

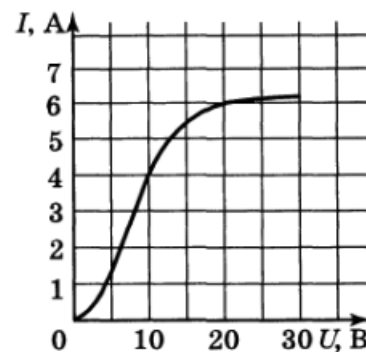
Нелинейные элементы

Вольт-амперная характеристика *нелинейного элемента* электрической цепи является нелинейной функцией.

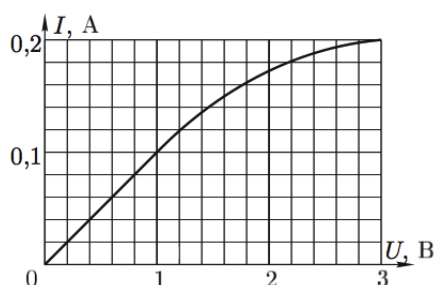
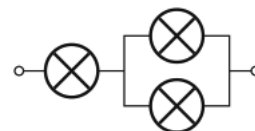
ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 1993, финал, 9) Лампа, соединённая последовательно с резистором, сопротивление которого $R = 10$ Ом, подключена к сети. Зависимость силы тока от напряжения на лампе представлена на рисунке. При каком напряжении сети КПД схемы $\eta = 25\%$?

КПД схемы равен отношению мощности, потребляемой лампой, к мощности, потребляемой от сети.

20 В или 80 В



ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2008, ОЭ, 9) Экспериментатор Глюк собрал электрическую цепь из одинаковых нелинейных элементов (правый рисунок), вольт-амперная характеристика каждого из которых (зависимость силы тока через элемент от напряжения на нём) представлена на графике (нижний рисунок).



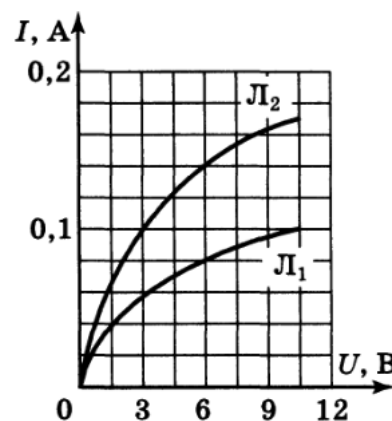
Определите, какой будет сила тока в цепи, если приложенное к ней напряжение U_0 равно:
а) 0,15 В; б) 3 В.

0,15 В (а) и 3 В (б)

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 1998, финал, 9) Лампочки L_1 и L_2 , имеющие вольт-амперные характеристики, показанные на рисунке, соединили последовательно и подключили к источнику с напряжением $U = 12$ В.

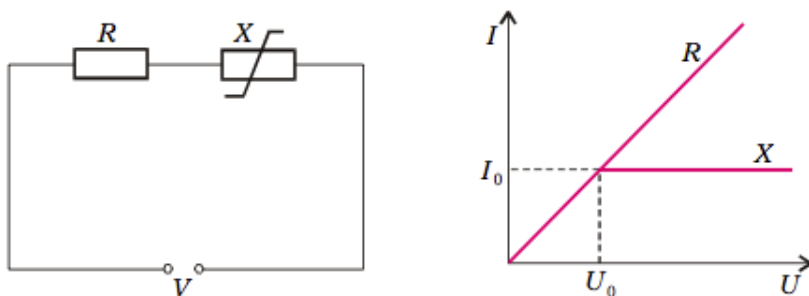
1) Найдите силу тока, текущего при этом через лампочку L_1 .

2) Чему равна сила тока, протекающая через лампочку L_1 , если лампочки L_1 и L_2 последовательно соединить с L_3 , имеющей такую же вольт-амперную характеристику, как и L_2 , и подключить эту «гирлянду» к источнику с напряжением $U = 12$ В?



