

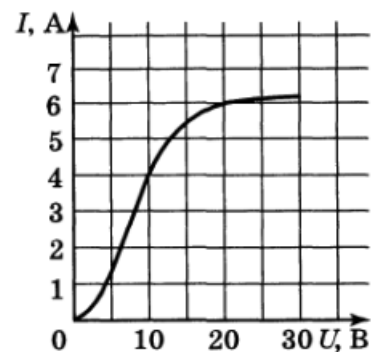
## Нелинейные элементы

Вольт-амперная характеристика *нелинейного элемента* электрической цепи является нелинейной функцией.

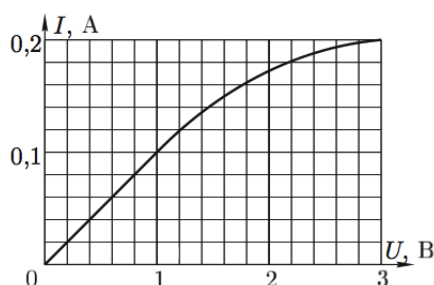
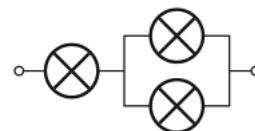
ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 1993, финал, 9) Лампа, соединённая последовательно с резистором, сопротивление которого  $R = 10$  Ом, подключена к сети. Зависимость силы тока от напряжения на лампе представлена на рисунке. При каком напряжении сети КПД схемы  $\eta = 25\%$ ?

КПД схемы равен отношению мощности, потребляемой лампой, к мощности, потребляемой от сети.

20 В или 80 В



ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2008, ОЭ, 9) Экспериментатор Глюк собрал электрическую цепь из одинаковых нелинейных элементов (правый рисунок), вольт-амперная характеристика каждого из которых (зависимость силы тока через элемент от напряжения на нём) представлена на графике (нижний рисунок).



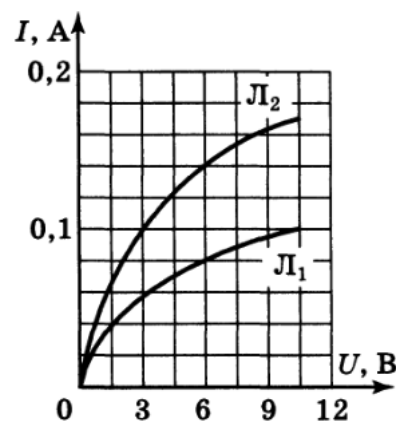
Определите, какой будет сила тока в цепи, если приложенное к ней напряжение  $U_0$  равно:  
а) 0,15 В; б) 3 В.

0,15 В (а) ; 10,0 В (б)

ЗАДАЧА 3. (Всеросс., 1998, финал, 9) Лампочки  $L_1$  и  $L_2$ , имеющие вольт-амперные характеристики, показанные на рисунке, соединили последовательно и подключили к источнику с напряжением  $U = 12$  В.

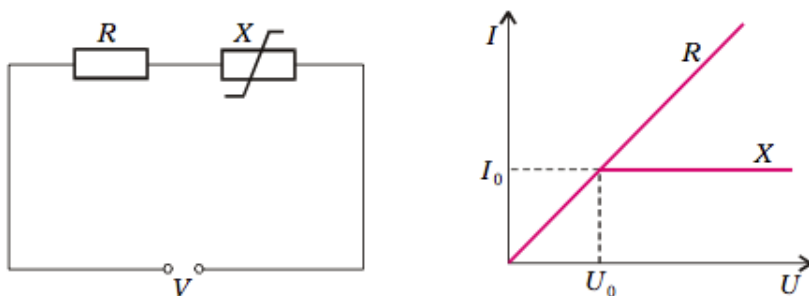
1) Найдите силу тока, текущего при этом через лампочку  $L_1$ .

