

Неравномерное движение

ЗАДАЧА 1. Первую половину пути тело прошло со скоростью v_1 , а вторую — со скоростью v_2 . Найти среднюю скорость тела на всём пути.

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = v_{\text{ср}}$$

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2014, ШЭ, 8–9) Средняя скорость тела за 20 секунд движения составила 4 м/с. Средняя скорость этого же тела за последние 4 секунды движения составила 10 м/с. Определите среднюю скорость тела за первые 16 секунд движения.

$$v_{\text{ср}} = 4 \text{ м/с}$$

ЗАДАЧА 3. («Росатом», 2011, 8–9) Первую четверть пути по прямой жук прополз со скоростью v , оставшуюся часть пути — со скоростью $2v$. Найти среднюю скорость жука на всём пути и отдельно на первой половине пути.

$$\frac{v}{2} \text{ и } \frac{v}{3}$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2019, ШЭ, 9) Автомобиль на пути из Москвы до Ярославля двигался с переменной скоростью: сначала половину от всего времени движения его скорость составляла 100 км/ч, потом на половине оставшегося пути — 75 км/ч, а на остатке пути — 50 км/ч.

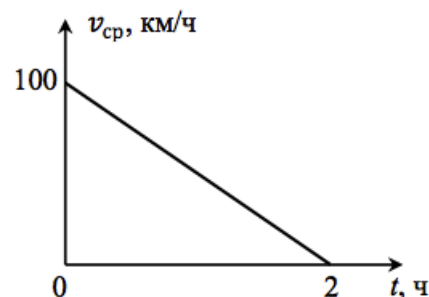
1) Найдите модуль средней скорости автомобиля на всём пути.

2) Согласно данным GPS-навигатора, координаты Москвы — $55^\circ 45' 07''$ с. ш. и $37^\circ 36' 59''$ в. д., а Ярославля — $57^\circ 37' 47''$ с. ш. и $39^\circ 52.42' 00''$ в. д. Используя эти сведения, определите приблизительно, куда направлен вектор средней скорости автомобиля на всём пути.

$$80 \text{ км/ч; } 2 \text{ на северо-восток}$$

ЗАДАЧА 5. (МОШ, 2018, 9) На графике приведена зависимость средней скорости $v_{\text{ср}}$ автомобиля за всё время движения от времени t . Найдите, в какой момент времени значение скорости по модулю было минимально. Какой путь проехал автомобиль? Движение автомобиля прямолинейное.

$$100 \text{ км}$$



ЗАДАЧА 6. («Росатом», 2017, 9–10) Между городами A и B есть три деревни P , Q и R , причём для расстояний между населёнными пунктами справедливы такие соотношения:

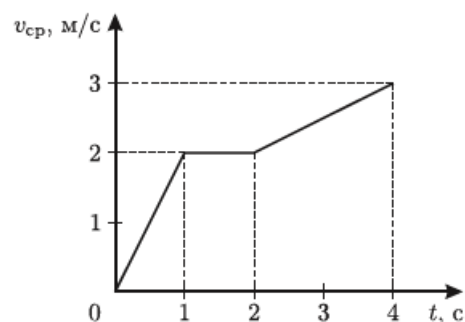
$$AP : PQ : QR : RB = 1 : 2 : 3 : 4.$$



Автомобиль проехал между городами A и B так, что его скорость между каждыми ближайшими населёнными пунктами была постоянной, а времена прохождения отрезков AP , PQ , QR и RB относятся друг к другу как $4 : 3 : 2 : 1$. Найти среднюю скорость автомобиля на первой половине пути, если его скорость на отрезке RB равнялась v .

