

Неравенства

ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 2016, ШЭ, 7) В мешке лежат несколько шаров разных масс. Масса самого лёгкого шара 123 г, а самого тяжёлого — 145 г. Общая масса всех шаров равна 1015 г. Сколько шаров в мешке?

8

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2015, МЭ, 7–8) Школьница Алиса проводит опыты с подвешенной к потолку пружинной, кубиком, большим числом одинаковых шариков и гирями. Алиса обнаружила, что подвешенный к пружине кубик растягивает её сильнее, чем шарик и гиря массой 300 г, но слабее, чем шарик и гиря массой 500 г. Также Алиса обнаружила, что подвешенный к пружине кубик растягивает пружину сильнее, чем три шарика, но слабее, чем четыре шарика. Какой может быть масса шарика? А масса кубика? Известно, что величина растяжения пружины прямо пропорциональна массе подвешенного к ней груза.

Масса шарика — от 100 г до 250 г; масса кубика — от 400 г до 750 г

ЗАДАЧА 3. (МОШ, 2015, 7) У школьницы Ирины имеются весы, коробка с одинаковыми кубиками и коробка с одинаковыми шариками. На левой чаше весов — гиря неизвестной массы. В первом опыте Ирина стала класть на правую чашу весов кубики (по одному); она увидела, что масса трёх кубиков ещё меньше массы гири, а масса четырёх кубиков уже больше массы гири. Во втором опыте Ирина убрала кубики и стала класть на правую чашу весов шарики; она заметила, что масса пяти шариков меньше массы гири, а масса шести шариков — уже больше. Чему может быть равно отношение массы шарика к массе кубика? Отношение в ответе записывайте в виде обыкновенной дроби.

$\frac{1}{2} \leq \frac{m_{ш}}{m_{к}} \leq \frac{4}{5}$

ЗАДАЧА 4. (МОШ, 2014, 7–8) Школьница Алиса проводит опыты по измерению масс кубика и шарика при помощи равноплечих рычажных весов и гири. Алиса обнаружила, что кубик вместе с гирей «100 г» весят больше шарика, шарик и кубик вместе весят больше гири «500 г», а гири «500 г» весит больше гири «100 г» вместе с кубиком. В каких пределах может быть заключена масса кубика, с которым работает Алиса? А масса шарика?

$200 \text{ г} \leq m_{к} \leq 400 \text{ г}, 100 \text{ г} \leq m_{ш} \leq 500 \text{ г}$

ЗАДАЧА 5. (МОШ, 2015, 7) Школьник Николай проводит опыт по наполнению сосуда водой. Когда Николай открыл кран с горячей водой, электронные часы показывали 07:03. Когда сосуд наполнился на четверть (часы показывали 07:10), Николай дополнительно открыл кран с холодной водой. Когда сосуд наполнился до половины (на часах было 07:13), Николай закрыл кран с горячей водой. Каким может быть показание часов, когда сосуд заполнится полностью? При решении учитывайте, что часы показывают, например, время 07:03 в моменты времени от 7 ч 03 мин 00 с до 7 ч 03 мин 59,9999... с, а затем показание часов скачком изменяется на 07:04. Открывание и закрывание кранов производится очень быстро.

07:18 до 07:38

Задача 6. (МОШ, 2015, 7–8) Школьница Ирина исследует кубики с длиной ребра 1 см. При взвешивании серебряного кубика почему-то оказалось, что его масса меньше, чем масса железного кубика. Ирина предположила, что внутри серебряного кубика имеется кусок алюминия неизвестного объёма. Каким может быть объём алюминия, находящегося внутри серебряного кубика? Какой может быть масса серебра? А масса алюминия? Плотность серебра $10,3 \text{ г/см}^3$, алюминия — $2,7 \text{ г/см}^3$, железа — $7,8 \text{ г/см}^3$.

A) 2,7; B) 0,88; C) 0,9; D) 1,2; E) 2,7

Задача 7. (МОШ, 2014, 7–8) Школьница Алиса измеряет объёмы воды, помещающиеся в заполненный до краёв кувшин и в заполненную до краёв банку. Алиса обнаружила, что двух кувшинов с избытком хватает, чтобы заполнить банку, банки — чтобы наполнить кувшин и кружку объёмом 600 мл, а банки и кувшина не хватает для наполнения девяти кружек объёмом 600 мл каждая.