2) Чему равна сила тока, протекающая через лампочку  $L_1$ , если лампочки  $L_1$  и  $L_2$  последовательно соединить с  $L_3$ , имеющей такую же вольт-амперную характеристику, как и  $L_2$ , и подключить эту «гирлянду» к источнику с напряжением  $U = 12$  В?



1) 0,094 A ; 2) 0,084 A

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2002, финал, 9) Электрическая цепь (рис. слева) состоит из резистора  $R$  и нелинейного элемента  $X$ , включённых последовательно. Вольт-амперные характеристики (ВАХ) элементов  $R$  и  $X$  известны (рис. справа). На участке  $0 \leq U \leq U_0$  ВАХ обоих элементов совпадают. На вход цепи подается некоторое напряжение  $V$ .



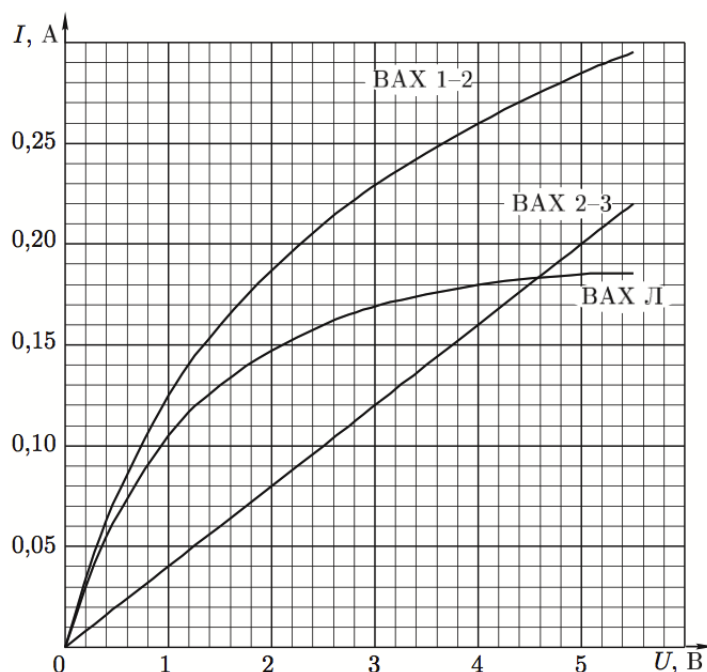
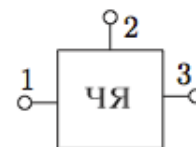
1) Определите, какая доля  $\eta_1$  теплоты, выделяющейся в цепи, приходится на нелинейный элемент в случаях  $V \leq 2U_0$  и  $V = 4U_0$ .

2) Включим последовательно в цепь ещё один элемент  $X$ . Изобразите ВАХ двух последовательно включённых нелинейных элементов. Определите, какая доля  $\eta_2$  теплоты, выделяющейся в цепи, приходится на оба нелинейных элемента в случае  $V = 4U_0$ .

3) А теперь подключим второй элемент  $X$  параллельно первому. Изобразите ВАХ двух параллельно включённых нелинейных элементов. Определите, какая доля  $\eta_3$  теплоты, выделяющейся в цепи, приходится на оба нелинейных элемента в случае  $V = 4U_0$ .

$$\frac{\eta}{I} \left( \varepsilon : \frac{V}{\varepsilon} \quad (\eta : \frac{V}{\varepsilon} \text{ и } \frac{\eta}{I} (I) \right)$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2007, финал, 9) В «чёрном ящике» с тремя выводами (рис. справа) находятся два резистора и нелинейный элемент (лампочка от карманного фонарика), вольт-амперная характеристика которого изображена на рисунке ниже (график ВАХ Л). На том же рисунке изображены вольт-амперные характеристики «чёрного ящика», снятые между выводами 2–3 и 1–2.