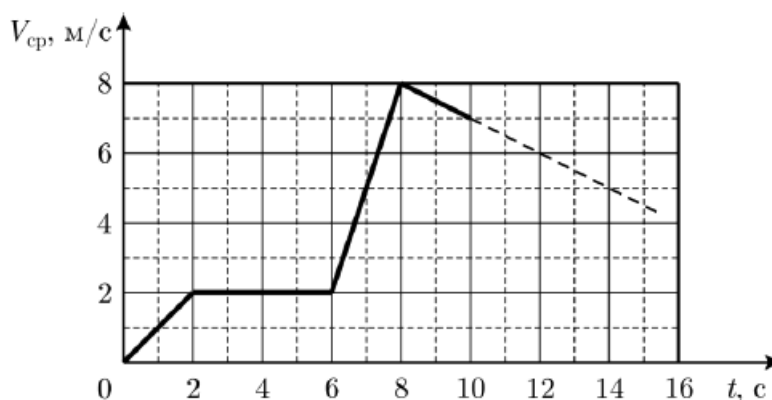
$$\frac{a \frac{0\%}{\varepsilon}}{n} = n$$

ЗАДАЧА 7. (МОШ, 2009, 9) Тело движется по прямой в одном направлении. В каждый момент времени вычисляется средняя скорость движения тела за время от начального до текущего момента. На рисунке приведен график зависимости вычисленной таким образом средней скорости тела $v_{\text{ср}}$ от времени t . Постройте график зависимости мгновенной скорости тела от времени.



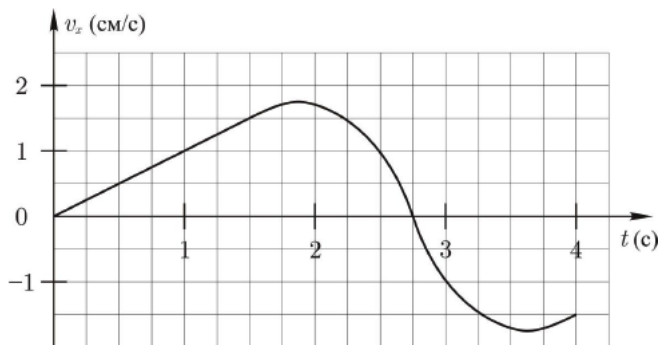
См. конец листка

ЗАДАЧА 8. (МОШ, 2018, 9) Материальная точка начинает двигаться прямолинейно вдоль оси Ox . Автоматизированная экспериментальная установка очень точно измеряет координату точки через каждую миллисекунду и передаёт эти данные компьютеру для обработки. Компьютер каждую миллисекунду рассчитывает среднюю путевую скорость $V_{\text{ср}}$ точки за всё время, прошедшее от начала движения до текущего момента, и строит график зависимости $V_{\text{ср}}$ от времени t (см. рис.). Однако в момент времени $t_0 = 10$ с экспериментальная установка сломалась и перестала передавать компьютеру данные, а материальная точка продолжала двигаться. Определите максимально возможное значение времени t , до которого убывающий участок графика после 8 с (пунктирная линия на рисунке) мог быть прямолинейным.



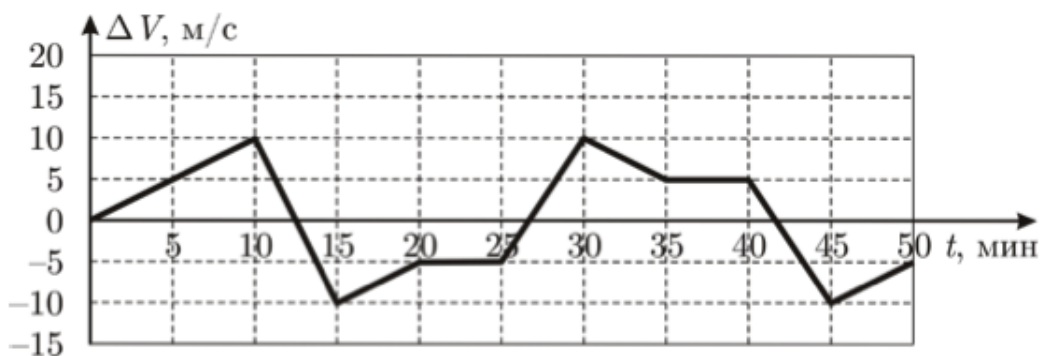
12 с

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2016, ШЭ, 10–11) Частица движется вдоль оси Ox . На рисунке приведён график зависимости $v_x(t)$ — проекции скорости частицы на ось Ox от времени. Найдите модуль перемещения частицы от начала движения ($t = 0$ с) до момента времени $t = 4$ с.