(1) 0,094 A; (2) 0,084 A

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2002, финал, 9) Электрическая цепь (рис. слева) состоит из резистора R и нелинейного элемента X , включённых последовательно. Вольт-амперные характеристики (ВАХ) элементов R и X известны (рис. справа). На участке $0 \leq U \leq U_0$ ВАХ обоих элементов совпадают. На вход цепи подается некоторое напряжение V .



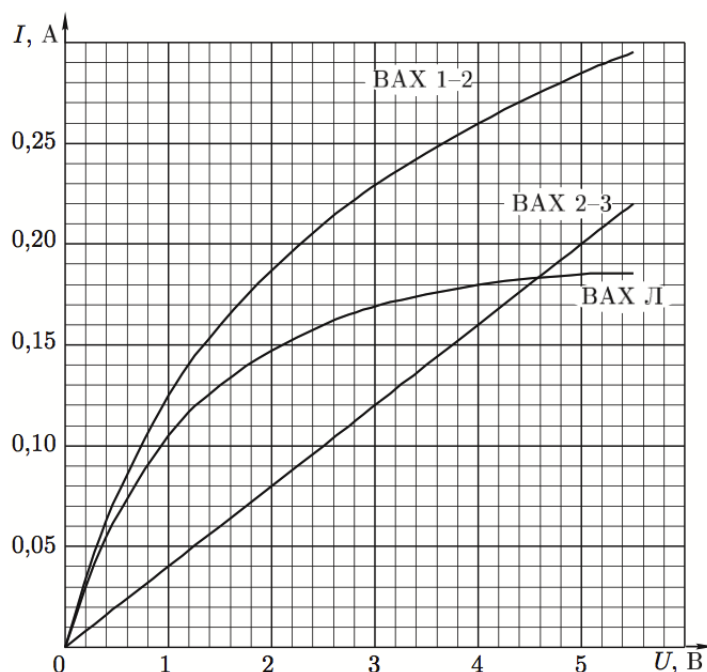
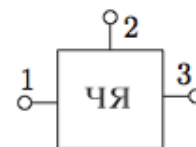
1) Определите, какая доля η_1 теплоты, выделяющейся в цепи, приходится на нелинейный элемент в случаях $V \leq 2U_0$ и $V = 4U_0$.

2) Включим последовательно в цепь ещё один элемент X . Изобразите ВАХ двух последовательно включённых нелинейных элементов. Определите, какая доля η_2 теплоты, выделяющейся в цепи, приходится на оба нелинейных элемента в случае $V = 4U_0$.

3) А теперь подключим второй элемент X параллельно первому. Изобразите ВАХ двух параллельно включённых нелинейных элементов. Определите, какая доля η_3 теплоты, выделяющейся в цепи, приходится на оба нелинейных элемента в случае $V = 4U_0$.

$$\frac{\eta}{I} \left(\varepsilon : \frac{V}{\varepsilon} \quad (\eta : \frac{V}{\varepsilon} \text{ и } \frac{\eta}{I} (I) \right)$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2007, финал, 9) В «чёрном ящике» с тремя выводами (рис. справа) находятся два резистора и нелинейный элемент (лампочка от карманного фонарика), вольт-амперная характеристика которого изображена на рисунке ниже (график ВАХ Л). На том же рисунке изображены вольт-амперные характеристики «чёрного ящика», снятые между выводами 2–3 и 1–2.

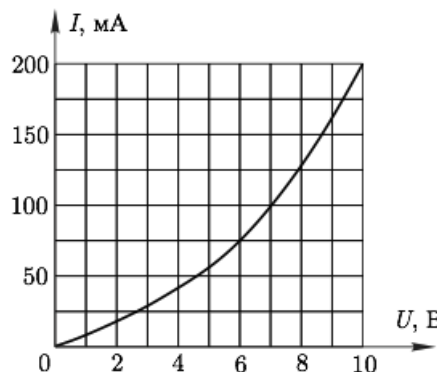
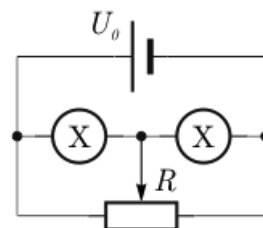