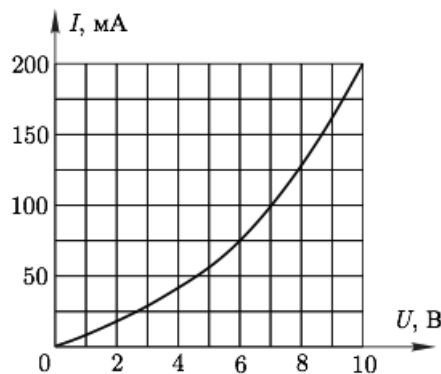
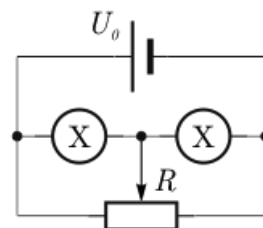


- 1) Определите сопротивления обоих резисторов.
- 2) Нарисуйте схему соединения элементов «чёрного ящика» и укажите на ней значения сопротивлений резисторов.
- 3) Графически постройте вольт-амперную характеристику «чёрного ящика» между выводами 1–3.
- 4) Предполагая, что лампочка рассчитана на напряжение  $U_0 = 4,5$  В, определите, какое напряжение нужно создать между выводами 1 и 3, чтобы она горела полным накалом.

*Примечание.* Необходимые построения следует производить непосредственно на приведённом рисунке.

1)  $25 \text{ Ом}$  и  $50 \text{ Ом}$ ; 4)  $\approx 11,3 \text{ В}$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2017, финал, 9) Электрическая цепь состоит из двух одинаковых нелинейных элементов  $X$ , потенциометра, сопротивление между неподвижными контактами которого  $R = 100 \text{ Ом}$ , и идеальной батарейки с напряжением  $U_0 = 10 \text{ В}$  (верхний рисунок). Вольт-амперная характеристика элемента  $X$  приведена на нижнем рисунке.



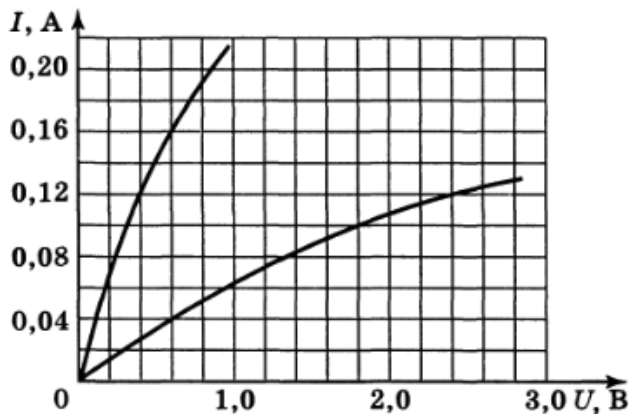
Определите:

- 1) Суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах, при крайних положениях движка потенциометра.
- 2) Суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах, при положении движка потенциометра в центре.
- 3) Минимальную суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах. При каких положениях движка потенциометра эта мощность достигается? Ответ обоснуйте.

4) Суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах, при положении движка потенциометра, в котором сопротивление его левого плеча равно  $25 \text{ Ом}$ .