1,125 см

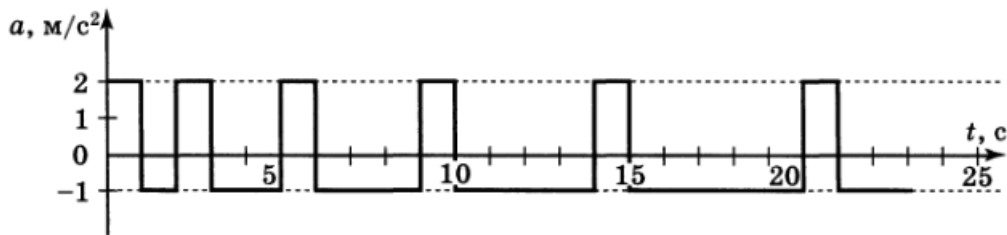
ЗАДАЧА 10. (МОШ, 2018, 9) Тачки Молния Маккуин и Чико в очередной раз соревнуются на дистанции, стартовав одновременно с одной линии. В итоге, после напряжённой борьбы, Молния Маккуин оказался на финише через 50 минут после старта, опередив Чико. На рисунке представлен график зависимости разности скоростей ΔV тачек от времени t .



- 1) Сколько раз за гоночный заезд Чико обгонял своего соперника? В какие моменты это происходило?
- 2) На сколько различаются средние скорости движения тачек за 50 мин?
- 3) Какой путь проехал Молния Маккуин за первые 10 минут гонки, если Чико всё это время ехал со скоростью 160 км/ч?

1) Один раз, через 22,5 мин; 2) на 15 м/мин; 3) 29,7 км

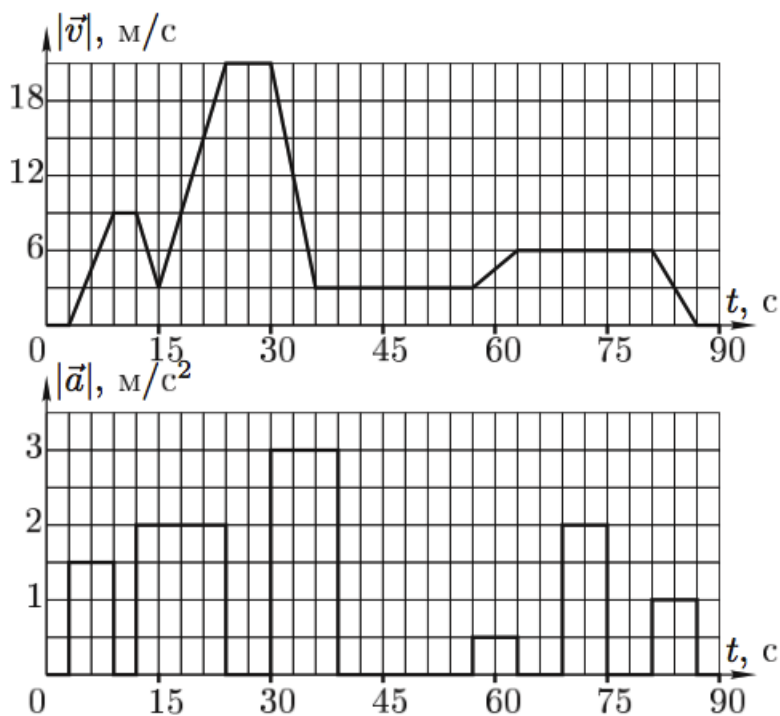
ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 1992, ОЭ, 9) Космический корабль начинает двигаться прямолинейно с ускорением, изменяющимся во времени так, как показано на графике (рис.). Через какое время корабль удалится от исходной точки в положительном направлении на максимальное расстояние? Начальная скорость корабля равна нулю.