- 1) Определите сопротивления обоих резисторов.
- 2) Нарисуйте схему соединения элементов «чёрного ящика» и укажите на ней значения сопротивлений резисторов.
- 3) Графически постройте вольт-амперную характеристику «чёрного ящика» между выводами 1–3.
- 4) Предполагая, что лампочка рассчитана на напряжение $U_0 = 4,5$ В, определите, какое напряжение нужно создать между выводами 1 и 3, чтобы она горела полным накалом.

Примечание. Необходимые построения следует производить непосредственно на приведённом рисунке.

1) 25 Ом и 50 Ом ; 4) $\approx 11,3 \text{ В}$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2017, финал, 9) Электрическая цепь состоит из двух одинаковых нелинейных элементов X , потенциометра, сопротивление между неподвижными контактами которого $R = 100$ Ом, и идеальной батарейки с напряжением $U_0 = 10$ В (верхний рисунок). Вольт-амперная характеристика элемента X приведена на нижнем рисунке.



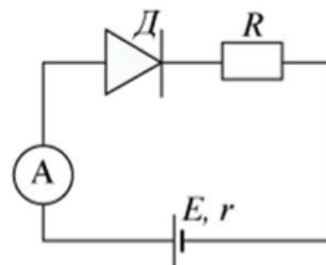
Определите:

- 1) Суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах, при крайних положениях движка потенциометра.
- 2) Суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах, при положении движка потенциометра в центре.
- 3) Минимальную суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах. При каких положениях движка потенциометра эта мощность достигается? Ответ обоснуйте.

4) Суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах, при положении движка потенциометра, в котором сопротивление его левого плеча равно 25 Ом.

1) $P_1 = 2,00 \pm 0,02 \text{ Вт}$; 2) $P_2 = 0,60 \pm 0,03 \text{ Вт}$; 3) $P_{\text{min}} = P_2$; 4) $P = 0,7 \pm 0,1 \text{ Вт}$

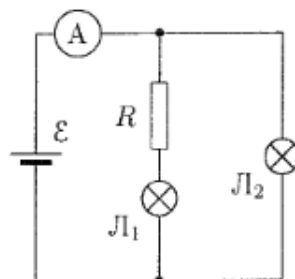
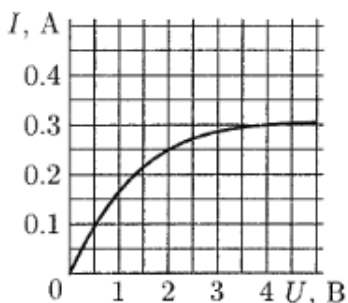
ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2017, ШЭ, 11) Определите показание идеального амперметра в цепи, схема которой приведена на рисунке. Зависимость силы тока I , протекающего через диод D , от напряжения U на нём описывается выражением $I = \alpha U^2$, где $\alpha = 0,02 \text{ А/В}^2$. ЭДС источника $E = 50$ В. Внутреннее сопротивление источника напряжения и резистора равны $r = 1$ Ом и $R = 19$ Ом соответственно.



2 А

ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 2003) Вольт-амперная характеристика лампочки накаливания приведена на рисунке слева. Две такие лампочки L_1 и L_2 включены в схему, изображённую на правом рисунке. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 4$ В, сопротивление резистора $R = 8$ Ом.