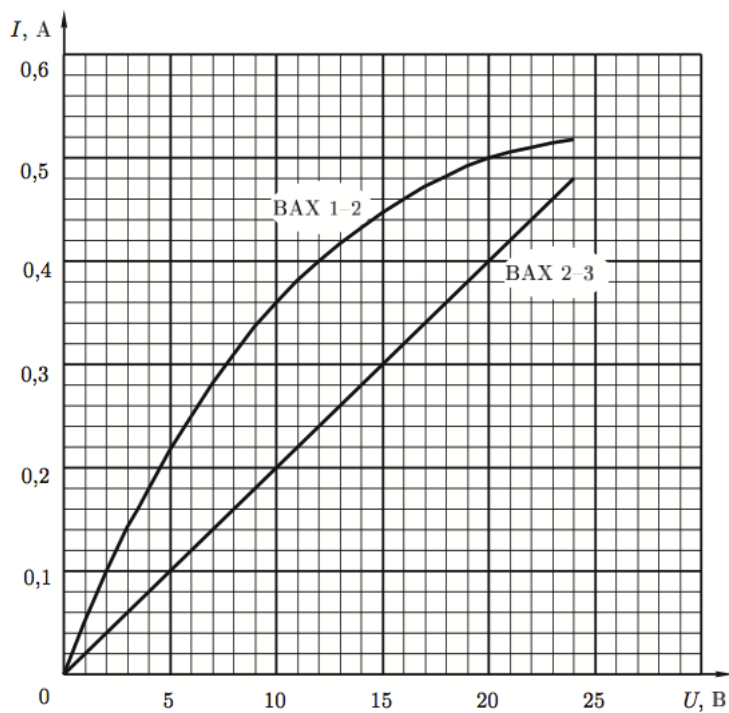
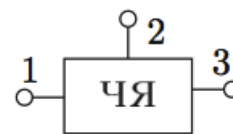
1)  $P_1 = 2,00 \pm 0,02 \text{ Вт}$ ; 2)  $P_2 = 0,60 \pm 0,03 \text{ Вт}$ ; 3)  $P_{\text{min}} = P_2$ ; 4)  $P = 0,7 \pm 0,1 \text{ Вт}$

ЗАДАЧА 7. (Межреспубл., 1992, финал, 10) В «чёрном ящике» находятся резистор, имеющий постоянное сопротивление, и нелинейный элемент, которые могут быть включены как последовательно, так и параллельно. Найдите сопротивление резистора. Какой нелинейный элемент может находиться внутри «чёрного ящика»? Вольт-амперные характеристики для последовательного и параллельного включений элементов представлены на рисунке.



Виняиыгакен вжюоппкаг :м; лл = у

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2007, финал, 10) Школьнику Васе Незнайкину на олимпиаде по физике предложили разгадать схему «чёрного ящика» с тремя выводами (рис.), в котором по условию задачи находились два резистора и нелинейный элемент (автомобильная лампочка, рассчитанная на номинальное напряжение  $U_N = 12$  В и мощность  $P_N = 6$  Вт). Были приведены две вольт-амперные характеристики (рис. ниже), снятые между выводами 1–2 (ВАХ 1–2) и выводами 2 и 3 (ВАХ 2–3).



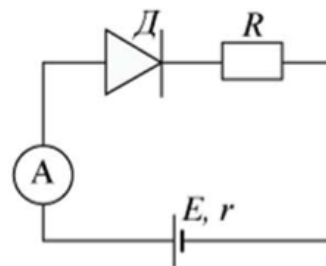
Нужно было:

- 1) Проанализировать возможные схемы включения элементов «чёрного ящика», совместимые с условием задачи.
  - 2) Выбрать одну из возможных схем и определить для этой схемы сопротивления резисторов.
  - 3) Построить вольт-амперную характеристику нелинейного элемента.
  - 4) Построить вольт-амперную характеристику, снятую между выводами 1 и 3 (ВАХ 1–3).
- Помогите Васе!

*Примечание.* Необходимые построения следует выполнять непосредственно на рисунке.

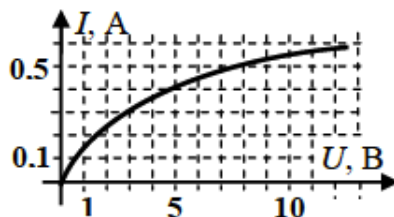
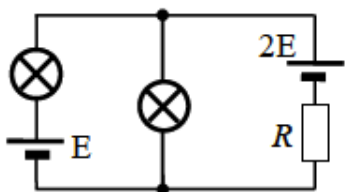
Возможны две эквивалентных схемы, одна из которых — звезда с резисторами 16 и 34 Ом

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2017, ШЭ, 11) Определите показание идеального амперметра в цепи, схема которой приведена на рисунке. Зависимость силы тока  $I$ , протекающего через диод  $\mathcal{D}$ , от напряжения  $U$  на нём описывается выражением  $I = \alpha U^2$ , где  $\alpha = 0,02 \text{ А/В}^2$ . ЭДС источника  $E = 50 \text{ В}$ . Внутреннее сопротивление источника напряжения и резистора равны  $r = 1 \text{ Ом}$  и  $R = 19 \text{ Ом}$  соответственно.