Через 12 с

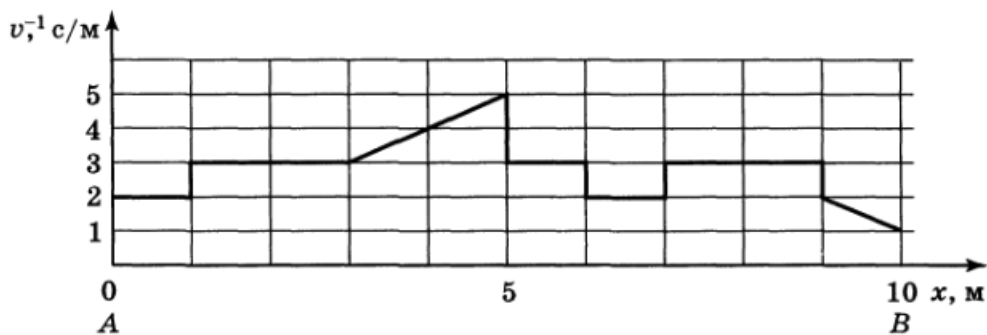
ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2008, ОЭ, 9) Неопытный водитель тренируется водить учебный автомобиль на большой ровной горизонтальной площадке. Для анализа ошибок вождения на учебном автомобиле установлено устройство, регистрирующее модуль скорости и модуль ускорения центра масс автомобиля в каждый момент времени. По окончании движения оно выдаёт результат в виде двух графиков: $|\vec{v}(t)|$ и $|\vec{a}(t)|$. Результат одного из таких измерений представлен на рисунке. Вертикальные участки на графике ускорения соответствуют переключениям режима работы мотора или тормозов, которые происходят столь быстро, что не могут быть отображены в выбранном масштабе.

- 1) Найдите путь S , пройденный автомобилем за всё время движения.
- 2) Определите характер движения автомобиля на каждом участке пути и изобразите качественно траекторию автомобиля (вид сверху).



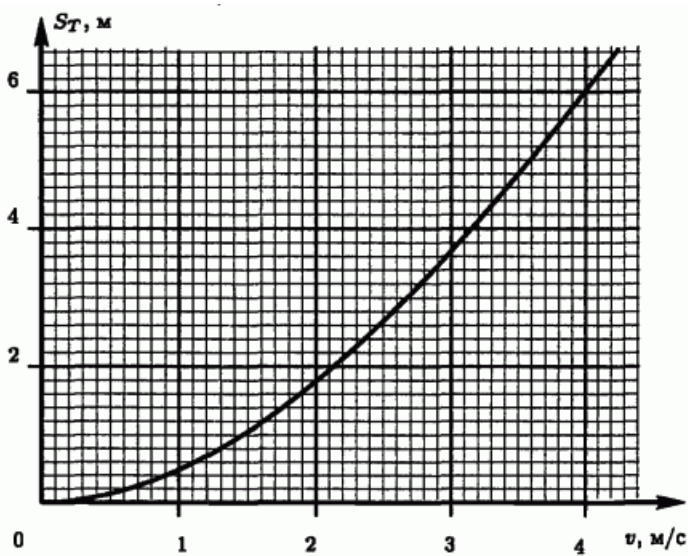
$S = 549$ м

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 1994, ОЭ, 9) Космонавт перемещается вдоль прямой из точки A в точку B . График его движения изображён на рисунке (v — скорость космонавта, x — его координата). Найдите время движения космонавта из точки A в точку B .



28,5 с

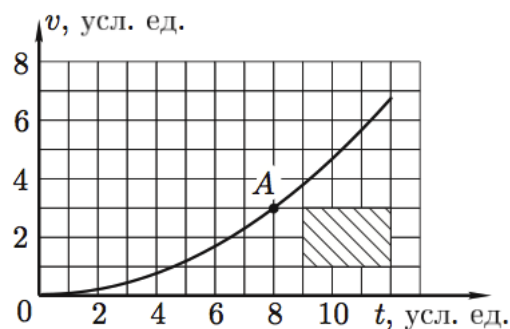
ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2003, ОЭ, 9) Исследуется зависимость тормозного пути S_T , который проходит материальная точка при прямолинейном движении в однородной среде с неизвестными свойствами, от начальной скорости материальной точки v . График этой зависимости имеет вид, показанный на рисунке.



Какой путь проходит материальная точка за время торможения от скорости $v_1 = 4$ м/с до $v_2 = 3,99$ м/с? За какое время она проходит этот путь? Чему равно ускорение материальной точки при скорости $v_1 = 4$ м/с? Действие всех сил на материальную точку, кроме силы сопротивления среды, скомпенсировано.

