

## Неоднородная среда

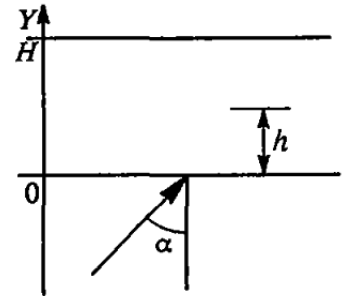
Данный листок посвящён прохождению света через среду, показатель преломления которой меняется в зависимости от некоторой координаты.

ЗАДАЧА 1. (МФТИ, 1997) Показатель преломления некоторой плоской среды имеет зависимость от координаты  $y$ :

$$n(y) = \begin{cases} n_0, & \text{если } y < 0; \\ n_0 - ky, & \text{если } 0 < y < H; \\ 1, & \text{если } y > H \end{cases}$$

( $n_0 = 1,4$ ,  $k = 0,2 \text{ м}^{-1}$ ,  $H = 2 \text{ м}$ ). На плоскость  $y = 0$  падает узкий пучок света под углом падения  $\alpha = 60^\circ$  (см. рисунок). На какую максимальную глубину  $h$  сможет проникнуть световой луч?

$$h \approx 0,4 \text{ м} \approx \frac{1}{2} H \sin^2 \alpha$$

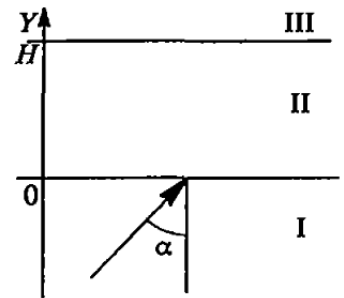


ЗАДАЧА 2. (МФТИ, 1997) Показатель преломления некоторой плоской среды имеет зависимость от координаты  $y$ :

$$n(y) = \begin{cases} n_0, & \text{если } y < 0 \text{ (область I);} \\ n_0 - ky, & \text{если } 0 < y < H \text{ (область II);} \\ n(H) = \text{const}, & \text{если } y > H \text{ (область III)} \end{cases}$$

( $n_0 = 1,4$ ,  $k = 0,07 \text{ м}^{-1}$ ,  $H = 2 \text{ м}$ ; см. рисунок). При каких углах падения узкого светового пучка на границу областей I и II ( $y = 0$ ) он сможет проникнуть в область III?

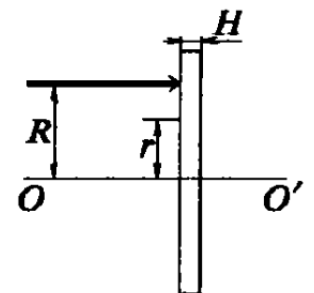
$$\alpha > \arcsin \frac{Hn}{n_0} \approx 79^\circ$$



ЗАДАЧА 3. (МФТИ, 1993) На стеклянную плоскопараллельную пластинку толщиной  $H = 3 \text{ мм}$  падает узкий пучок монохроматического света. Пучок параллелен оптической оси  $OO'$  которая перпендикулярна пластине и проходит через её центр (см. рисунок). Расстояние между пучком и осью  $OO'$  равно  $R = 3 \text{ см}$ . Показатель преломления стекла для падающего на пластинку света имеет радиальную зависимость

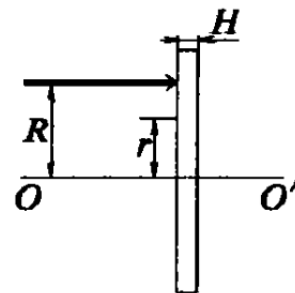
$$n(r) = n_0 \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right],$$

где  $n_0$  и  $r_0$  — константы ( $n_0 = 1,5$ ,  $r_0 = 9 \text{ см}$ ). Определить угол между выходящим пучком и осью  $OO'$ .



$$\alpha \approx \arcsin \frac{2r_0^2}{HH_0} \approx 2^\circ$$

Задача 4. (МФТИ, 1993) На стеклянную плоскопараллельную пластинку толщиной  $H = 4$  мм падает узкий пучок монохроматического света. Пучок параллелен оптической оси  $OO'$  которая перпендикулярна пластине и проходит через её центр (см. рисунок). Расстояние между пучком и осью  $OO'$  равно  $R = 5$  см. Показатель преломления стекла для падающего на пластинку света имеет радиальную зависимость

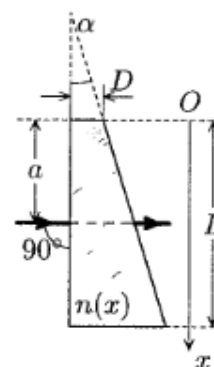


$$n(r) = n_0 \left[ 1 + \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right],$$

где  $n_0$  и  $r_0$  — константы ( $n_0 = 1,4$ ,  $r_0 = 10$  см). Определить угол между выходящим пучком и осью  $OO'$ .

$$\text{ответ } \approx \frac{0,4}{5 \cdot 10^{-2}} \text{ рад} = 8$$

Задача 5. (МФТИ, 2003) На прозрачную усечённую призму, ширина верхнего основания которой  $D = 0,4$  см, падает узкий пучок монохроматического света параллельно плоскости основания (см. рисунок). Угол при вершине призмы  $\alpha = 0,2$  рад. Высота призмы  $L = 10$  см. Показатель преломления материала призмы в направлении оси  $x$  от верхнего основания имеет вид



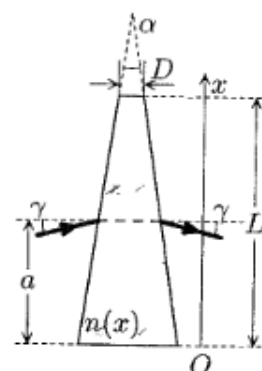
$$n(x) = 1,4 \left( 1 - \frac{x}{7L} \right).$$

На каком расстоянии  $a$  от верхнего основания надо пустить узкий пучок света, чтобы, пройдя сквозь неё, он не изменил своего направления?