7 В

ЗАДАЧА 10. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 10–11) В схеме, показанной на рисунке слева, одинаковые лампы являются нелинейными элементами — их вольтамперная характеристика показана на рисунке справа.



Сопротивление резистора  $R = 28 \text{ Ом}$ , а  $E = 6 \text{ В}$ . Найти суммарную мощность, потребляемую обеими лампами.

$P \approx 2,14 \text{ Вт}$

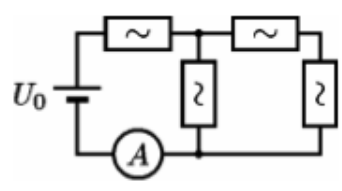
ЗАДАЧА 11. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) При измерении сопротивления вольфрамовой нити лампочки в «холодном» режиме (при температуре около  $0^\circ\text{C}$ ) оно оказалось равным  $R_0 = 34 \text{ Ом}$ . В «рабочем» режиме лампочку подключают к аккумулятору с ЭДС  $\mathcal{E} = 100 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 19 \text{ Ом}$ , и при этом она потребляет мощность  $N = 25 \text{ Вт}$ . Найти температуру нити лампочки в «рабочем» режиме. Температурный коэффициент сопротивления вольфрама  $\alpha \approx 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ , изменением отношения длины нити к площади её сечения вследствие теплового расширения вольфрама можно пренебречь.

$$t = \frac{\alpha}{R} \left( \frac{R_0}{R} - 1 \right) \approx 2400^\circ\text{C, где } R = \mathcal{E}^2 / (N - r) + r$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2012, РЭ, 10) Связь между напряжением  $U$  на лампе накаливания и силой тока, текущего через неё, даётся формулой  $I \sim U^{3/5}$ . Две лампы с номинальными напряжениями 220 В и номинальными мощностями  $P_1 = 40$  Вт и  $P_2 = 100$  Вт включили последовательно в сеть 220 В. Какое напряжение падает на лампе меньшей номинальной мощности?

$$U_1 \approx \frac{\varepsilon / \varepsilon_0 (\varepsilon_0 / \varepsilon_0 + 1)}{\varepsilon_0} = \varepsilon_0$$

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2007, 10) Электрическая цепь (см. рисунок) состоит из идеальной батарейки с ЭДС  $U_0$ , идеального амперметра и четырёх одинаковых нелинейных элементов, для каждого из которых, в отличие от закона Ома, связь силы тока  $I$  и напряжения  $U$  имеет вид  $I = \alpha U^2$ . Какой ток  $I_0$  показывает амперметр?



$$\left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 6 \right) \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0} = 0$$

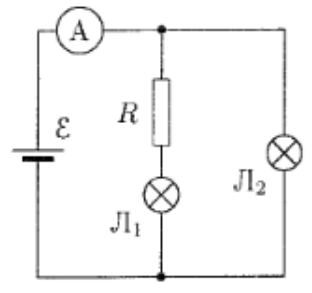
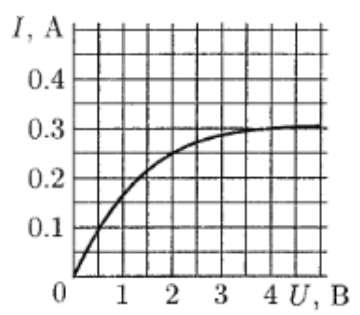
ЗАДАЧА 14. («Курчатов», 2014, 11) Газоразрядная лампа, вольт-амперная характеристика которой (зависимость тока, текущего через лампу, от напряжения на ней) задана уравнением  $I = kU^2$ , подключена последовательно с резистором сопротивлением  $R$  к источнику постоянного напряжения  $U$ . Если подключить неидеальный вольтметр к лампе, то он покажет напряжение  $V_1$ , а если к резистору —  $V_2$ . Найдите коэффициент  $k$ .

$$\frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_0) + \varepsilon_0 \varepsilon_0}{\varepsilon_0} = \varepsilon_0$$

ЗАДАЧА 15. (МФТИ, 2003) Вольт-амперная характеристика лампочки накаливания приведена на рисунке слева. Две такие лампочки  $L_1$  и  $L_2$  включены в схему, изображённую на правом рисунке. ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 4$  В, сопротивление резистора  $R = 8$  Ом.