2,5 см; 6,25 мс; 1,6 м/с²

ЗАДАЧА 15. (Всеросс., 2008, финал, 9) На рисунке изображена зависимость скорости v частицы от времени t . Масштабы по осям заданы в условных единицах. Известно, что площадь заштрихованного на рисунке прямоугольника равна 12 м, а ускорение частицы в точке A равно $a_A = 1,5 \text{ м/с}^2$.



Определите из этих данных:

- 1) Масштабы по осям.
- 2) Скорость частицы v_A в точке A .
- 3) Путь, пройденный частицей от начала движения до достижения скорости v_A .

$$v_A = [v]_A \approx 3,5 \text{ усл. ед.} \quad (t_A = [t]_A \approx 8,5 \text{ усл. ед.})$$

ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2008, финал, 9) Автомобиль стартует с ускорением a_0 . Из-за сопротивления воздуха ускорение падает по мере увеличения скорости v по закону $a \sim (v_0 + v)^{-1}$, где v_0 — известный коэффициент.

- 1) Постройте график, изображающий связь между a и v , выбрав координаты так, чтобы он являлся отрезком прямой линии.
- 2) Через какое время t_0 после начала движения автомобиль достигает скорости v_0 ?
- 3) Определите зависимость скорости v от времени t и построьте (качественно) график $v(t)$.

$$\left(\frac{1}{v} - \frac{a_0}{v_0^2} + 1 \right) a = a_0 \quad \left(\frac{dv}{dt} = a \right) \quad \left(\frac{dv}{v} + \frac{a_0}{v_0^2} dv = \frac{a_0}{v_0 + v} dv \right) \quad \left(\frac{dv}{v} + \frac{a_0}{v_0^2} dv = \frac{a_0}{v_0 + v} dv \right)$$

ЗАДАЧА 17. («Росатом», 2018, 9, 11) Тело начинает движение из состояния покоя с ускорением a_0 и далее движется прямолинейно. Из-за действия силы сопротивления воздуха ускорение тела падает с увеличением его скорости v по закону

$$a = \frac{a_0 v_0}{v + v_0},$$

где v_0 — известная постоянная. Через какое время скорость тела достигнет значения $2v_0$?

$$\frac{dv}{v + v_0} = \frac{a_0 v_0}{v + v_0} dt$$

ЗАДАЧА 18. (МОШ, 2014, 9) Считается, что минимальное безопасное расстояние между автомобилями (минимальная дистанция) может быть рассчитана по формуле «половина скорости в метрах». Например, при движении со скоростью 60 км/ч минимальная безопасная дистанция будет равна 30 м, а при движении со скоростью 90 км/ч она составит 45 м.

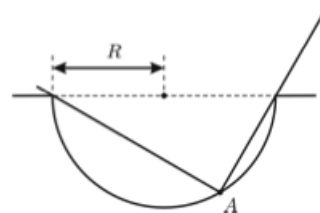
Два одинаковых автомобиля движутся по прямой дороге один за другим с одинаковыми скоростями, причем дистанция между ними в точности минимальная безопасная. Допустим, что первый из автомобилей начал сбрасывать скорость и через некоторое время остановился. Водитель второго автомобиля среагировал на это спустя некоторое время t и точно так же начал сбрасывать скорость до полной остановки. Но если бы второй водитель не среагировал достаточно быстро, то автомобили столкнулись бы. Найдите максимальное время реакции водителя t , при котором формула «половина скорости в метрах» гарантирует, что автомобили не столкнутся.

$$v_0 t = \frac{v_0^2}{2a_0}$$

Задача 19. (МОШ, 2016, 9) Группа из трёх туристов должна перебраться из пункта A в пункт B по дороге длиной $S = 45$ км. Стартуют все туристы одновременно. На всю группу туристов есть только два велосипеда, причем если на велосипеде едут двое, то их скорость равна $3V$, а если на велосипеде едет один человек, то его скорость равна $4V$. Если же турист идет пешком, то его скорость движения равна $V = 5$ км/ч. За какое минимальное время все туристы могут оказаться в пункте назначения? Временем посадки туристов на велосипед, а также временами разгона и торможения можно пренебречь.