- A) Каким может быть минимальный объём кувшина при данных условиях?
- B) Каким может быть максимальный объём кувшина при данных условиях?
- C) Каким может быть минимальный объём банки при данных условиях?
- D) Каким может быть максимальный объём банки при данных условиях?

Ответы представьте в литрах и округлите до десятых.

A) 0,6; B) 2,4; C) 1,2; D) 3,6

Задача 8. (МОШ, 2014, 7–8) Школьницы Ирина, Карина и Марина измеряют, за какие промежутки времени совершают колебания маятники различных моделей. Пока маятник Ирины совершает одно колебание, маятник Карины успевает совершить два колебания, но не успевает совершить три колебания, а маятник Марины успевает совершить четыре колебания, но не успевает совершить пять колебаний. Неожиданно Марина вспомнила, что её маятник совершает одно колебание за время 6 с.

- A) За какое минимальное время при данных условиях может совершать одно колебание маятник Ирины?
- B) За какое максимальное время при данных условиях может совершать одно колебание маятник Ирины?
- C) За какое минимальное время при данных условиях может совершать одно колебание маятник Карины?
- D) За какое максимальное время при данных условиях может совершать одно колебание маятник Карины?

Ответы представьте в секундах и округлите до десятых.

A) 24; B) 30; C) 8; D) 15

Задача 9. (МОШ, 2014, 7–8) Школьница Арина исследует свойства пружины при подвешивании к ней различных грузов. У Арины в запасе много одинаковых гирь, а также сосуд, в который можно наливать воду. Арина обнаружила, что сосуд с 2 л воды растягивает пружину сильнее, чем 8 гирь, но слабее, чем 9 гирь. Сосуд же с 6 л воды растягивает пружину сильнее, чем 19 гирь, но слабее, чем 20 гирь. Плотность воды составляет 1 г/см^3 .

- А) Какой может быть минимальная масса гири при данных условиях?
- В) Какой может быть максимальная масса гири при данных условиях?
- С) Какой может быть минимальная масса пустого сосуда при данных условиях?
- Д) Какой может быть максимальная масса пустого сосуда при данных условиях?

Ответ представьте в граммах и округлите до целых.

(A) 333; (B) 400; (C) 667; (D) 1001

Задача 10. (МОШ, 2014, 7–11) Школьницы Алиса и Василиса участвуют в соревнованиях по бегу.

В первом состязании Алиса и Василиса стартовали одновременно в одном направлении. Василиса отстала от Алисы сразу после старта. Пробегаая 3-й круг, Василиса заметила, что Алиса впервые после старта обогнала её.

Во втором состязании Алиса и Василиса бежали эстафету: 2 круга бежала Алиса и 2 круга — Василиса. Девочки очень обрадовались, что обогнали своего одноклассника Петра, бежавшего всю дистанцию эстафеты без напарника с постоянной скоростью 12 км/ч : во время финиша Василисы Пётр всё ещё бежал последний круг.

При решении задачи скорость каждой из школьниц можно считать постоянной.

- А) Найдите минимально возможную скорость Алисы при данных условиях.
- В) Найдите максимально возможную скорость Алисы при данных условиях.
- С) Найдите минимально возможную скорость Василисы при данных условиях.
- Д) Найдите максимально возможную скорость Василисы при данных условиях.

Ответ представьте в км/ч и округлите до второй значащей цифры.

(A) 14; (B) 20; (C) 10; (D) 14

Задача 11. (МОШ, 2015, 7–9) Велосипедист Владислав и пешеход Ярослав участвуют в гонках, начав движение одновременно в одном направлении с отметки «Старт». Часы Владислава показывали:

- в момент старта — 11:15;
- в момент, когда Владислав проехал один круг и вновь оказался на отметке «Старт», — 11:23;
- в момент, когда Владислав обогнал Ярослава, проехав ровно на один круг больше, — 11:26.

Каким может быть отношение скорости Владислава к скорости Ярослава? Скорости движения как велосипедиста, так и пешехода считайте постоянными. При решении задачи учитывайте, что часы Владислава показывают только часы и минуты (секунды не показывают). В частности, в моменты времени от 11 ч 15 мин до 11 ч 16 мин часы показывают 11:15.