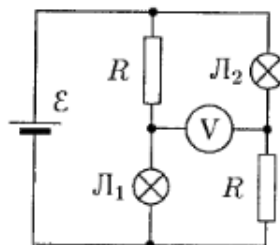
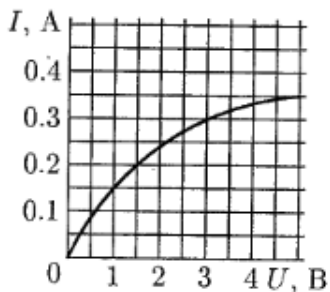
- 1) Чему равно напряжение на лампочке L_1 ?
 - 2) Что покажет амперметр А?
- Внутренним сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.



$$(1) U_1 = 2 \text{ В}; (2) I = 0,55 \text{ А}$$

ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 2003) Вольт-амперная характеристика лампочки накаливания приведена на рисунке слева. Две такие лампочки L_1 и L_2 включены в схему, изображённую на правом рисунке. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 4,5$ В, сопротивление резисторов $R = 15$ Ом.

- 1) Чему равен ток через каждую лампочку?
 - 2) Что покажет идеальный вольтметр V?
- Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

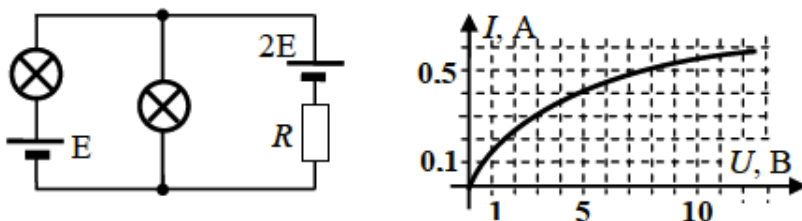


$$(1) I_1 = I_2 = 0,2 \text{ А}; (2) V = 1,5 \text{ В}$$

ЗАДАЧА 10. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) При измерении сопротивления вольфрамовой нити лампочки в «холодном» режиме (при температуре около 0°C) оно оказалось равным $R_0 = 34$ Ом. В «рабочем» режиме лампочку подключают к аккумулятору с ЭДС $\mathcal{E} = 100$ В и внутренним сопротивлением $r = 19$ Ом, и при этом она потребляет мощность $N = 25$ Вт. Найти температуру нити лампочки в «рабочем» режиме. Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha \approx 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, изменением отношения длины нити к площади её сечения вследствие теплового расширения вольфрама можно пренебречь.

$$t = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R}{R_0} - 1 \right) \approx 2400^\circ\text{C}, \text{ где } R = r + \sqrt{\frac{N}{\mathcal{E}^2} \left(\mathcal{E}^2 - r^2 \right)}$$

ЗАДАЧА 11. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) В схеме, показанной на рисунке слева, одинаковые лампы являются нелинейными элементами — их вольтамперная характеристика показана на рисунке справа.



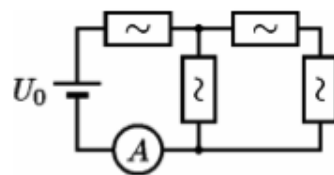
Сопротивление резистора $R = 28 \text{ Ом}$, а $E = 6 \text{ В}$. Найти суммарную мощность, потребляемую обеими лампами.

$$P \approx 2,14 \text{ Вт}$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2012, РЭ, 10) Связь между напряжением U на лампе накаливания и силой тока, текущего через неё, даётся формулой $I \sim U^{3/5}$. Две лампы с номинальными напряжениями 220 В и номинальными мощностями $P_1 = 40 \text{ Вт}$ и $P_2 = 100 \text{ Вт}$ включили последовательно в сеть 220 В . Какое напряжение падает на лампе меньшей номинальной мощности?

$$U \approx 181 \text{ В} \approx \frac{220 \cdot (220/P_2)^{5/3}}{220 + (220/P_2)^{5/3}}$$

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2007, 10) Электрическая цепь (см. рисунок) состоит из идеальной батарейки с ЭДС U_0 , идеального амперметра и четырёх одинаковых нелинейных элементов, для каждого из которых, в отличие от закона Ома, связь силы тока I и напряжения U имеет вид $I = \alpha U^2$. Какой ток I_0 показывает амперметр?