$$t \approx 2,925 \frac{S}{V} = 2,925 \frac{45}{5} = 26,325 \text{ ч}$$

Задача 20. (МОШ, 2010, 10) В горизонтальной крышке стола пропилена полуцилиндрическая канавка радиусом $R = 20$ см. Ось канавки совпадает с верхней плоскостью крышки стола. На краю канавки сидит муравей, который хочет перебраться через неё. Школьник решил помочь муравью, сделав мостик из прямых отрезков проволоки. Но все куски проволоки, которые были в распоряжении школьника, имели длину $L = 38$ см. Тогда школьник сделал мостик из двух проволок, расположив их так, как показано на рисунке, причем точку A , в которой концы проволок воткнуты в дно канавки, он выбрал случайным образом. Муравей может ползти вверх по проволоке с постоянной скоростью $V = 0,5$ см/с, а вниз — с постоянной скоростью $2V = 1$ см/с. Найдите максимальное время и минимальное время, за которое муравей сможет перебраться через канавку по такому мостику.



$$t_{\min} \approx \left(\frac{L}{2V} + \frac{L}{2V} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{4V^2}}} = \frac{L}{V} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}}} = \frac{L}{V} \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,894 \frac{L}{V}$$

Задача 21. (МОШ, 2010, 11) Кирпич с размерами $a \times a \times a\sqrt{11}$ поставили на квадратную грань так, что его длинные рёбра оказались вертикальными. На одном из верхних углов кирпича находится Муравьишка, который может ползать по вертикальным граням кирпича со скоростью v , а по горизонтальной грани — с некоторой другой постоянной скоростью. Вдоль рёбер кирпича он ползать не умеет, но может их пересекать. Муравьишка переполз на максимально удалённый от него угол кирпича. При этом он пересекал одно из рёбер кирпича только один раз и строго посередине, а время, которое он затратил на путешествие, оказалось минимально возможным. Чему равно время t его путешествия? С какой скоростью u Муравьишка может ползать по горизонтальной грани кирпича?

$$t = n \cdot \frac{a\sqrt{11}}{v} = 1,1 \frac{a\sqrt{11}}{v}$$

Задача 22. У обочины прямолинейного шоссе стоит столб, а на столбе сидит муха. По шоссе движется велосипедист со скоростью u , приближаясь к столбу. В тот момент, когда расстояние между велосипедистом и столбом равно L , муха вылетает навстречу велосипедисту со скоростью v_1 . Встретив велосипедиста, муха мгновенно разворачивается и летит назад со скоростью $v_2 > u$. Поравнявшись со столбом, муха опять разворачивается и летит навстречу велосипедисту со скоростью v_1 , потом — опять назад со скоростью v_2 , и так далее.

- 1) Какое расстояние пролетела муха к тому моменту, когда велосипедист доехал до столба?
- 2) Сколько времени муха провела на пути в одну сторону, и сколько — в другую?

$$\frac{n}{T} \frac{L}{v_1} = t \quad ; \quad \frac{n}{T} \frac{L}{v_2} = t \quad ; \quad \left(\frac{n}{T} \frac{L}{v_1} + \frac{n}{T} \frac{L}{v_2} \right) = t \quad ; \quad \left(\frac{n}{T} \frac{L}{v_1} + \frac{n}{T} \frac{L}{v_2} \right) = t$$

Задача 23. (Всеросс., 2006, финал, 9) По реке, скорость течения которой u , навстречу друг другу плывут два однотипных теплохода. В некоторый момент времени, когда один из теплоходов проплывал мимо пункта A , а другой — мимо пункта B , из A в B отплыл быстроходный катер, который стал курсировать между теплоходами вплоть до их встречи. Какой путь L_x относительно берега реки проплыл катер? Расстояние от A до B вдоль фарватера реки равно L . В стоячей воде скорость теплоходов равна v , а катера — V . Пункт A находится выше пункта B по течению реки. Как изменится ответ, если катер стартует из пункта B ?

$$\boxed{T \frac{L^2 v}{v^2 - u^2} = \tau T \frac{L^2 v}{v^2 + u^2} = x T}$$

Ответ к задаче 7