Указание. Для малых углов  $\alpha$  считать, что  $\sin \alpha \approx \alpha \approx \text{tg } \alpha$ .

$$\text{ответ } a = \frac{0,4}{0,2} - 7 = 9$$

Задача 6. (МФТИ, 2003) Под каким углом  $\gamma$  к плоскости основания необходимо пустить узкий пучок монохроматического света через усечённую равнобедренную призму из прозрачного материала, чтобы, пройдя сквозь неё, он вышел под тем же углом к плоскости основания на расстоянии  $a = 5$  см от него (см. рисунок)? Высота призмы  $L = 10$  см. Угол при вершине призмы  $\alpha = 0,1$  рад. Показатель преломления в направлении оси  $x$  имеет вид



$$n(x) = 1,4 \left( 1 + \frac{x}{6L} \right).$$

Ширина верхнего основания  $D = 0,4$  см.

Указание. Для малых углов  $\alpha$  считать, что  $\sin \alpha \approx \alpha \approx \text{tg } \alpha$ .

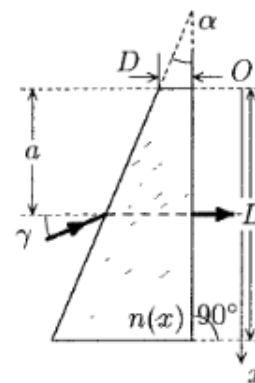
$$\text{ответ } \approx 0,1 \cdot 9 = \frac{0,9}{1 - 0,01} = 9$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 2003) На прозрачную усечённую призму с углом при вершине  $\alpha = 0,2$  рад под углом  $\gamma = 0,06$  рад к плоскости основания призмы падает узкий пучок монохроматического света и выходит из призмы параллельно плоскости основания на расстоянии  $a = 1$  см от верхней границы призмы (см. рисунок). Зависимость показателя преломления вдоль оси  $x$  имеет вид

$$n(x) = 1,4 \left( 1 - \frac{x}{7L} \right).$$

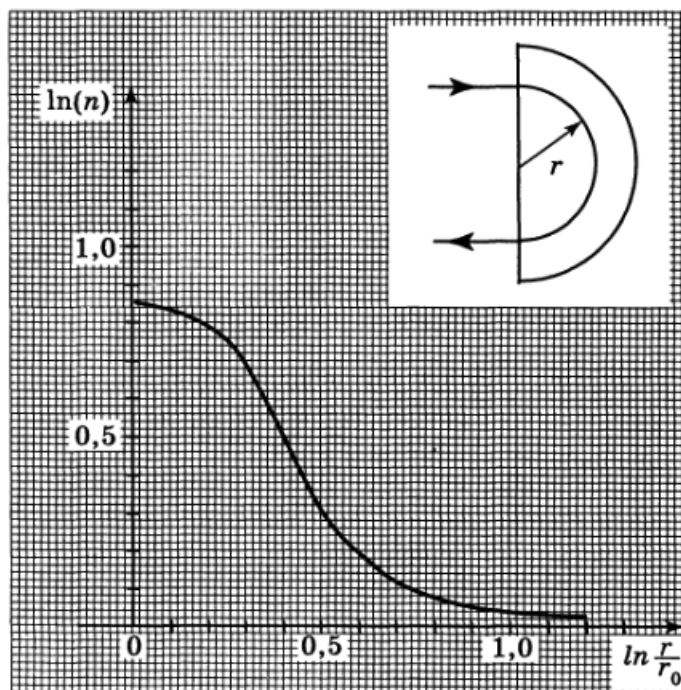
Определить высоту призмы  $L$ . Ширина верхнего основания  $D = 0,1$  см.

Указание. Для малых углов  $\alpha$  считать, что  $\sin \alpha \approx \alpha \approx \text{tg } \alpha$ .



$$L = \frac{D + 2a \tan \alpha}{2 \alpha} = 5 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 8. (Межреспубл., 1992, финал, 11) Полуцилиндр изготовлен из оптически прозрачного материала с изменяющимся по радиусу показателем преломления  $n$ . Зависимость  $n$  от радиуса  $r$  изображена на графике в координатах  $\ln n$  и  $\ln \frac{r}{r_0}$ , где  $r_0 = 1$  см. (рис.). Используя данную зависимость, найдите радиусы полуокружностей, по которым сможет распространяться тонкий пучок света при нормальном его падении на плоскую поверхность полуцилиндра.



$$r_1 = 1,31 \pm 0,03 \text{ см}, r_2 = 1,70 \pm 0,02 \text{ см}$$