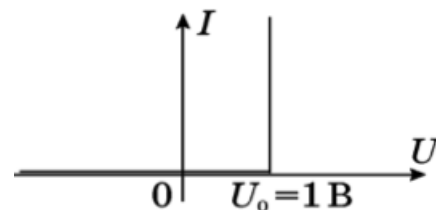
$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{6}}$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2018, РЭ, 10) Электрическая цепь (верхний рисунок) состоит из двух одинаковых диодов (D_1 и D_2), трёх одинаковых нелинейных элементов (H_1 , H_2 и H_3) и батарейки, поддерживающей постоянное напряжение $U_{AB} = 5,0 \text{ В}$. Идеализированная вольт-амперная характеристика диода приведена на нижнем рисунке. Сила тока, протекающего через нелинейный элемент, может быть определена по формуле

$$I = kU^2,$$

где U — напряжение на элементе, $k = 0,1 \text{ А/В}^2$ — постоянный коэффициент. Определите:

- 1) напряжения U_H на нелинейных элементах;
- 2) силы токов, протекающих через диоды.



$$1) U_1 = U_3 = 4 \text{ В}, U_2 = 3 \text{ В}; 2) I_1 = I_2 = 2,5 \text{ А}$$

ЗАДАЧА 15. («Курчатов», 2014, 11) Газоразрядная лампа, вольт-амперная характеристика которой (зависимость тока, текущего через лампу, от напряжения на ней) задана уравнением $I = kU^2$, подключена последовательно с резистором сопротивлением R к источнику постоянного напряжения U . Если подключить идеальный вольтметр к лампе, то он покажет напряжение V_1 , а если к резистору — V_2 . Найдите коэффициент k .

$$\frac{(U - V_1) + V_1}{U} = \eta$$

ЗАДАЧА 16. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Лампы накаливания обычно являются *нелинейными* элементами электрических цепей — ток в них не пропорционален напряжению. Допустим, у нас есть набор ламп, для которых связь тока и напряжения дается формулой

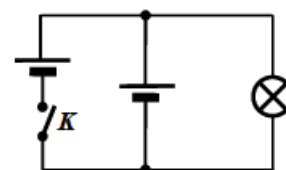
$$I(U) = I_0 \sqrt{\frac{U}{U_0}},$$

где значения I_0 и U_0 соответствуют номинальному режиму. Кроме того, мы можем использовать набор одинаковых батарей с ЭДС $\mathcal{E} = U_0$. Если подключить одну лампу к одной батарее, то на лампе будет выделяться мощность $P = \frac{27}{64}P_0$ (P_0 — номинальная мощность). Из какого *минимального* количества последовательно соединённых ламп надо составить гирлянду, чтобы при подключении её к некоторому количеству последовательно соединённых батарей все лампы гирлянды работали в точности в номинальном режиме? Сколько батарей нужно будет для этого использовать?

5 ламп; 12 батарей

ЗАДАЧА 17. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) В схеме, показанной на рисунке, оба источника одинаковы. Лампа является нелинейным элементом: её вольт-амперная характеристика (связь протекающего тока с напряжением) описывается выражением

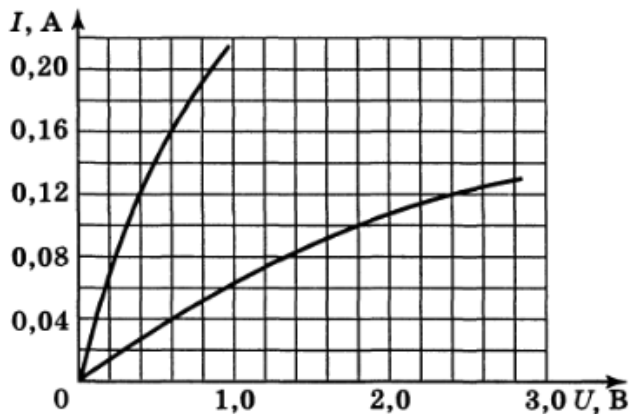
$$I(U) = \frac{2}{r} \sqrt{\frac{\mathcal{E}U}{3}},$$



где r — внутреннее сопротивление, а \mathcal{E} — величина ЭДС каждого источника. Пока ключ K разомкнут, лампа потребляет мощность $P_1 = 6$ Вт. Какой станет потребляемая лампой мощность после замыкания ключа?