- 1) Чему равно напряжение на лампочке  $L_1$ ?
- 2) Что покажет амперметр А?

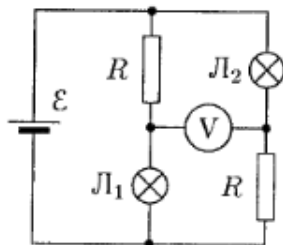
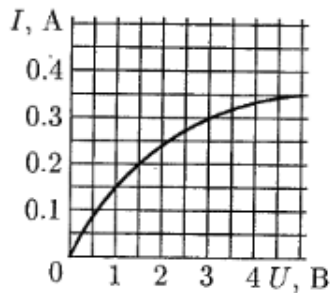
Внутренним сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.



$$U_1 = 2 \text{ В}; I = 0,55 \text{ А}$$

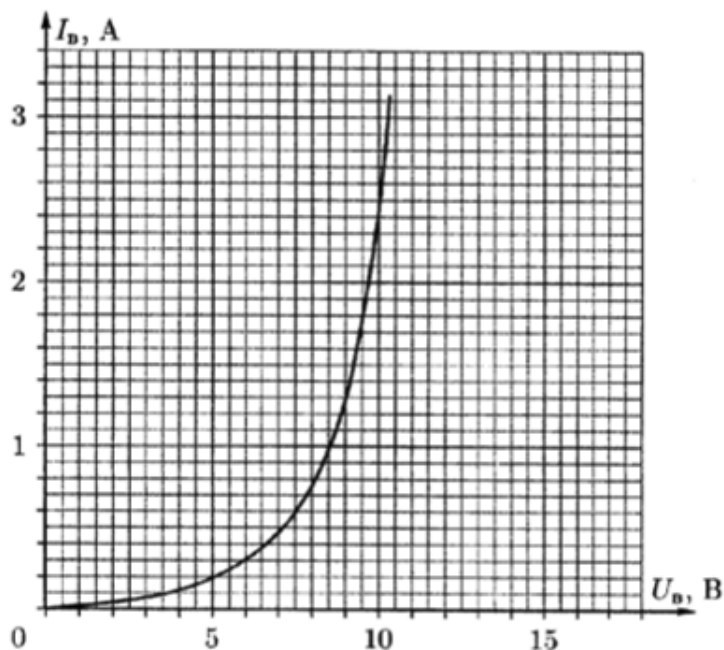
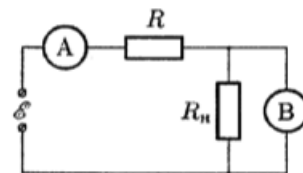
ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 2003) Вольт-амперная характеристика лампочки накаливания приведена на рисунке слева. Две такие лампочки  $L_1$  и  $L_2$  включены в схему, изображённую на правом рисунке. ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 4,5$  В, сопротивление резисторов  $R = 15$  Ом.

- 1) Чему равен ток через каждую лампочку?
  - 2) Что покажет идеальный вольтметр V?
- Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



$I_1 = I_2 = 0,2 \text{ A}; U = 1,5 \text{ В}$

ЗАДАЧА 17. (Всеросс., 2010, финал, 10) В некоторых случаях для предохранения электроприборов от больших изменений входного напряжения применяются нелинейные полупроводниковые элементы — варисторы, включаемые параллельно прибору, роль которого на правом рисунке играет нагрузочное сопротивление  $R_n$ . Здесь  $R_n = 10 \text{ Ом}$ ,  $R = 10 \text{ Ом}$  — балластное сопротивление,  $B$  — варистор, вольт-амперная характеристика которого изображена на нижнем рисунке,  $I$  — показания амперметра  $A$ ,  $\mathcal{E}$  — входное напряжение. В номинальном режиме амперметр показывает силу тока  $I = I_0 = 1,0 \text{ А}$ .



