

Неоднородная среда

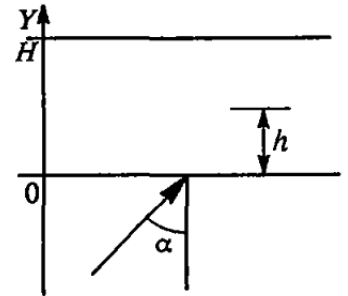
Данный листок посвящён прохождению света через среду, показатель преломления которой меняется в зависимости от некоторой координаты.

ЗАДАЧА 1. (МФТИ, 1997) Показатель преломления некоторой плоской среды имеет зависимость от координаты y :

$$n(y) = \begin{cases} n_0, & \text{если } y < 0; \\ n_0 - ky, & \text{если } 0 < y < H; \\ 1, & \text{если } y > H \end{cases}$$

($n_0 = 1,4$, $k = 0,2 \text{ м}^{-1}$, $H = 2 \text{ м}$). На плоскость $y = 0$ падает узкий пучок света под углом падения $\alpha = 60^\circ$ (см. рисунок). На какую максимальную глубину h сможет проникнуть световой луч?

$$h \approx 0,94 \text{ м} \approx (1 - \sin \alpha) \frac{y}{k}$$

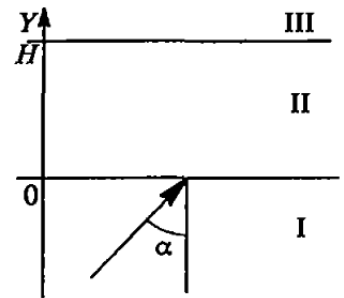


ЗАДАЧА 2. (МФТИ, 1997) Показатель преломления некоторой плоской среды имеет зависимость от координаты y :

$$n(y) = \begin{cases} n_0, & \text{если } y < 0 \text{ (область I);} \\ n_0 - ky, & \text{если } 0 < y < H \text{ (область II);} \\ n(H) = \text{const}, & \text{если } y > H \text{ (область III)} \end{cases}$$

($n_0 = 1,4$, $k = 0,07 \text{ м}^{-1}$, $H = 2 \text{ м}$; см. рисунок). При каких углах падения узкого светового пучка на границу областей I и II ($y = 0$) он сможет проникнуть в область III?

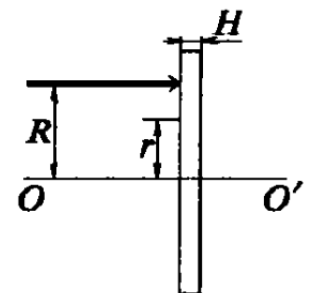
$$\alpha > \arcsin \frac{0,07 H}{n_0}$$



ЗАДАЧА 3. (МФТИ, 1993) На стеклянную плоскопараллельную пластинку толщиной $H = 3 \text{ мм}$ падает узкий пучок монохроматического света. Пучок параллелен оптической оси OO' которая перпендикулярна пластине и проходит через её центр (см. рисунок). Расстояние между пучком и осью OO' равно $R = 3 \text{ см}$. Показатель преломления стекла для падающего на пластинку света имеет радиальную зависимость

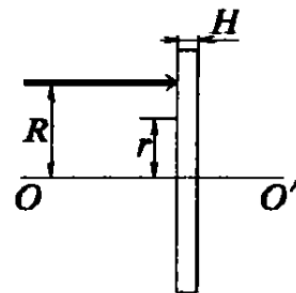
$$n(r) = n_0 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right],$$

где n_0 и r_0 — константы ($n_0 = 1,5$, $r_0 = 9 \text{ см}$). Определить угол между выходящим пучком и осью OO' .



$$\alpha \approx \arcsin \frac{2r_0^2}{H^2 n_0}$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 1993) На стеклянную плоскопараллельную пластинку толщиной $H = 4$ мм падает узкий пучок монохроматического света. Пучок параллелен оптической оси OO' которая перпендикулярна пластине и проходит через её центр (см. рисунок). Расстояние между пучком и осью OO' равно $R = 5$ см. Показатель преломления стекла для падающего на пластинку света имеет радиальную зависимость