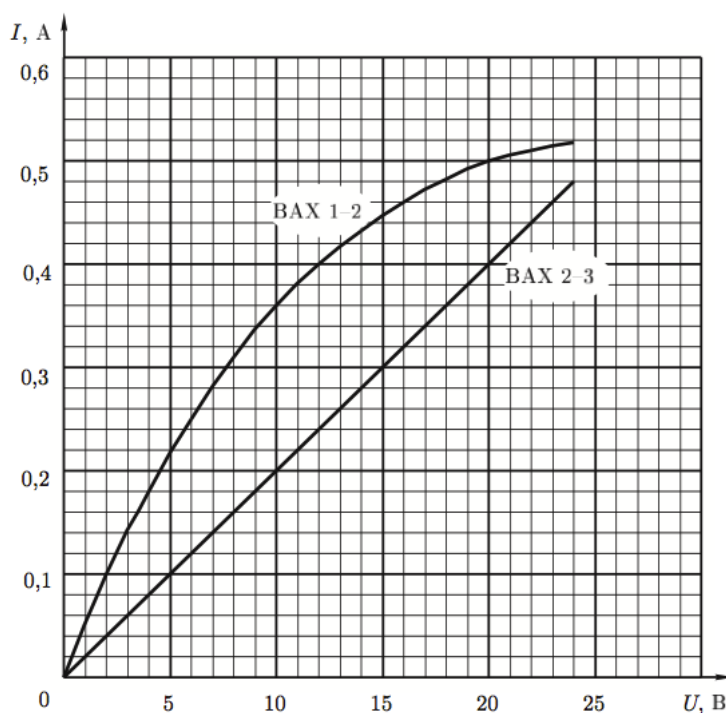
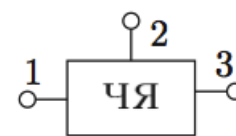
$$P_2 = P_1 \left(2\sqrt{13} - 5 \right) \approx 13,3 \text{ Вт}$$

ЗАДАЧА 18. (Межреспубл., 1992, финал, 10) В «чёрном ящике» находятся резистор, имеющий постоянное сопротивление, и нелинейный элемент, которые могут быть включены как последовательно, так и параллельно. Найдите сопротивление резистора. Какой нелинейный элемент может находиться внутри «чёрного ящика»? Вольт-амперные характеристики для последовательного и параллельного включений элементов представлены на рисунке.



ИЗМЕНЯЕТСЯ НАПРЯЖЕНИЕ ЛАМПОЧКИ: $U = 11 \text{ Ом} \cdot I$

ЗАДАЧА 19. (Всеросс., 2007, финал, 10) Школьнику Васе Незнайкину на олимпиаде по физике предложили разгадать схему «чёрного ящика» с тремя выводами (рис.), в котором по условию задачи находились два резистора и нелинейный элемент (автомобильная лампочка, рассчитанная на номинальное напряжение $U_N = 12 \text{ В}$ и мощность $P_N = 6 \text{ Вт}$). Были приведены две вольт-амперные характеристики (рис. ниже), снятые между выводами 1–2 (ВАХ 1–2) и выводами 2 и 3 (ВАХ 2–3).