$2,75 \leq \frac{v_a}{v_b} \leq 5,5$

ЗАДАЧА 12. («Росатом», 2013, 7–8) Имеются рычажные весы с чашами различной массы, набор одинаковых кубиков и набор одинаковых шариков. Весы находятся в равновесии, если положить: на левую чашу 2 кубика, а на правую 3 шарика; или на левую чашу 1 шарик, а на правую 1 кубик. Какая чаша весов перевесит, если положить на левую чашу 1 кубик, а на правую 1 шарик? Ответ обоснуйте.

Левая перевесит

ЗАДАЧА 13. («Курчатов», 2016, 8) Поезд прошёл прямой участок железной дороги от полустанка «582 км» до полустанка «603 км» с постоянной скоростью, без остановок. Пассажир, находящийся на полустанке «582 км», отметил, что поезд прошёл его полустанок в 15:32, а пассажир, находящийся на полустанке «603 км», отметил, что его полустанок поезд прошёл в 15:48. С какой скоростью мог двигаться поезд, если известно, что часы пассажиров установлены неточно, но погрешность каждого из приборов не превышает 1 минуты?

5/11 км от 5/11 км 02 до

ЗАДАЧА 14. (МОШ, 2015, 8) У школьницы Карины имеются весы, коробка с одинаковыми кубиками и коробка с одинаковыми шариками. На правой чаше весов — гири неизвестной массы. В первом опыте Карина стала класть на левую чашу весов кубики (по одному); она увидела, что масса трёх кубиков ещё меньше массы гири, а масса четырёх кубиков уже больше массы гири. Во втором опыте Карина оставила на левой чаше весов один кубик, убрала остальные кубики и стала класть на левую чашу весов шарики; она заметила, что масса кубика и одного шарика меньше массы гири, а масса кубика и двух шариков — уже больше. Чему может быть равно отношение массы шарика к массе кубика? Отношение в ответе записывайте в виде обыкновенной дроби.

$\frac{3}{8} > \frac{m_{ш}}{m_{ку}} > 1$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2015, 8) Автомобилист торопится на встречу с мотоциклистом. Они заранее договорились, что встретятся ровно в полдень в определённом месте между 60-м и 80-ми километрами автодороги, в начале (на нулевом километре) которой находится автомобилист. Известно, что железнодорожные пути на 70-м километре дороги можно пересекать только с 11:50 до 12:05, а в остальное время переезд закрыт. Автомобилист утверждает, что, начав движение в 11:00, он двигался по дороге с постоянной скоростью, был в назначенном месте встречи вовремя, но, не застав там мотоциклиста, не останавливаясь, продолжил движение с той же скоростью и доехал до своего дома, который находится на 100-м километре дороги. По словам автомобилиста, на железнодорожном переезде он тоже не останавливался. С какой скоростью мог двигаться автомобилист?

$\frac{110}{100} \frac{5}{4} > a > \frac{110}{100} \frac{5}{4}$

ЗАДАЧА 16. («Покори Воробьевы горы!», 2014, 7–9) Вору и мошеннику Наземникусу удалось пробраться в сейф, полный золотых слитков и слитков из неизвестного сплава одинакового размера. С помощью волшебного заклинания Наземникус может незаметно выбраться из сейфа, прихватив с собой золота не больше своей массы. Если Наземникус попытается унести чуть больше, его немедленно схватят тролли, охраняющие сейф. Наземникус прихватил с собой тонкий прочный стержень длиной 1 метр и массой 0,3 кг с отверстием, находящемся на расстоянии 25 см от левого конца стержня и гирию массой 1 кг. Закрепив стержень через имеющееся отверстие, Наземникус соорудил импровизированные весы и узнал, что:

- золотой слиток, подвешенный в левому концу стержня перевешивает слиток из неизвестного сплава, подвешенный к правому концу;
- слиток из неизвестного сплава вместе с гирей, подвешенные к правому концу, перевешивают золотой слиток, подвешенный к левому концу;
- гирия, подвешенная к правому концу стержня, перевешивает слиток из неизвестного сплава, подвешенный к левому концу;
- слиток из неизвестного сплава, подвешенный к правому концу, перевешивает гирию, подвешенную к левому концу.

Больше измерений Наземникусу провести не удалось. Определите, какое максимальное количество золотых слитков может взять с собой Наземникус, чтобы наверняка не быть пойманным, если его масса 70 кг (он использует только на данные произведенных взвешиваний!).

□