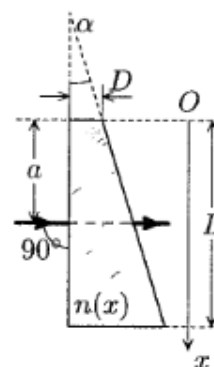


$$n(r) = n_0 \left[1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right],$$

где n_0 и r_0 — константы ($n_0 = 1,4$, $r_0 = 10$ см). Определить угол между выходящим пучком и осью OO' .

$$\text{ответ } \approx \frac{0,4}{HH^2 0 u \zeta} \text{ ппсрре} = \nu$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 2003) На прозрачную усечённую призму, ширина верхнего основания которой $D = 0,4$ см, падает узкий пучок монохроматического света параллельно плоскости основания (см. рисунок). Угол при вершине призмы $\alpha = 0,2$ рад. Высота призмы $L = 10$ см. Показатель преломления материала призмы в направлении оси x от верхнего основания имеет вид



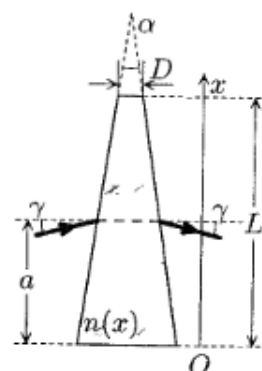
$$n(x) = 1,4 \left(1 - \frac{x}{7L} \right).$$

На каком расстоянии a от верхнего основания надо пустить узкий пучок света, чтобы, пройдя сквозь неё, он не изменил своего направления?

Указание. Для малых углов α считать, что $\sin \alpha \approx \alpha \approx \text{tg } \alpha$.

$$\text{ответ } 6 = \frac{\nu \zeta}{d} - \tau = \nu$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 2003) Под каким углом γ к плоскости основания необходимо пустить узкий пучок монохроматического света через усечённую равнобедренную призму из прозрачного материала, чтобы, пройдя сквозь неё, он вышел под тем же углом к плоскости основания на расстоянии $a = 5$ см от него (см. рисунок)? Высота призмы $L = 10$ см. Угол при вершине призмы $\alpha = 0,1$ рад. Показатель преломления в направлении оси x имеет вид



$$n(x) = 1,4 \left(1 + \frac{x}{6L} \right).$$

Ширина верхнего основания $D = 0,4$ см.

Указание. Для малых углов α считать, что $\sin \alpha \approx \alpha \approx \text{tg } \alpha$.

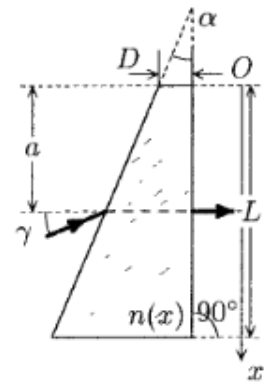
$$\text{ответ } \varepsilon - 01 \cdot 9 = \frac{701}{d - \nu \zeta} = \nu$$

Задача 7. (МФТИ, 2003) На прозрачную усечённую призму с углом при вершине $\alpha = 0,2$ рад под углом $\gamma = 0,06$ рад к плоскости основания призмы падает узкий пучок монохроматического света и выходит из призмы параллельно плоскости основания на расстоянии $a = 1$ см от верхней границы призмы (см. рисунок). Зависимость показателя преломления вдоль оси x имеет вид

$$n(x) = 1,4 \left(1 - \frac{x}{7L} \right).$$

Определить высоту призмы L . Ширина верхнего основания $D = 0,1$ см.

Указание. Для малых углов α считать, что $\sin \alpha \approx \alpha \approx \text{tg } \alpha$.



$$L = \frac{D + 2a\alpha}{5\alpha - 5\gamma} = 7 \text{ см}$$