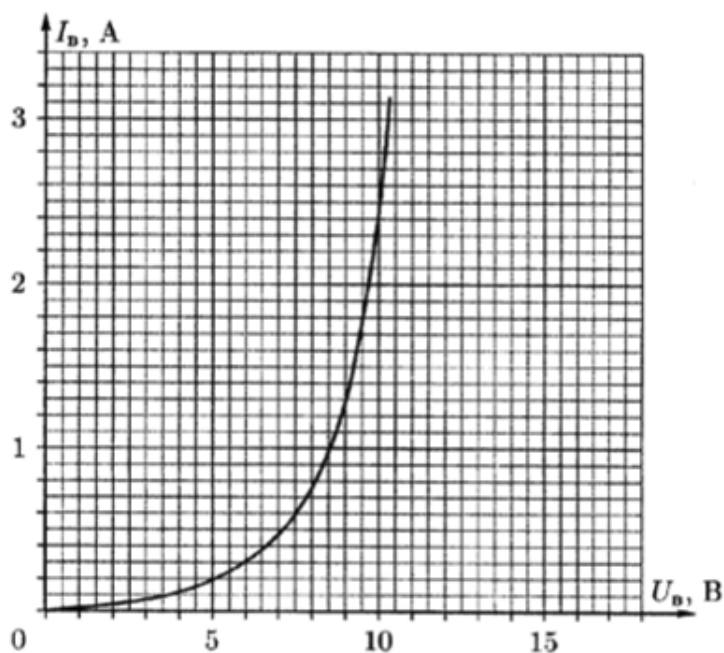
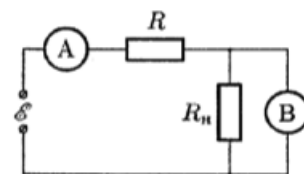
Нужно было:

- 1) Проанализировать возможные схемы включения элементов «чёрного ящика», совместимые с условием задачи.
 - 2) Выбрать одну из возможных схем и определить для этой схемы сопротивления резисторов.
 - 3) Построить вольт-амперную характеристику нелинейного элемента.
 - 4) Построить вольт-амперную характеристику, снятую между выводами 1 и 3 (ВАХ 1–3).
- Помогите Васе!

Примечание. Необходимые построения следует выполнять непосредственно на рисунке.

Возможны две эквивалентных схемы, одна из которых — звезда с резисторами 16 Ом и 34 Ом

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2010, финал, 10) В некоторых случаях для предохранения электроприборов от больших изменений входного напряжения применяются нелинейные полупроводниковые элементы — варисторы, включаемые параллельно прибору, роль которого на правом рисунке играет нагрузочное сопротивление R_n . Здесь $R_n = 10$ Ом, $R = 10$ Ом — балластное сопротивление, V — варистор, вольт-амперная характеристика которого изображена на нижнем рисунке, I — показания амперметра A , \mathcal{E} — входное напряжение. В номинальном режиме амперметр показывает силу тока $I = I_0 = 1,0$ А.



- 1) Определите входное напряжение \mathcal{E}_1 в номинальном режиме, а также напряжение U_{v1} на варисторе и силу тока I_{v1} , текущего через него.
- 2) Пусть входное напряжение возросло в два раза и стало равным $\mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}_1$. Определите, на сколько увеличилось напряжение на нагрузке и на сколько изменилась сила тока, протекающего через варистор.

1) $\mathcal{E}_1 = 16,4$ В, $U_{v1} = 6,4$ В, $I_{v1} = 0,36$ А; 2) $U_{v2} = 9,2$ В, $I_{v2} = 1,42$ А

Задача 21. (Всеросс., 2015, финал, 10) Некоторые элементы электрических цепей являются нелинейными, то есть сила тока, протекающего через них, не пропорциональна приложенному напряжению. Допустим, что у нас есть лампа накаливания, для которой сила тока $I_{\text{л}}$ пропорциональна $\sqrt{U_{\text{л}}}$, диод, у которого $I_{\text{д}}$ пропорциональна $U_{\text{д}}^2$, и источник постоянного напряжения. При этом и лампа, и диод обладают одинаковым свойством: если подключить любой из этих элементов к источнику в качестве нагрузки, то мощность тепловых потерь на нагрузке будет максимально возможной для данного источника. Если подключить к источнику лампу и диод, соединив их последовательно, то мощность потерь на такой нагрузке будет равна $P_1 = 7,2$ Вт. Какой будет мощность, если в качестве нагрузки к источнику присоединить лампу и диод, соединенные параллельно?

$$P_2 = P_1 = 7,2 \text{ Вт}$$