С какой скоростью относительно стола шайба покинула горку?

Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости. Известно, что при съезде с неподвижной горки изначально неподвижной шайбы шайба приобретает скорость $3u$.

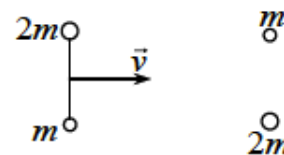
$$v_2 = \frac{m}{m+8m} (35u - u) = \frac{34m}{9m} u = \frac{34}{9}u$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 1997, финал, 9) Доска 1 лежит на такой же доске 2. Обе они как целое скользят по гладкой ледяной поверхности со скоростью v_0 и сталкиваются с такой же доской 3, верхняя поверхность которой покрыта тонким слоем резины (рис.). При ударе доски 2 и 3 прочно сцепляются. Чему равна длина l каждой доски, если известно, что доска 1 прекратила движение относительно досок 2 и 3 из-за трения после того, как она полностью переместилась с 2 на 3? Все доски твёрдые. Коэффициент трения между досками 1 и 3 равен k . Трением между досками 1 и 2, а также трением досок 2 и 3 о лёд можно пренебречь.



$$l = \frac{6v_0^2}{gk}$$

ЗАДАЧА 19. («Росатом», 2017, 11) К концам невесомого стержня длиной l прикреплены два маленьких шарика с массами m и $2m$. Стержень, двигаясь поступательно в направлении перпендикулярном ему самому со скоростью v , налетает на два точно таких же покоящихся тела, находящихся на расстоянии l друг от друга (см. рисунок). Одновременно происходят два центральных абсолютно неупругих столкновения. Найти силу натяжения стержня сразу после этого. Силу тяжести не учитывать.

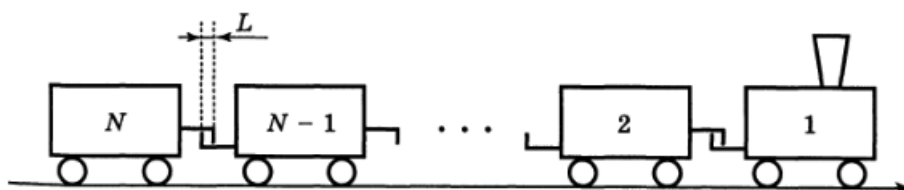


$$\frac{79}{2^{10} 3^{10}} = L$$

ЗАДАЧА 20. («Росатом», 2013, 11) (Л. Эйлер, статья «Об ударе пули при стрельбе по доске», 1771 г.) В центр квадратной свободно висящей доски попадает пуля. Пуля пробивает доску насквозь, если её скорость до удара больше v_0 . С какой скоростью будет двигаться доска, если скорость пули до удара $2v_0$? Масса пули m , масса доски M , силу сопротивления считать не зависящей от скорости.

$$\left(\varepsilon^\lambda - \tau \right) \frac{u + M}{\tau \alpha u} = n$$

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 2000, финал, 10) Длинный товарный поезд трогается с места. Вагоны соединены друг с другом с помощью абсолютно неупругих сцепок. Первоначально зазор в каждой сцепке равен L (рис.). Масса локомотива равна m , его порядковый номер — первый. Все вагоны загружены, и масса каждого из них тоже равна m .



- 1) Считая силу тяги локомотива постоянной и равной F , найдите время, за которое в движение будет вовлечено N вагонов.
- 2) Полагая, что состав очень длинный ($N \rightarrow \infty$) определите предельную скорость v_∞ локомотива.

$$\frac{u}{T \lambda} \lambda = \infty \left(\tau : \frac{d}{T u} (N - \tau N) \right) \lambda = N \tau (1$$