1) Определите входное напряжение  $\mathcal{E}_1$  в номинальном режиме, а также напряжение  $U_{B1}$  на варисторе и силу тока  $I_{B1}$ , текущего через него.

2) Пусть входное напряжение возросло в два раза и стало равным  $\mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}_1$ . Определите, на сколько увеличилось напряжение на нагрузке и на сколько изменилась сила тока, протекающего через варистор.

$$\boxed{1) \mathcal{E}_1 = 16,4 \text{ В}, U_{B1} = 6,4 \text{ В}, I_{B1} = 0,36 \text{ А}; 2) U_{B2} = 9,2 \text{ В}, I_{B2} = 1,42 \text{ А}}$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2015, финал, 10) Некоторые элементы электрических цепей являются нелинейными, то есть сила тока, протекающего через них, не пропорциональна приложенному напряжению. Допустим, что у нас есть лампа накаливания, для которой сила тока  $I_{\text{л}}$  пропорциональна  $\sqrt{U_{\text{л}}}$ , диод, у которого  $I_{\text{д}}$  пропорциональна  $U_{\text{д}}^2$ , и источник постоянного напряжения. При этом и лампа, и диод обладают одинаковым свойством: если подключить любой из этих элементов к источнику в качестве нагрузки, то мощность тепловых потерь на нагрузке будет максимально возможной для данного источника. Если подключить к источнику лампу и диод, соединив их последовательно, то мощность потерь на такой нагрузке будет равна  $P_1 = 7,2 \text{ Вт}$ . Какой будет мощность, если в качестве нагрузки к источнику присоединить лампу и диод, соединенные параллельно?

$$\boxed{P_2 = P_1 = 7,2 \text{ Вт}}$$



ЗАДАЧА 19. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Лампы накаливания обычно являются *нелинейными* элементами электрических цепей — ток в них не пропорционален напряжению. Допустим, у нас есть набор ламп, для которых связь тока и напряжения дается формулой

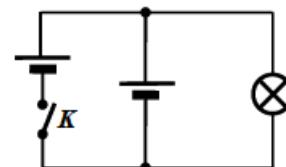
$$I(U) = I_0 \sqrt{\frac{U}{U_0}},$$

где значения  $I_0$  и  $U_0$  соответствуют номинальному режиму. Кроме того, мы можем использовать набор одинаковых батарей с ЭДС  $\mathcal{E} = U_0$ . Если подключить одну лампу к одной батарее, то на лампе будет выделяться мощность  $P = \frac{27}{64} P_0$  ( $P_0$  — номинальная мощность). Из какого *минимального* количества последовательно соединённых ламп надо составить гирлянду, чтобы при подключении её к некоторому количеству последовательно соединённых батарей все лампы гирлянды работали в точности в номинальном режиме? Сколько батарей нужно будет для этого использовать?

5 ламп; 12 батарей

ЗАДАЧА 20. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) В схеме, показанной на рисунке, оба источника одинаковы. Лампа является нелинейным элементом: её вольт-амперная характеристика (связь протекающего тока с напряжением) описывается выражением

$$I(U) = \frac{2}{r} \sqrt{\frac{\mathcal{E}U}{3}},$$



где  $r$  — внутреннее сопротивление, а  $\mathcal{E}$  — величина ЭДС каждого источника. Пока ключ  $K$  разомкнут, лампа потребляет мощность  $P_1 = 6$  Вт. Какой станет потребляемая лампой мощность после замыкания ключа?

$P_2 = P_1 \left( 2\sqrt{13} - 5 \right) \approx 13,3$  Вт